

文章编号: 1001-3806(2006)01-0005-04

衰荡光腔中腔镜倾斜分析

易亨瑜^{1,2}, 吕百达¹, 张凯²

(1 四川大学 激光物理与化学研究所, 成都 610064; 2 中国工程物理研究院 应用电子学研究所, 绵阳 621900)

摘要: 分析了衰荡腔中腔镜倾斜产生的腔长失调和单程损耗因子变化, 根据失调腔矩阵分析方法并参照实验参数, 建立了腔镜角度失调下反射率测量的理论模型。利用该模型, 模拟了不同腔镜倾斜量下的衰荡信号波形, 分析了波形变化的原因, 研究了测量精度与腔镜倾斜量的关系。分析表明, 腔镜微小倾斜产生的衍射损耗的变化可以忽略, 但导致的腔长变化和衰荡光斑漂移, 会限制测量的精度。将衰荡波形的变化用于腔镜角度的精确调节中, 可以提高该测量精度。

关键词: 光学测量; 光腔衰荡; 反射率; 腔镜倾斜

中图分类号: O432.2 **文献标识码:** A

Analysis of cavity mirrors' tilt in ring-down cavity

YI Heng-yu^{1,2}, LÜ Bai-dai¹, ZHANG Kai²

(1. Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China; 2. Institute of Applied Electronics, CAEP, Mianyang 621900, China)

Abstract The change of the cavity length and single pass loss in ring-down cavity is deduced from the misalignment angle of cavity mirrors. Based on the matrix method of misalignment resonator and experimental parameters, a theoretical model is proposed to simulate measurement of reflectivity for cavity mirrors' tilt in ring-down cavity. Applying this model, the waveform of ring-down signal can be simulated and its change reason is analyzed. Then the relation between measurement precision and cavity mirrors' tilt is studied. The analysis shows that the measurement precision drops rapidly with length misadjustment and spot offset brought by cavity mirrors' tilt. To improve measurement precision, it is suggested that ring-down signal on the oscillograph should be applied to adjust the cavity mirror.

Key words optical measurement; cavity ring-down; reflectivity; cavity mirrors' tilt

引 言

光腔衰荡法是一种用于高反射镜的超高反射率测量方法, 在直腔方式下, 可以通过更换腔镜测定其反射率^[1-4]。它也是一种微弱吸收测量方法^[5,6]。在超高反射率的测试研究中, 光腔衰荡法的测量精度倍受关注, 其影响因素主要是腔长失调、探测器口径、腔镜倾斜以及耦合模式不匹配等。作者已研究过腔长失调、探测器口径对光腔衰荡法测量精度的影响^[7,8]。SANDERSON 等^[9]研究了谐振腔中腔镜倾斜对输出光斑模式的影响。SPULER 等^[10]利用商用软件分析了光束在衰荡腔中的传输, 在腔镜倾斜方面, 概略地分析了光束位移与腔参数 g 的关系。

实际应用中由于调节精度的限制, 衰荡腔作为注

入腔, 其腔镜的微小倾斜总是存在。一方面它会导致衰荡腔的菲涅耳数变化, 增大衍射损耗; 另一方面使腔长变化和衰荡光斑漂移, 从而影响光腔衰荡法的测量精度, 这方面尚未进行深入分析。本文中根据失调腔矩阵分析方法, 通过失调灵敏度与谐振腔单程损耗因子的关系, 得到了腔镜倾斜下衰荡腔的衍射损耗; 结合几何分析得到了腔长失调和探测光束漂移; 最后根据光腔衰荡法的测量原理模拟了腔镜倾斜下探测信号衰荡曲线的变化情况, 分析了样品反射率的测量精度与腔镜倾斜的关系。

1 理论分析

1.1 腔镜倾斜分析

在反射率测量实验中常以共焦腔作为衰荡腔^[3,4]。对于共焦腔, 其腔镜的倾斜总可以归结为在一个方向发生, 即简化为一个二维谐振腔的失调。另外一个腔镜任意角度的失调, 都可以转化为两腔镜相同角度的对称失调。

如图 1 所示, 原准直共焦腔的腔长为 L , 腔参数为 g 。腔镜曲率半径为 R , 尺寸为 a_0 。当腔镜角度失调

基金项目: 中国工程物理研究院科学技术基金资助项目 (20030442)

作者简介: 易亨瑜 (1969-) 男, 高级工程师, 博士, 从事光学检测技术研究。

Email: yihengyu@ sina.com

收稿日期: 2004-12-09; 收到修改稿日期: 2005-01-11

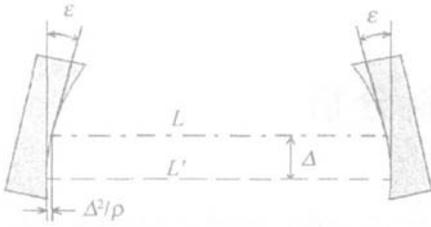


Fig 1 Cavity mirrors' tilt in confocal resonator

时,假设两腔镜在 x 方向相对原准直位置都倾斜了 ε , 此时失调腔可视为腔长发生了变化的非对称谐振腔。在微小失调下利用几何分析可得^[9], 对于原准直腔, 失调后的腔长 L' 和腔轴平移量 Δ 为:

$$L' = L + \frac{\Delta^2}{\rho}, \quad \Delta = \frac{\varepsilon L}{1-g} \quad (1)$$

基于上述分析,在腔失调下,根据文献[11],取靠近探测器的腔镜处为参考面,由它反射的光线往返1周的失调 ABCD 矩阵为:

$$\begin{bmatrix} A & B & \phi & X \\ C & D & \Psi & \omega \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L + \Delta^2/\rho & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2/\rho & 1 & 0 & -2\varepsilon \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & L + \Delta^2/\rho & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2/\rho & 1 & 0 & -2\varepsilon \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

利用上面的失调腔的增广矩阵可以计算在衰荡过程中第 j 次到达探测器上的脉冲光斑漂移量 Δ_j 和光束方向余弦 Ψ_j :

$$\begin{bmatrix} \Delta_{j+1} \\ \Psi_{j+1} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & \phi & X \\ C & D & \Psi & \omega \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta_j \\ \Psi_j \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

据文献[8]和文献[12],在腔镜微小失调下,衰荡腔的注入光斑在腔内因模式不匹配造成的功率损耗较小,故本文中不予考虑。

1.2 倾斜引起的衍射损耗变化

在腔镜微小倾斜下,对于 TEM₀₀ 模可用一阶微扰法推导出失调腔的衍射损耗因子^[13]为:

$$V_i \approx V_0 \left[1 - \varepsilon_i^2 \frac{S^2}{\exp(2S^2) - 1} D_i^2 \right] \quad (4)$$

式中, D_i 为镜 i 倾斜引入失调灵敏度参量, $i=1, 2$; S 为相对孔径; V_0 是准直腔的损耗因子:

$$V_0 = 1 - \exp(-2S^2), \quad S = \frac{a_0}{\sqrt{2}w_0} \quad (5)$$

式中, w_0 为共焦腔镜的腰斑半径。

忽略散射和其它损耗,衰荡腔的损耗主要有几何偏折损耗 δ_b 、衍射损耗 δ_k 、腔内介质吸收损耗 δ_a 和腔镜不完全反射损耗 δ_r 。在光腔衰荡测量系统中,选择高斯基模光束作为测量光束,稳定腔为测量腔体,并在测量腔体抽真空,这样可以忽略 δ_a 和 δ_b 。所以腔损耗可表示为:

$$\delta \approx \delta_1 + \delta_2 = \delta_{11} + \delta_{12} + \delta_r = -\frac{1}{2} \ln(V_1 V_2 R_0^2) \quad (6)$$

1.3 倾斜下的衰荡信号和测量值

根据 ABCD 定律,可计算出入射基模第 j 次到达腔镜 M_2 处的光束复参数 Q_j 、曲率半径 ρ 和光斑半径 w_j 。

腔镜倾斜有几种情况,对应着不同的初始光线参数变。根据实验调节习惯,假设探测器孔径对准的是初始光线,其法向与失调腔轴线平行。由高斯基模光束的复振幅表达式得到失调后衰荡腔第 j 次的输出脉冲峰值振幅:

$$E_j = \frac{(1-R_0)R_0^j}{w_j} \exp\left[-\frac{(r+\Delta_1-\Delta_j)^2}{w_j^2}\right] \times \exp\left[-\frac{k(r+\Delta_1-\Delta_j)^2}{2\rho} - kz\right] \quad (7)$$

式中, R_0^j 表示 R_0 的 j 次方。实验中根据激光脉冲宽度选取适当的衰荡腔腔长,以避免光脉冲在腔内形成干涉叠加,这样探测器接收的衰荡腔第 j 次输出的脉冲峰值信号功率为:

$$I_j = \int_0^\Phi |E_j|^2 2\pi r dr \quad (8)$$

式中, Φ 是探测器的接收半径。由 (8) 式可分析腔镜倾斜对谐振腔基模光束衰荡波形的影响。

在测量中常采用线性拟合方法^[3,4]来处理衰荡信号的对数变化曲线。对于数据 (t_k, y_k) , $k=1, 2, \dots, n$, 取表达式为:

$$y(t) = at + b \quad (9)$$

由最小二乘原理得 a 与 b 满足^[14]:

$$\begin{cases} a \sum_{k=1}^n t_k^2 + b \sum_{k=1}^n t_k = \sum_{k=1}^n t_k y_k \\ a \sum_{k=1}^n t_k + bn = \sum_{k=1}^n y_k \end{cases} \quad (10)$$

根据理想情况下的光腔衰荡法原理,可得腔内光脉冲衰减时间 τ 和反射率测量值 R 如下:

$$\tau = \frac{2L}{c} \frac{dt}{dy}, \quad R = \exp\left(-\frac{L}{c\tau}\right) \quad (11)$$

通过腔镜测量值 R 和真实值 R_0 的比较就可以分析测量精度与腔镜倾斜的关系。

2 模拟计算

取共焦腔长度 $L = 1\text{m}$ 、腔镜直径 $a_0 = 30\text{mm}$ 、其反射率 $R_0 = 99.9\%$ 、波长 $\lambda = 1.064 \times 10^{-6}\text{m}$ 的激光, 探测器口径为 $\varnothing 0.7\text{mm}$; 根据定义, 共焦腔的腔镜 i 失调引入的失调灵敏度为 $D_i^2 = \pi/\lambda$; 由瑞利判据得到实验中肉眼调节的最小失调角为 $2\theta = \sqrt{2}w_0/L = 5.81964 \times 10^{-4}\text{rad}$ 。取失调角为 $-200 \sim 200$ 时, 得到图 2。可以看到单程损耗因子 $V_1 V_2 \approx 1$, 衍射损耗 $\xi_0 \approx 0$ 。这说明衰荡腔作为注入腔, 因腔镜微小倾斜产生的衍射损耗变化可以忽略, 不会影响测量结果。

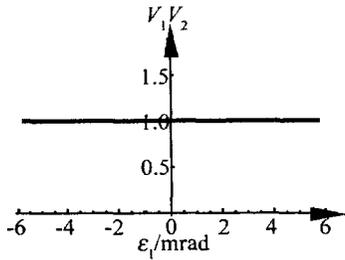
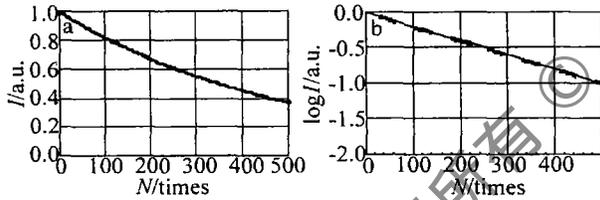


Fig 2 Cavity loss vs misalignment angle

在腔镜无倾斜时, 可得到探测光束的衰荡波形, 如图 3a 所示, 图中横轴 N 的单位为脉冲衰荡周期。对



其进行对数变换并数值拟合, 如图 3b 所示, 可得到样品反射率的模拟测量值 $R = 99.9\%$, 与腔镜真实值相等。当衰荡腔角度失调时, 其衰荡波形和对数变换图都会发生相应的变化, 图 4a 图 4b 是衰荡光腔中一个腔镜倾斜 $\varepsilon = 0.20$ 下的衰荡波形和对数变换的线性拟合图。

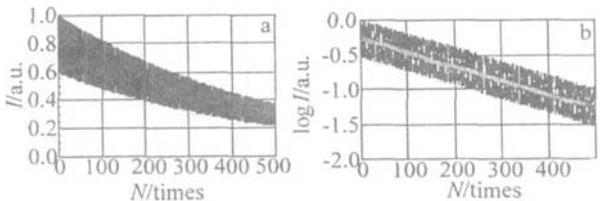


Fig 4 Ring-down waveform (a) and fitting of its logarithm plot (b) in the tilted resonator

为了清楚地显示衰荡波形的细节, 以便进行实验调节, 可以将衰荡信号进行时间展宽。利用卷积算法可得到时间展宽后衰荡波形为:

$$y(t) = \int f(x)I(t-x)dx \quad (12)$$

式中, $f(t)$ 为探测器上的单脉冲波形, $I(t)$ 是周期性峰

值信号 I_j 和“零”信号的集合。 I_j 为衰荡腔第 j 个周期输出到探测器的脉冲峰值功率, 如 (8) 式所示。根据文献 [15] 中的实验结果, 可用归一化高斯线型来模拟单脉冲波形 $f(t)$, 其公式如下:

$$f(t) = \exp\left[-\frac{t^2}{w^2}\right] \quad (13)$$

式中, w 为波形半径参数, 与探测器响应的时间常数相关。为了避免衰荡腔输出光脉冲在探测器上形成叠加, 在本文的仿真模拟中取 $w = 5\text{ns}$ 。

利用上述方法进行数值仿真, 在 $\varepsilon = \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.65, 1\}$ 下示波器上展宽后的衰荡波形如图 5 所示。可以看到随着腔镜倾斜角度的增大, 偶数次脉

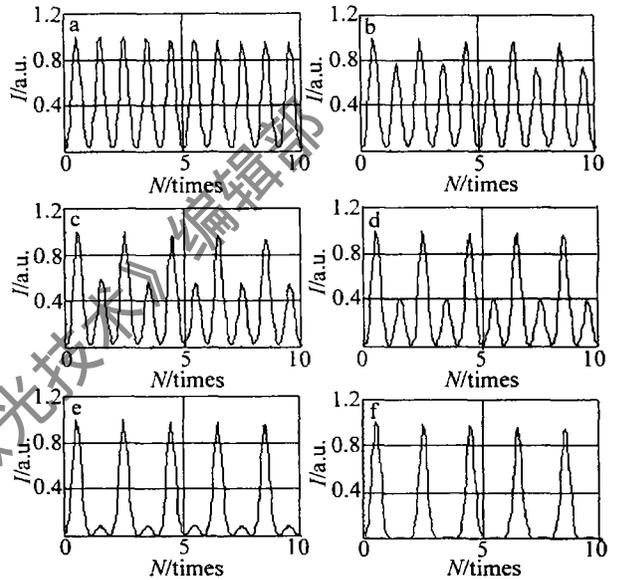


Fig 5 Ring-down waveform at several cavity mirrors' tilt angles
a- $\varepsilon = 0$ b- $\varepsilon = 0.10$ c- $\varepsilon = 0.20$ d- $\varepsilon = 0.30$ e- $\varepsilon = 0.650$
f- $\varepsilon = 0$

冲信号逐渐减弱并消失, 这与实验现象一致。它表明腔镜的精确调节, 可以将衰荡过程中探测器接收的奇、偶次脉冲峰值是否近似相等作为实验调节依据。

从数值仿真与实验现象可以知道, 波形半径参数 w 取不同值时, 衰荡波形不同。为了消除探测器响应性能的影响, 在下面的分析中, 只分析探测器接收的各个周期内脉冲峰值信号的变化情况。图 6a 图 6b 中

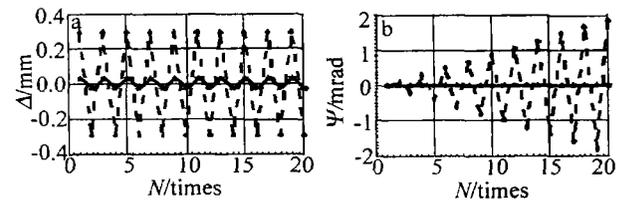


Fig 6 Comparison of ring-down signals at two tilt angles
a- spot offset b- beam's aspect cosine

分别给出了腔镜在不同倾斜程度下, 探测光束的光斑漂移和其对 x 轴的方向余弦随衰荡时间的变化, 图中实线表示失调角度 $\varepsilon = 0.10$ 虚线表示 $\varepsilon = 0$ 。可以看

到,随着失调角度的增大,探测光束的光斑漂移和方向余弦增大,逐渐逸出探测器口径,从而导致偶数次脉冲信号随失调角度增大而减弱。通过模拟计算可得,相对于失调腔的轴线位置,探测光束的光斑漂移的平均值随失调角度大小所呈现的变化情况,见图7。图中失调角度 ε 取 θ 的倍数。可见探测光束的光斑漂移,不是关于腔轴对称的,而且随着失调角度的增大远离腔轴,最终导致探测光束无法进入探测器,使衰荡信号逐渐下降。这与实验调节现象相符。

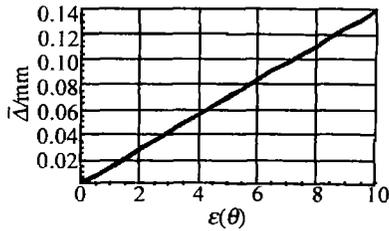


Fig 7 Offset of detecting beam vs the tilt angle

下面讨论失调角度对反射率测量结果的影响。取样品反射率 $R = 99.9\%$,通过数值模拟,得到了样品的测量值随失调角度的变化。如图8a所示,随着失调角度的增大,测量值的绝对误差 ΔR 呈幂指数上升。由图可知,对腔镜进行精密调节,可以抑制测量误差。图8b是相应的相对误差曲线。当失调角 $\varepsilon < 20$ 时,即可以通过肉眼的调节腔镜,使测量的相对误差小于 10^{-6} 。

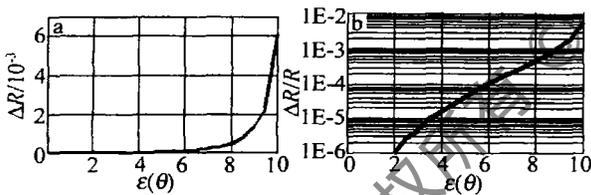


Fig 8 Measurement precision changes with angle of the cavity mirror's tilt
a—absolute error b—relative error

3 结论

在只考虑腔镜倾斜的情况下,通过计算,模拟了光腔衰荡的反射率测量过程,分析了腔镜倾斜对测量精度的影响。研究表明,镜片的微小倾斜,导致的衰荡腔菲涅耳数变化和衍射损耗变化可以忽略,但其导致的腔长变化和衰荡光斑漂移,对测量精度影响较大。对测量结果的分析可知,腔镜倾斜量越小,其测量的相对

误差越小。可以通过肉眼的调节腔镜,使测量的相对误差小于 10^{-6} 。若要进一步提高测量精度,失调角必须控制在 20 以内,这只能在示波器上对衰荡信号进行时间展宽后,依据偶次脉冲相互大小来实现腔镜的精确调节。

参考文献

- [1] ANDERSON D Z, FRISCH J C, MASSER C S M in-or reflector based on optical cavity decay time [J]. Appl Opt 1984, 23(8): 1238~1245
- [2] REMPE G, THOMPSON R J, KIMBLE H J Measurement of ultraslow light in an optical interferometer [J]. Opt Lett 1992, 17(5): 363~365
- [3] SUN F G, DAID X, XIE J C *et al* Accurate reflectivity measurement of high reflective mirrors via a cavity ring-down method [J]. Chinese Journal of Lasers 1999, A26(1): 35~38 (in Chinese).
- [4] ZHAO H T, LIU X J, WANG J R reflectivity measurement of cavity mirrors and reflective mirrors by cavity ring-down spectroscopy [J]. Journal of Optoelectronics & Laser 2001, 12(1): 71~73 (in Chinese).
- [5] MA T M, LEUNG W H, CHEUNG S C Cavity ring-down laser-absorption spectroscopy of RC [J]. Chemical Physics Letters 2004, 385(3): 259~262
- [6] SNEED M, UBACHS W. Cavity ring-down measurement of the O-2-O-2 collision-induced absorption resonance at 477 nm at subatmospheric pressures [J]. Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer 2003, 78(2): 171~178.
- [7] YIH Y, LÜ B D, HU X Y *et al* Influence of length misadjustment on itsometrical precision of ring-down cavity spectroscopy [J]. High Power Laser and Particle Beams 2004, 16(8): 993~996 (in Chinese).
- [8] YIH Y, LÜ B D, PENG Y *et al* Influence of detector's aperture on itsometrical precision of ring-down cavity [J]. Laser Technology, 2004, 28(3): 231~236 (in Chinese).
- [9] SANDERSON R L, STEFFER W. Laser resonator with tilted reflectors [J]. Appl Opt 1969, 8(11): 2241~2248
- [10] SPULER S, LINNE M. Numerical analysis of beam propagation in pulsed cavity ring-down spectroscopy [J]. Appl Opt 2002, 41(15): 2868~2868.
- [11] LÜ B D. Laser optics [M]. Chengde: Sichuan University Press 1992 339~358 (in Chinese).
- [12] XIAO C X, DING J X. The effect of resonator misalignment on mode coupling [J]. Laser Journal 1996, 17(3): 128~131 (in Chinese).
- [13] HAUCK R, KORTZ H P, WEBER H. Misalignment sensitivity of optical resonators [J]. Appl Opt 1980, 19(4): 598~601
- [14] XU Sh L. Common arithmetic in computer [M]. Beijing: Tsinghua University Press 1996 202~205 (in Chinese).
- [15] YIH Y, PENG Y, TIAN X Q *et al* Experimental study on reflectivity measurement of single wavelength by cavity ring-down method [J]. Laser Technology, 2005, 29(4): 337~339 (in Chinese).