

文章编号: 1001-3806(2007)01-0109-04

## 随机穿越特征指标下的满意激光回波问题

戚国庆<sup>1</sup>, 张 蛟<sup>2</sup>, 李显峰<sup>3</sup>

(1. 南京理工大学 自动化系, 南京 210094 2 中国人民解放军总装备部 炮兵防空兵装备技术研究所, 北京 100012 3 江苏曙光光电有限公司, 扬州 225009)

**摘要:** 为了研究激光回波率及激光漏测分布问题, 通过对误差方差上界指标、区域极点指标以及随机穿越特征指标等多指标的相容性分析, 并利用满意估计思想和双线性矩阵不等式组的求解方法给出了一种满意估计策略的设计算法。所设计的滤波器能保证激光测距机回波率满足给定要求并能使漏测点的分布在时间上尽量均匀, 从而保证了跟踪系统尽可能保持航路平稳。结果表明, 所设计的满意滤波增益满足多指标要求。

**关键词:** 激光器; 激光回波率; 满意估计; 双线性矩阵不等式; 随机穿越特征量

中图分类号: T J768 文献标识码: A

### The satisfactory laser echo rate under stochastic passage characteristics indices

QI Guo-qing<sup>1</sup>, ZHANG Jiao<sup>2</sup>, LI Xian-feng<sup>3</sup>

(1. Department of Automation, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China 2. Artillery & Air Defence Forces Research Institute of Equipment & Technologies, Headquarters of the General Equipment PLA, Beijing 100012, China 3. Jiangsu Shuguang Optics and Electronic Corporation, Yangzhou 225009, China)

**Abstract** Based on a CCD-imaging tracking system with a laser range finder, the laser echo rate and the distribution of laser missing detection is studied. Under the direction of satisfactory theory, a satisfactory predictive gain design method with prescribed performance specifications of estimation error variance, regional pole and stochastic passage characteristics is proposed by solving bilinear matrix inequalities. The proposed filter can guarantee the echo rate of the laser range finder being large, and distribution of missing detection period being uniform, so that the flight path detected by the tracking system is to be stationary and continuous to the expected extent. Numerical example indicates a satisfactory performance of the proposed gain.

**Key words** lasers; laser echo rate; satisfying filter; bilinear matrix inequality (BMI); stochastic passage characteristics

### 引 言

对于有激光测距的 CCD 图像跟踪系统, 在进行目标电视跟踪中, 需要不断预测目标的未来中心点位置, 并将估计量发送给激光伺服机构, 使激光光束指向目标。要实现对目标的平稳跟踪, 既要保证一定的激光回波率, 还必须使激光的漏测点分布均匀, 不能过于集中, 因为前者通过外推技术可保持航路连贯, 而后者将使得航路中断而贻误战机。在激光回波率一定的情况下, 只有预测量相对于有效区域的平均穿越周期<sup>[1]</sup>越短, 才能使预测量穿出有效区域后越快地返回, 所以, 激光回波率和平均穿越周期共同反映了激光回波的漏

测分布情况。利用传统的最小方差估计往往只能满足激光回波率最大, 而无法保证预测量相对于有效区域的穿越周期指标。如果当状态估计量满足一定误差方差上界约束时, 就为设计一种使激光回波率和平均穿越周期同时满足给定要求的满意估计增益提供了解的条件。CHENG 等人<sup>[2]</sup>研究了满意估计下如何保证激光回波率, 以及保证连续有回波次数和连续无回波次数的问题, 但只讨论了一阶预测方差与激光连续漏测次数之间的关系。本文中利用随机穿越特征量<sup>[1,3]</sup>中的有关特征指标(平均滞留度, 平均穿越频率)来衡量目标跟踪性能, 针对某一确定大小的激光有效回波区域, 利用满意估计<sup>[4]</sup>的思想设计一种满意估计增益, 当激光光束在跟踪波门内满足一定的平均滞留度下, 给定误差方差上界和区域极点等指标约束, 使激光光束的预测量相对跟踪波门有尽量大的平均穿越频率。在工程上表现为, 满足一定滞留度将满足一定的回波概率; 在一定滞留度下, 平均穿越频率越大则激光回波漏测量在时间上分布越均匀, 从而不致使漏测点过于

基金项目: “十五”预研兵器支持基金资助项目 (BZJ040202)

作者简介: 戚国庆 (1977-), 男, 博士研究生, 主要从事满意估计与滤波理论研究。

E-mail: qiguqing77@163.com

收稿日期: 2005-11-23 收到修改稿日期: 2006-03-07

集中而导致航路中断。

### 1 连续系统随机穿越特征量描述

如图 1 所示, 令  $\Omega$  表示激光有效反射区域, 其中中心为实际目标中心。激光光束中心相对目标中心坐标

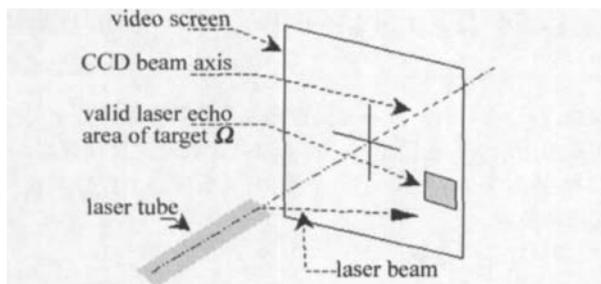


Fig 1 Laser range-finding window

为  $(x(t), y(t))$ , 如果  $(x(t), y(t)) \in \Omega$ , 则激光测距机将接收到有效回波, 为有效跟踪; 反之, 测距机将无回波。假定  $(x(t), y(t))$  互不相关,  $(x(t), y(t))$  服从均值为 0 协方差为  $\text{diag}(\sigma_x^2, \sigma_y^2)$  的正态、平稳、均方可导的二维各态历经随机过程, 其均方导数的协方差为  $\text{diag}(\sigma_x^2, \sigma_y^2)$ 。对于本文中所讨论的坐标测定仪, 为简化问题讨论并不失一般性, 将有效回波区域定义为一宽为  $2a$ 、高为  $2b$  的矩形框 (见图 2), 根据文献 [3],

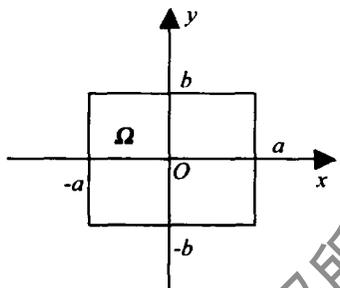


Fig 2 Rectangular target area

则  $(x(t), y(t))$  在有效区域  $\Omega$  内的平均滞留度为:

$$S_{in} = \Phi\left(\frac{a}{\sigma_x}\right) \Phi\left(\frac{b}{\sigma_y}\right) \quad (1)$$

平均穿越频率为:

$$\nu_c = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{\bar{\sigma}_x}{\sigma_x} \exp(-\bar{\sigma}_x^2) \Phi\left(\frac{1}{\sigma_x}\right) + \frac{\bar{\sigma}_y}{\sigma_y} \exp(-\bar{\sigma}_y^2) \Phi\left(\frac{1}{\sigma_y}\right) \right] \quad (2)$$

式中,  $\bar{\sigma}_x = \frac{\sigma_x}{a}, \bar{\sigma}_x = \frac{\sigma_x}{a}, \bar{\sigma}_y = \frac{\sigma_y}{b}, \bar{\sigma}_y = \frac{\sigma_y}{b}, \Phi(x) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_0^x \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz$

依据系统在  $x$  与  $y$  方向上的滤波能力, 适当地分配相应的均方差值, 即令:

$$\sigma_x = k_1 \sigma_y, \sigma_x = k_2 \sigma_y \quad (3)$$

当已知  $k_1$  与  $k_2$  及  $a, b$  时, 任给定  $\sigma_x, \sigma_y$ , 即可由 (1) 式确定一个相应的平均滞留度  $S_{in}$ , 再给定  $\sigma_x, \sigma_y$  后, 由

(2) 式即可确定一个相应的平均穿越频率  $\nu_c$ 。由 (1) 式看出, 平均滞留度  $S_{in}$  与估计误差方差分量  $\sigma_x, \sigma_y$  有关, 且随  $\sigma_x, \sigma_y$  增大而减小, 于是给定平均滞留度  $S_{in}$ , 可得到  $\sigma_x, \sigma_y$  的上界指标  $\sigma_{max}, \sigma_{max}$ 。从 (2) 式看出, 平均穿越频率  $\nu_c$  的大小受到位置和速度估计方差分量的共同影响, 为讨论其单调性, 对 (2) 式求关于  $\bar{\sigma}_x$  的偏导数, 并令  $\bar{\sigma}_y = \bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y = \bar{\sigma}_x$ , 得:

$$\left. \frac{\partial \nu_c}{\partial \bar{\sigma}_x} \right|_{\bar{\sigma}_y = \bar{\sigma}_x} = \frac{2}{\pi} \bar{\sigma}_x \times \left\{ \frac{1}{\exp(\bar{\sigma}_x^2)} \frac{2 - \bar{\sigma}_x^2}{\bar{\sigma}_x^4} \Phi\left(\frac{1}{\bar{\sigma}_x}\right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\bar{\sigma}_x^3} \exp\left(-\frac{3\bar{\sigma}_x^2}{2}\right) \right\} \quad (4)$$

再令:  $F(\bar{\sigma}_x) = \frac{1}{e^{\bar{\sigma}_x^2}} \frac{2 - \bar{\sigma}_x^2}{\bar{\sigma}_x^4} \Phi\left(\frac{1}{\bar{\sigma}_x}\right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\bar{\sigma}_x^3} e^{-\frac{3\bar{\sigma}_x^2}{2}}$  (5)

绘出  $F(\bar{\sigma}_x)$  关于  $\bar{\sigma}_x$  的曲线, 如图 3 所示。可求得  $\nu_c$  的极值点在 1.07 附近, 由 (1) 式知, 当  $\bar{\sigma}_x \in (0, 1.07)$  时, 平均滞留度  $\nu_c \in (46.59\%, 100\%)$ , 而本文中所研究的坐标测定仪要求激光回波率需大于 50%。所以对设定的任意不小于 50% 的平均滞留度下界指标, 平均穿越频率在该指标下必定单调变化。因此, 在上述前提下, 只要使  $\sigma_x, \sigma_x$  同时取极大值即可使平均穿越频率达到平均滞留度指标约束下的极大值。

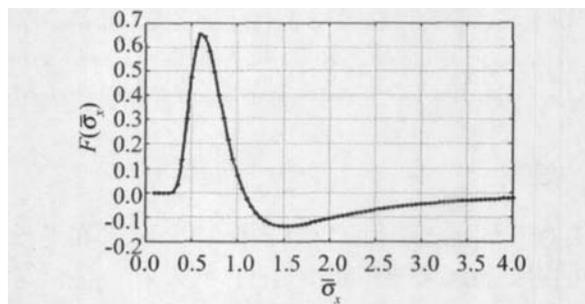


Fig 3 Curve of  $F(\bar{\sigma}_x)$

### 2 问题描述

由于  $x(t), y(t)$  互不相关, 两个方向解耦处理, 进而转化为两个如下形式的单输出系统。将系统的状态变量写作:  $X(t) = (x(t), \dot{x}(t), X_r^T)^T \in R^n, X_r \in R^{(n-2)}$ , 则状态方程与测量方程写为:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + Bw(t) \\ Y(t) = CX(t) + v(t) \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $C = [1, 0, 0, \dots] \in R^{1 \times n}, w(t), v(t)$  为零均值, 强度分别为  $w, V$  的独立高斯白噪声, 且与初始状态不相关,  $A, B$  为适维实常矩阵。状态滤波方程为:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}}(t) &= A\hat{X} + K[Y(t) - C\hat{X}(t)] = \\ & [A - KC]\hat{X}(t) + KY(t) \end{aligned} \quad (7)$$

式中,  $K$  为待求的滤波增益。最优预测  $\hat{X}(t+i)$  为

$\hat{X}(t+i|t) = \Phi(i)\hat{X}(t)$ , 其中,  $\Phi(i) = e^{Ai}$ ,  $i$  为预测时间。滤波误差:

$$\dot{\hat{X}}(t) = [A - KC]\hat{X}(t) - Kv(t) + Bw(t) \quad (8)$$

式中,  $\tilde{X} = X(t) - \hat{X}(t)$ ,  $\tilde{X}(0) = X(0)$ ,  $\tilde{X}(0) = 0$

若存在增益阵  $K$  使得  $(A - KC)$  稳定, 则由 Lyapunov 稳定性判据知, 稳态滤波误差方差  $P = \lim_{t \rightarrow \infty} E \{ \tilde{X} \cdot \tilde{X}^T \}$  是如下连续 Lyapunov 方程的唯一正定解:

$$f(P, K) = (A - KC)P + P(A - KC)^T + KVK^T + BWB^T = 0 \quad (9)$$

预测误差方差满足  $\tilde{P}(i) = \Phi(i)P\Phi^T(i) + \Delta$  其中

$$\Delta = \int_0^i \Phi(t)BWB^T\Phi^T(t)dt$$

作者研究的问题是寻找滤波增益阵  $K$ , 有如下约束条件: (1) 滤波矩阵  $A - KC$  的极点集  $\Lambda(A - KC) \subset F(q, r)$ ; (2) 稳态预测误差方差  $\tilde{P}(i)$  满足  $\tilde{C}\tilde{P}(i)C^T < \sigma_{\max}^2$ ; (3) 估计量  $\hat{X}$  在有效区域  $\Omega$  内的平均滞留度  $S_{in} \geq \tau$  其中  $F(q, r)$  为复平面上中心在  $-q + 0j$  半径为  $r(0 < r < q)$  的开环圆盘,  $\sigma_{\max}$  和  $\tau$  为给定正数。这些约束条件使得预测量  $\hat{X}$  对有效区域  $\Omega$  的平均穿越频率取极大, 即使得稳态滤波误差方差  $P$  在  $x$  与  $\dot{x}$  分量上的方差取极大。

### 3 主要结论

上述极点约束  $F(q, r)$  可实现的充分必要条件是存在增益阵  $K$ , 使得如下矩阵不等式组:

$$(A + qI - KC)Q_1(A + qI - KC)^T - r^2Q_1 < 0 \quad (10)$$

$$(A - KC)Q_2 + Q_2(A - KC)^T + KVK^T + BWB^T > 0 \quad (11)$$

$$Q_1 > 0, Q_2 > 0 \quad (12)$$

有解。若是  $(Q_1, Q_2, K)$  上述不等式组的任一解, 则  $K$  作为滤波增益必使滤波误差 (8) 式渐近稳定, 且稳态状态滤波方差阵  $P$  满足关系:  $P > Q_2$ 。若对于上述  $K$ , 对 (11) 式求解极值问题  $\max \{ \text{tr}(Q_2) \} (Q_2 > 0)$ , 而得到的极值点正是 (9) 式的解。

由 Schur 补引理<sup>[6]</sup>, 不等式 (10) 式有解等价于如下矩阵不等式有解:

$$\begin{bmatrix} -rQ_1 & (A + qI)Q_1 - KCQ_1 \\ Q_1(A + qI)^T - Q_1C^TK^T & -rQ_1 \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

由文献 [7] 中引理 3, (13) 式、(11) 式分别转换为如下充分条件的双线性矩阵不等式 (bilinear matrix inequality, BMIs):

$$\begin{bmatrix} -rQ_1 + \Gamma(K, S) & (A + qI)Q_1 & KC \\ Q_1(A + qI)^T & -rQ_1 + \Upsilon(Q_1, \tilde{Q}_1) & -Q_1 \\ C^TK^T & -Q_1 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} -(AQ_2 + Q_2A^T + BWB^T) + \Pi(K, M) + \Psi(Q_3, \tilde{Q}_2) & KC + Q_2 \\ (KC + Q_2)^T & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

式中,

$$\Gamma(K, S) = -KCS^T - SC^TK^T + SS^T \quad (16)$$

$$\Upsilon(Q_1, \tilde{Q}_1) = -Q_1\tilde{Q}_1^T - \tilde{Q}_1Q_1 + \tilde{Q}_1\tilde{Q}_1^T \quad (17)$$

$$\Pi(K, M) = -KTM^T - MTK^T + MM^T \quad (18)$$

$$\Psi(Q_3, \tilde{Q}_2) = -Q_3\tilde{Q}_2^T - \tilde{Q}_2Q_3 + \tilde{Q}_2\tilde{Q}_2^T \quad (19)$$

$$TT^T = CC^T + V \quad (20)$$

而  $S, \tilde{Q}_1, \tilde{Q}_2, M$  为任意适维实数矩阵。

根据文献 [5] 中的推论 5.2.1, 可以找到一个稳态方差下界  $P_1$ , 使得对所有满足  $\sigma_{\max}^2 > \tilde{C}P_1(i)C^T$  的方差上界指标  $\sigma_{\max}^2$  都与区域极点指标  $F(q, r)$  相容。当给定平均滞留度指标  $\tau$  时, 可由 (1) 式获得一个位置分量方差上界指标  $\sigma_\tau$ , 只有当  $\sigma_\tau^2 > \tilde{C}P_1(i)C^T$  时, 问题的研究才是有意义的, 否则无法找到与约束条件 (1), (2) 相容的平均滞留度指标  $\tau$ 。如果  $\sigma_\tau$  存在, 令  $\sigma_n^2 \leq \min(\sigma_{\max}^2, \sigma_\tau^2)$ , 有如下结论: 定理 1 对于 (6) 式, 假设条件  $H_1$  成立, 对于满足  $\sigma_n^2 \geq \sigma^2 > \tilde{C}P_1(i)C^T$  的任意方差上界指标  $\sigma^2$ , 矩阵不等式组 (10) 式 ~ (12) 式及不等式:

$$CI\Phi(i)Q_2\Phi^T(i) + \Delta JC^T - \sigma^2 < 0 \quad (21)$$

有解的充分条件是, 关于矩阵变量  $(Q_1, Q_2, K)$  的 BMI 组 (14) 式、(15) 式、(12) 式及 (21) 式有可行解。若  $(Q_1, Q_2, K)$  是上述不等式组的某一行解, 且增益阵  $K$  所对应的稳态滤波方差  $P$  满足  $\sigma^2 > \tilde{C}P(i)C^T$ , 则  $K$  是一个使滤波误差 (8) 式满足约束条件 (1) ~ (3) 的增益阵。

证明: 由于 (14) 式、(15) 式成立是 (10) 式、(11) 式成立的充分条件, 所以, 如果 BMI 组 (14) 式、(15) 式、(12) 式及 (21) 式有可行解, 且  $\tilde{P}(i)$  满足  $\sigma^2 > \tilde{C}\tilde{P}(i)C^T$ , 则由文献 [5] 中的推论 5.2.1 方差指标与极点指标相容性条件及引理 1 可知, 定理 1 成立。

### 4 BMI 组 (14) 式、(15) 式、(12) 式、(21) 式可行解问题

在定理 1 的假设条件下, 求解约束极大值问题:

$\max\{\text{tr}(Q_2)\}$ :  $(Q, Q_2, K)$  满足 (14) 式、(15) 式、(12) 式、(21) 式及  $\sigma^2 > C\tilde{P}(i)C^T$ , 如果可以得到极大值  $(Q_{1k}, Q_{2k}, K_k)$ , 则相应  $K_k$  为满足约束条件 (1) ~ (3) 下使得稳态滤波方差取极大的滤波增益阵。下面给出解  $K_k$  的算法及其步骤。

算法 1: 求增益阵  $K$ , (14) 式、(15) 式、(12) 式、(21) 式有正定解  $Q_1, Q_2$ , 且  $K$  满足第 2 节中的各约束条件: Step1: 根据文献 [5] 中的推论 5.2.1, 并利用 MATLAB 中的 LM 工具箱<sup>[8]</sup> 解得稳态方差下界  $P_1$  及相应的增益阵  $K_1$ 。并令  $Q_{20} = P_1, K_0 = K_1, S = K_0C, \tilde{Q}_1 = Q_{10}, M = K_0T, \tilde{Q}_2 = Q_{20}$ , 迭代次数  $k = 0$  Step2: 求约束极值问题  $\max\{\text{tr}(dQ)\}$ :  $(Q_{1k}, dQ, K_k)$  使得如下 LM 有可行解:

$$\begin{bmatrix} -rQ_{1k} + \Gamma(K_k, S) & (A + qI)Q_{1k} & K_k C \\ Q_{1k}(A + qI)^T & -rQ_{1k} + \Upsilon(Q_{1k}, \tilde{Q}_1) & -Q_{1k} \\ C^T K_k^T & -Q_{1k} & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} -[A(Q_{2k} + dQ) + (Q_{1k} + dQ)A^T + BWB^T] + K_k C + (Q_{2k} + dQ) \\ \Pi(K_k, M) + \Psi(Q_{2k} + dQ, \tilde{Q}_2) \\ (K_k C + Q_{2k} + dQ)^T & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

$$C[\Phi(i)(Q_2 + dQ)\Phi^T(i) + \Delta]C^T - \sigma^2 < 0 \quad (24)$$

$$Q_k > 0, Q_{2k} > dQ > 0 \quad (25)$$

设解为  $(Q_{1k}, dQ, K_k)$ , 相应于  $K_k$  的稳态滤波方差为  $P_k$ , 如果满足  $C\tilde{P}_k(i)C^T - \sigma^2 < 0$  则令  $S = K_k C, \tilde{Q}_1 = Q_{1k}, M = K_k T, \tilde{Q}_2 = P_k, Q_{2k} = Q_{2(k-1)} + dQ$ , 并令  $k \leftarrow k + 1$ , 重新进行 Step2。如果  $C\tilde{P}_k(i)C^T \geq \sigma^2$ , 则令  $K_u = K_{k-1}, P_u = P_{k-1}$ , 算法结束, 得到的  $K_u$  满足问题 1 中各项约束指标。

定理 2 算法 1 在有限步内结束。

证明: 若当  $k = 1$  时, Step2 无解, 则算法 1 无法解决第 2 节中提出的问题。若 Step2 有解, 则由于  $dQ > 0$ , 显然序列  $\{P_k\}$  为一单调递增序列, 则存在足够大的  $N > 0$ , 当  $k > N$  时有  $C\tilde{P}_k(i)C^T \geq \sigma^2$ 。定理 2 得证。

### 5 数值算例

假定  $a = b, k_1 = k_2 = 1$ , 于是两个方向上的模型、方差、增益阵均相同。记  $X(t) = [x(t), \dot{x}(t)]^T, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \sqrt{5} & 0 \\ 0 & \sqrt{5} \end{bmatrix}, C = [1 \ 0], V = 25, W = I_2$ ,

并假定  $q = 3, r = 2, \delta = b = 9, T = 0.70$ , 预测时间  $i = 0, 3$  利用 (1) 式得到  $\sigma_{\max} = \sigma_{\max} = 6.4$ 。根据文献 [5] 中的推论 5.2.1, 可以找到一个稳态滤波误差方差

下界  $P_1 = \begin{bmatrix} 26 & 1621 & 11 & 1836 \\ 11 & 1836 & 11 & 6978 \end{bmatrix}$ , 相应滤波增益阵为

$$K_1 = [1.0254 \ 0.4366]^T$$

此时的平均穿越频率为  $\gamma_c = 0.0795$ , 令误差方差上界指标  $\sigma^2 = 40.96$ , 令  $K_0 = K_1, Q_{10} = Q_{20} = P_1$ , 代入算法 1, 迭代 4 次得到满意滤波增益阵  $K_u = [0.5286 \ 0.3086]^T$ , 相应的稳态滤波

方差为  $P_u = \begin{bmatrix} 33 & 9623 & 11 & 958 \\ 11 & 958 & 12 & 7235 \end{bmatrix}$ ,  $A - K_u C$  的极点

位于  $(-0.2643 + 0.4886j, -0.2643 - 0.4886j)$ , 此时的满意平均滞留度为  $S_m = 0.7122$ , 满意平均穿越频率为  $\gamma_c = 0.0839$ 。

### 6 结 论

以坐标测定仪中激光测距机为依据, 研究了随机穿越特征量中有关平均滞留度和平均穿越频率等指标约束下, 使激光回波漏测在时间上尽可能均匀分布的估计增益的设计方法。实际工程中, 有效区域  $\Omega$  还可以是: 空中加油系统的受油漏斗、机械柔性对接中的端口、足球赛中的球门……。总之, 当误差的理想值不是一个点而是一个指定区域时, 就为研究满意滤波(控制)问题提供了多指标解集的相容空间。通过数值仿真验证了理论的正确性, 所设计的满意滤波增益满足所设定的多指标要求, 为工程人员在参数设定上提供了参考依据。

### 参 考 文 献

- [1] GUO Zh. Theory on modern fire control [M]. Beijing National Defence Industry Press 1996 278~279 (in Chinese).
- [2] CHENG X Q, GUO Zh, WANG Y G *et al*. A study on laser echo rate based on satisfaction estimation [J]. Acta Aeronauticae et Astronautica Sinica 2002, 23 (3): 332~335 (in Chinese).
- [3] GUO Zh. Opportunity-awaiting control: one new study field in stochastic control theory [A]. Proceedings of the 4th International Conference on Control and Automation [C]. Canada Montreal 2003 340~344.
- [4] GUO Zh. A survey of satisfying control and estimation [A]. Proceedings of the 14th IFAC Congress [C]. Beijing Tsinghua University Press 1999 443~447.
- [5] WANG Y G. Satisfactory control and consistency theory of desired indices [M]. Nanjing Nanjing University of Science and Technology Press 2000 16~17 (in Chinese).
- [6] YU L. Robust control linear matrix inequalities processing methods [M]. Beijing Tsinghua University Press 1999 8~9 (in Chinese).
- [7] SHIMOMURA T, FUJII T. Multiobjective control design via successive over-bounding of quadratic forms [A]. Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control [C]. Australia Sydney, 2000 2763~2768.
- [8] GAHNET P, NEMIROVSKY A, LAUB A *et al*. LMIControlToolbox [M]. Massachusetts the Math Works Inc, 1995 20~30.