

文章编号: 1001-3806(2006)04-0432-04

光子晶体光纤色散特性的数值分析

黄建军,李 港*,陈 檬,庞庆生,毕向军
(北京工业大学 激光工程学院,北京 100022)

摘要: 光子晶体光纤日益成为目前研究的热点,但一般只局限于理论上的定性分析,没有进行准确的定量计算。应用平面波法和整胞方法对二维光子晶体光纤进行了全数值模拟,计算了有效折射率、 v 参数以及波导色散特性。研究了上述参数与光子晶体光纤的结构参量孔距 a ,相对孔径 f 等于 D/a 的关系。显示出光子晶体光纤的无限单模性质和可控色散特性。

关键词: 光纤光学;光子晶体光纤;色散;平面波法;整胞

中图分类号: TN929.11 **文献标识码:** A

Simulation dispersion properties of photonic crystal fiber

HUANG Jian-jun, LI Gang, CHEN Meng, PANG Qing-sheng, BIXiang-jun

(College of Laser Research and Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

Abstract: Photonic crystal fiber is a highlight of the modern science research. However, in most papers, only qualitative analysis have been carried out theoretically, and there are few practical quantitative calculation. The group velocity-dispersion of photonic crystal fiber (PCF) is studied with plane wave method (PWM) and supercell method. The effective index of the fundamental filling mode and V value are obtained. With obtained effective index, dispersion is calculated using spline interpolation, according to different relative hole size f and different pitch a . Simulation results prove the monochromatic property and controlled dispersion property of a photonic crystal fiber.

Key words: fiber optics; photonic crystal fiber; dispersion; plane wave method (PWM); supercell

引 言

光子晶体光纤 (photonic crystal fiber, PCF) 又称为微结构光纤 (micro-structured fiber, MSF) 或多孔光纤 (holy fiber, HF), 它是由未掺杂的 SiO_2 和空气孔所构成, 其横截面是周期性排列, 沿轴向均匀的空气孔 (一般为圆空气孔或椭圆空气孔)。在纤芯的位置, 其周期性结构被破坏而形成缺陷, 光就可以沿缺陷传播。光子晶体光纤可以分为两类^[1]。一类中心缺陷为 SiO_2 , 其导模机制为改进的全内反射^[2], 称为 TR-PCF (total internal reflection PCF); 另一类中心缺陷为空气孔, 其导模机制为光子带隙效应^[3], 称为 PBG-PCF (photonic bandgap PCF)。

光子晶体光纤概念的提出可以追溯到 YEH 等人^[4]在 1978 年提出来的布喇格光栅光纤, 属于一维光子晶体光纤。RUSSELL 等人在 1995 年^[5]提出了空气孔二维光子晶体光纤的概念, 并于 1996 年^[2]的 OFC 会议上首次报道了光子晶体光纤的研制成功。

作者简介: 黄建军 (1981-), 男, 硕士研究生, 从事超短脉冲技术和光纤飞秒激光器方面的研究。

* 通讯联系人。E-mail: lig@bjut.edu.cn

收稿日期: 2005-07-12; 收到修改稿日期: 2005-10-21

光子晶体光纤有许多独特的性质: 无尽的单模性质; 可控的色散性质; 极高和极低的非线性, 是当今的一个研究热点^[6,7]。光子晶体光纤的色散特性使得其在色散管理方面具有无可比拟的优势。利用光子晶体的色散作用做色散补偿, 来传输和产生高能量的光孤子脉冲^[8], 以及用做啁啾脉冲放大系统的压缩器^[9], 已经是全光纤飞秒超短脉冲领域的趋势; 利用光子晶体光纤的有源器件更是成为了光通信中的研究热点^[10]。

对于光子晶体光纤的色散分析大都只局限于理论上的定性分析^[11~14], 没有进行精确的定量计算。平面波法 (plane wave method, PWM)^[15,16] 适合于周期性结构的麦克斯韦方程的求解, 因而也很适合用来分析光子晶体光纤。作者利用平面波法和整胞法对光子晶体光纤进行了全数值模拟, 得到了有效折射率、 v 参数以及波导色散特性, 研究了上述参数与光子晶体光纤的结构参量孔距 a , 相对孔径 $f=D/a$ 的关系, 显示出光子晶体光纤的无限单模性质和可控色散特性。

1 平面波法

1.1 本征方程

由布洛赫理论^[17]知道, 对于周期性结构, 磁场可

以表示为 (这里考虑磁场,电场的分析方法同理):

$$\vec{H}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} h(\vec{r}) \hat{e}_k \quad (1)$$

$$h(\vec{r}) = h(\vec{r} + \vec{R}_l) \quad (2)$$

式中, \vec{H} 为磁场矢量, r 为距离, \vec{r} 为位置矢量, h 为磁场量, \vec{R}_l 为任意的平移晶格矢量, \hat{e}_k 为垂直于 \vec{k} 而平行于 \vec{H} 的单位矢量, \vec{k} 为简约波矢。再将周期性的介电常数 ϵ 和磁场量 h 展开成傅里叶级数:

$$\epsilon(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}_i} \epsilon(\vec{G}_i) e^{i\vec{G}_i \cdot \vec{r}} \quad (3)$$

$$h(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}_i} h(\vec{G}_i) e^{i\vec{G}_i \cdot \vec{r}} \quad (4)$$

式中, \vec{G} 为倒格矢, 下标 i 为整数。

$$\vec{R}_l = l_1 \vec{a}_1 + l_2 \vec{a}_2 + l_3 \vec{a}_3 \quad (5)$$

$$\vec{G}_h = h_1 \vec{b}_1 + h_2 \vec{b}_2 + h_3 \vec{b}_3 \quad (6)$$

式中, \vec{G}_h 为平移倒格子矢量, l 和 h 分别为基矢空间和倒格空间, \vec{a} 为基矢, \vec{b} 为倒格矢, $\vec{b}_i \cdot \vec{a}_j = 2\pi \delta_{ij}$ 。

代入 Helmholtz 方程:

$$\nabla \times \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{H}(\vec{r}) \quad (7)$$

式中, ω 为本征频率, c 为光速, 经过化简得到:

$$\sum_{\vec{G}} \left| \vec{k} + \vec{G} \right| \left| \vec{k} + \vec{G}' \right| \epsilon^{-1}(\vec{G} - \vec{G}') \times \begin{bmatrix} \epsilon_2 \epsilon_2' & -\epsilon_2 \epsilon_1' \\ -\epsilon_1 \epsilon_2' & \epsilon_1 \epsilon_1' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \frac{\omega^2}{c^2} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

下标 1 和 2 分别表示 x 和 y 两个方向, 上面得到的是一个标准的本征方程, 可以通过数值模拟得出结果。当然, 由于实际情况中, 光子晶体光纤为有限尺寸, 数值模拟也只能利用有限尺寸, 所以得到的结果并不是完全准确的, 但是这并不影响用平面波法来分析光子晶体光纤的色散特性。

1.2 傅里叶变换

前面将周期性的介电常数 ϵ 和磁场量 h 展开成傅里叶级数, 所以它们的傅里叶变换是平面波法能否实现的关键问题。

假设空气孔为圆柱孔 (其它形状可参看文献 [18]), 半径为 R , 空气孔介电常数为 ϵ_a , 背景材料介电常数为 ϵ_b 。任意元胞的介电常数的傅里叶转换系数为:

$$\epsilon(\vec{G}) = \epsilon_b \delta(\vec{G}) + (\epsilon_a - \epsilon_b) \frac{2\pi R^2}{A} \frac{J_1(GR)}{GR} = \epsilon_b \delta(\vec{G}) + 2(\epsilon_a - \epsilon_b) f \frac{J_1(GR)}{GR} \quad (9)$$

$$\epsilon(\vec{G} = 0) = \phi = \epsilon_b + f(\epsilon_a - \epsilon_b) \quad (10)$$

式中, J_1 为一阶贝塞尔函数, $\delta(\vec{G})$ 为 δ 函数, $f = S_{\text{air}}/S_{\text{cell}}$ 为空气孔和元胞的面积比例。

前面的介电常数的傅里叶变换考虑的是完全的周期性结构, 对于有中心缺陷的光子晶体光纤, 需要将截面看成整个的元胞, 即利用整胞的概念来进行计算。

将光子晶体光纤的全部元胞看成一个整体, 即一个整胞, 利用傅里叶变换的平移性质:

$$\epsilon(\vec{r} + \vec{r}_0) \leftarrow e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \epsilon(\vec{G}) \quad (11)$$

得到任何由有限元胞组成的整胞的介电常数的傅里叶变换为:

$$\sum_{\vec{r}_i} \epsilon(\vec{r} + \vec{r}_0) \Leftrightarrow \sum_{\vec{r}_i} e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}_i} \epsilon(\vec{G}) \quad (12)$$

式中, \vec{r}_i 为整胞中元胞 (空气孔) 的位置。

1.3 计算步骤

(1) 对应第 1 布里渊区, 定义基矢和倒格矢。(2) 选取平面波个数。由中心元胞沿两个方面分别选取 n 个最近的网格点, 用于计算的平面波数目为 $N = (2n + 1)^2$; 构建 \vec{G} 矢量。如图 1 所示, $n = 3$, 故选取的是 49

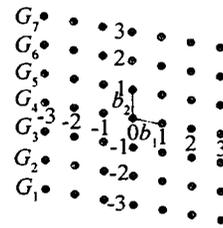


Fig 1 The sketch map of the reciprocal space

个平面波数。(3) 进行傅里叶变换得到 $\epsilon(\vec{G})$, 对于二维周期性结构, 矩阵为 $(4n + 1)$ 阶。(4) 利用傅里叶变换的平移性 (11) 式, 得到对于整胞的傅里叶转换矩阵。(5) 计算 $\epsilon(\vec{G} - \vec{G}')$ 及其逆矩阵 $\epsilon^{-1}(\vec{G} - \vec{G}')$ 。

(6) 对应第 1 布里渊区定义 \vec{k} 为简约波矢。(7) 根据 (8) 式构建本征方程。(8) 解本征方程, 得到本征频率。(9) 由简约波矢和最小本征频率计算基空间填充模 (fundamental filling mode, FSM) 有效折射率 n_{eff} 。

(10) 利用最小二乘法或样条插值放大求折射率对波长的二阶导数, 得到色散。

2 数值模拟结果

以一个圆柱空气孔、周期性三角排列 (假设为 5×5) 的全内反射型光子晶体光纤为例, 假设芯径为 $a/2$, 利用上述平面波法进行分析。该光子晶体光纤的横截面示意图如图 2 所示。

利用上面的平面波法, 分别就两种不同的情况, 对该光子晶体进行了分析。数值分析只计算了波导色散, 而没有考虑材料色散 $D_m(\lambda)$ 。材料色散可以由

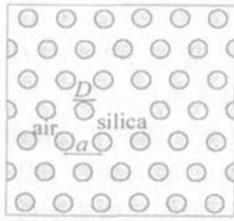


Fig 2 The cross section of PCFs

Sellmier经验公式^[19]计算出来,对于石英材料:

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_i \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2} \quad (13)$$

式中, $A_i = [0.0691116, 0.399166, 0.890423]$, $\lambda_i = [0.068227, 0.116460, 9.993704]$ 。

而总色散则可以近似为材料色散和波导色散 D_w 的简单相加:

$$D(\lambda) = D_m(\lambda) + D_w(\lambda) \quad (14)$$

而对于中心缺陷为空气孔的 PBG-PCF 则没有材料色散,只有波导色散。

2.1 空气孔间距 a 确定,相对孔径 f 不同

确定空气孔间距为 $a = 2.3 \mu\text{m}$, 分别选取不同的相对孔径 $f = D/a$ 为 0.2, 0.25, 0.3, 0.35 和 0.45, 模拟得到基空间填充模有效折射率 n_{eff} 和 V 参数因子随波长的变化曲线如图 3 所示, 其中模式参数 $v \approx$

$$k_0 a \sqrt{n_{\text{co}}^2 - n_{\text{eff}}^2}$$

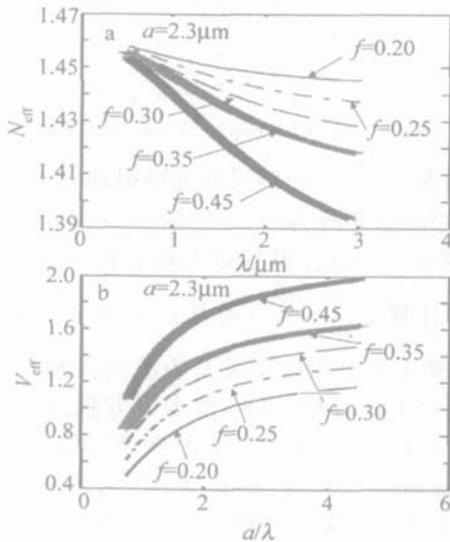


Fig 3 The effective index and V value as the function of wavelength

(1)包层有效折射率 n_{eff} 随波长增大而减小,在短波长区接近于中心折射率,在长波长区则接近于中心折射率。(2)模式参数 v 在短波长区几乎为常数,而在长波长区则随波长增大而减小。(3)相对孔径 f 越大,有效折射率越小,而 v 参数越大。相对孔径 f 越小,有效折射率越大,而 v 参数越小。所以可以通过改变相对孔径的大小来有效控制光纤的模式参数 v , 使其值小于 2.405, 从而单模运转。

利用样条插值的方法对有效折射率进行微分,模

拟得到色散,如图 4 所示。

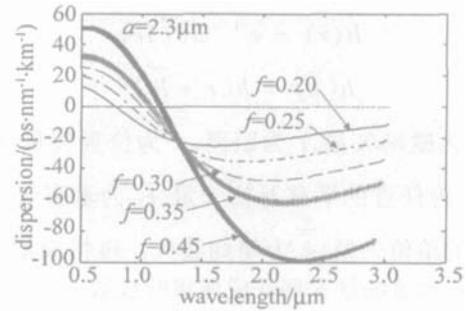


Fig 4 Chromatic dispersion curves as a function of wavelength

可以看出,波导色散有一个最大值和最小值,并且对于确定的空气孔间距 a , 相对孔径 f 增大时,色散曲线在两个轴方向都将伸展。所以可以通过相对孔径的设计来控制这种光纤的色散特性。

2.2 相对孔径 f 确定,空气孔间距 a 不同

同理确定相对孔径为 $f = 0.4$, 分别选取不同的空气孔间距为 $1 \mu\text{m}, 1.5 \mu\text{m}, 2 \mu\text{m}, 2.5 \mu\text{m}$, 和 $3 \mu\text{m}$, 模拟得到基空间填充模有效折射率 n_{eff} 和模式参数 V 因子随波长的变化曲线如图 5 所示。从图 5 可以看出,在相对孔径 f 确定的情况下,空气孔间距 a 越大,有效折射率越大。有意思的是, V 参数并不随空气孔间距 a

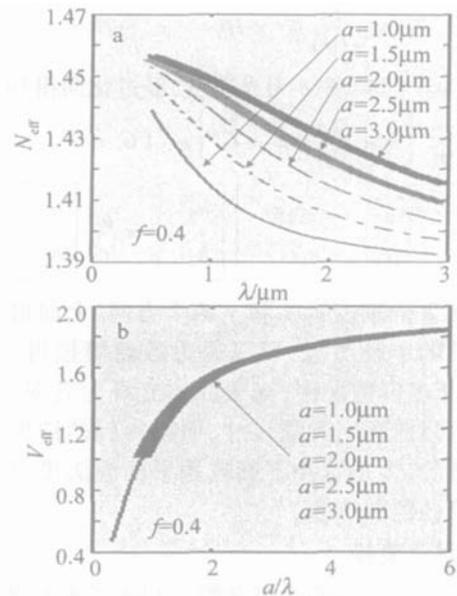


Fig 5 The effective index and V value as the function of wavelength

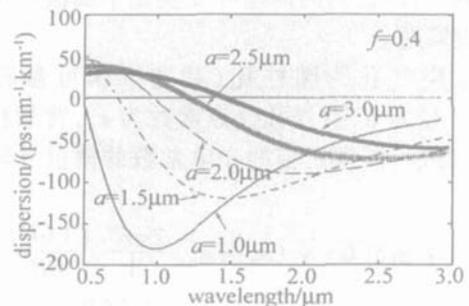


Fig 6 Chromatic dispersion curves as a function of wavelength

的变化而发生变化,而只由相对孔径决定。色散的模拟结果如图 6 所示。

波导色散同样有一个最大值和最小值,对于一定的相对孔径 f ,空气孔间距 a 增大时,色散曲线在波长轴方向伸展,而在色散方向上收缩。同样,可以通过空气孔间距的变化来控制色散。

3 小 结

应用平面波法,结合整胞法,模拟求出了光子晶体光纤的基空间填充模有效折射率 n_{eff} ,模式参数 v ,阐明了光子晶体光纤的无尽单模性质。在此基础上利用样条插值微分,求出了群速度色散,并着重分两种情况对光子晶体光纤的群速度色散进行了详细的分析和讨论。

分析表明,在空气孔间距 a 确定的情况下,相对孔径 f 越大,有效折射率越小,而 v 参数越大。相对孔径 f 越小,有效折射率越大,而 v 参数越小。波导色散有一个最大值和最小值,相对孔径增大时,色散曲线在两个轴方向都将伸展。

在相对孔径 f 一定的情况下,空气孔间距 a 越大,有效折射率越大。 v 参数并不随空气孔间距 a 的变化而发生变化,只与相对孔径有关。随着空气孔间距的增大,色散曲线在波长轴方向伸展,而在色散轴方向上收缩。

参 考 文 献

- [1] NIGHT J C, RUSSELL P S New way to guide light [J]. Science, 2002, 296 (5566): 276~277.
- [2] NIGHT J C, BR IKS T A, RUSSELL P J. All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding [J]. Opt Lett, 1996, 21 (19): 1547~1549.
- [3] NIGHT J C, BROENG J. Photonic band gap guidance in optical fibers [J]. Science, 1998, 282 (5393): 1476~1478.
- [4] YEH P, YAR IV A, MAROM E. Theory of Bragg fiber [J]. J O S A, 1978, 68 (9): 1196~1201.
- [5] B R K T A, ROBERT P J, RUSSELL P J. Full 2-D photonic bandgaps in silica/air structure [J]. Electron Lett, 1995, 31 (22): 1941~1943.
- [6] BUCZYNSKI R. Photonic crystal fibers [J]. Acta Physica Polonica, 2004, A106 (2): 141~167.
- [7] PAN Y Zh, ZHANG J, HU G J *et al* Photonic crystal fiber and laser [J]. Laser Technology, 2004, 28 (1): 48~51 (in Chinese).
- [8] L M H, LD NG F O, W ISE F W. Femtosecond ytterbium fiber laser with photonic crystal fiber for dispersion control [J]. Optical Express, 2002, 10 (25): 1497~1502.
- [9] L MPERT J, SCHREBER T, NOLTE S All fiber chiped-pulse amplification system based on compression in air-guiding photonic bandgap fiber [J]. Optical Express, 2003, 11 (24): 3332~3337.
- [10] CHAMPERT P A, POPOV S V, TAYLOR J K Generation of multi-watt, broadband continua in holey fibers [J]. Opt Lett, 2002, 27 (2): 122~124.
- [11] BJARKLEV A, BROENG J, DR DI K Dispersion properties of photonic crystal fiber [A]. ECOC'98 [C]. European: ECOC, 1998 135~136.
- [12] NIGHT J C, ARR IGA J, BR IKS T A. Anomalous dispersion in photonic crystal fiber [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2000, 12 (7): 807~809.
- [13] MOGLEVTSEV D, B R K T A, RUSSELL P J. Group-velocity dispersion in photonic crystal fiber [J]. Opt Lett, 1998, 23 (21): 1662~1664.
- [14] REN G B, LOU Sh Q, WANG Zh Study on dispersion properties of photonic crystal fiber by equivalent-index model [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24 (3): 319~323 (in Chinese).
- [15] HO KM, CHAN C T, SOUKOUL I S M. Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures [J]. Phys Rev Lett, 1990, 65 (25): 3152~3155.
- [16] LEUNG KM. Plane wave calculation of photonic band structures in photonic band gaps and localizations [M]. New York: Plenum Press 1993. 89~119.
- [17] HUANG K. Solid physics [M]. 2nd ed, Beijing: Advanced Education Press, 1988. 154~157 (in Chinese).
- [18] CHAMPENEY D C. Fourier transforms and their physical applications [M]. 10th ed, New York: Academic Press, 1973. 154~157.
- [19] LEUNG KM, L U Y F. Full vector wave calculation of photonic band structures in face-centered-cubic dielectric media [J]. Phys Rev Lett, 1990, 65 (21): 2646~2649.
- [20] OKADA K, AKAMATSU S, VON D M C. Analysis and synthesis of pose variations of human faces by a linear PCMAP model and its application for pose-invariant face recognition system [A]. Proceedings Fourth IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition [C]. USA: IEEE Computer Society, 2000. 142~149.
- [21] TROGE N F, BULTHOFF H. Face recognition under varying poses: the role of texture and shape [J]. Vision Research, 1996, 36 (12): 1761~1771.
- [22] R ICHARD O, PETER E, DAV D G. Pattern classification [M]. 2nd ed, Beijing: China Machine Press, 2003. 456~457 (in Chinese).
- [23] B IAN Z Q, ZHANG X G. Pattern recognition [M]. 2nd ed, Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 331~332 (in Chinese).
- [24] TRESP V, HOHMANN R. Nonlinear time-series prediction with missing and noisy data [J]. Neural Computation, 1998, 10 (3): 731~747.

(上接第 431 页)