文章编号: 1001-3806(2005)06-0620-03

双随机相位不对称分数傅里叶变换计算全息

王红霞,盛兆玄,毛彩荣
(第二炮兵工程学院 物理教研室,西安 710025)

摘要: 提出了双随机相位不对称分数傅里叶变换计算全息。首先用一随机相位函数乘以输入图像信息,然后沿 x 方向实施 α级次的一维分数傅里叶变换,再乘以第 2个随机相位函数,最后沿 y方向实施 β级次的一维分数傅里叶变换。采用迂回位相编码法对变换后的结果编码,绘出计算全息图。为了恢复原图像,需要知道变换级次和随机相位函数。利用这种方法进行图像加密,使加密图像的密钥由原来两重增加到四重,从而提高了系统的保密性能。

关键词: 双随机相位;分数傅里叶变换;计算全息;迂回位相编码法;光学安全
中图分类号: O438.1 **文献标识码**: A

Double random phase computer generated hologram of asymmetry fractional Fourier transform

WANG Hong-xia, SHENG Zhao-xuan, MAO Cai-rong
(Department of Physics, the Second Artillery Engineering Institute, Xi'an 710025, China)

Abstract: A new optical encryption technique based on double random phase computer-generated hologram of asymmetry fractional Fourier transform is presented. In this method, two phase functions are introduced into the input image and its fractional domain spectrum before the fractional Fourier transform hologram of original object of different order in the x and y directions. The transformed result is coded and fabricated into computer-generated hologram. In order to reconstruct the encoded image, two random functions and two orders must be matched. Because the decoding keys are added to four from two, anti-counterfeiting intensity can be improved greatly when it is used to encrypt image or anti-counterfeit.

Key words: double random phase; fractional Fourier transform (FRT); computer generated hologram (CGH); detour phase coding method, optical security

引 言

光学技术用于安全领域,最早可追溯到 80年代初期,American Banknote Holographic公司首次为 Visa公司和 MasterCard国际公司生产的信用卡引入全息防伪技术。此后的 10年里,这种基于彩虹全息的防伪技术,迅速应用到安全和日常工作的方方面面。然而与此同时,尤其是近年来随着高速个人计算机,高分辨率彩色打印机、复印机、扫描仪的发明和商业化应用,本来难以复制的全息图,只要被 CCD捕捉,在经过计算机处理,便可在商用透明胶片上打印输出。这无疑对传统的光学防伪技术提出严峻的挑战,因而很有必要寻求某些新的具有更高性能的安全技术。计算全息图作为一种制作全息图的新技术,不同于一般的光学全息。它是以衍射光学理论为基础,结合数字计算和通讯调制理论,采用计算机合成的数字全息图。和光学全息相比,计算全息图具有噪声小、易复制、功能灵活、适用范围广等独特的优点[1]。因而计算全息技术越来越被广泛地应用于图像加密、图像显示、相关识别、波面整形、干涉计量、激光扫描等各领域。

分数傅里叶变换是近年来发展的一种全新的时频分析工具[2~5],它是傅里叶光学的发展和延拓。分数傅里叶变换将其分数阶作为一个新的自由度,大大丰富了光学信息处理的内容,目前已在很多方面得到了应用,如分数卷积、分数相关、分数傅里叶变换域滤波、图像防伪等[6~10]。同时,分数傅里叶变换也是分析光束传输和光学系统的有力工具。

作者在研究不对称分数傅里叶变换计算全息用于图像防伪的基础上[11],进一步提出了双随机相位不对称分数傅里叶变换计算全息。在本文的方法中,首先用一随机相位函数乘以输入图像信息,然后沿 x方向实施 α级次的一维分数傅里叶变换,再乘以第 2个随机相位函数,最后沿 y方向实施 β级次的一维分数傅里叶变换。将变换结果采用罗曼 III迂回相位编码法记录在计算全息图上。为了恢复原始图像,需要知道变换级次和随机相位函数。利用这种方法进行图像加

作者简介:王红霞 (1962-),女,教授,现从事激光探测、光电信息处理方面的工作。
E-mail: redlightw@163.com
收稿日期: 2004-09-14;收到修改稿日期: 2004-10-01

密,使加密图像的密钥由原来两重增加到四重,从而提高了系统的保密性能。这种方法在设计制作上更显方便灵活,可以制成一种新的安全认证系统,因而有较高的使用价值。

1　分数傅里叶变换及其快速算法

分数傅里叶变换的定义形式有多种,下面以 1980年 NAMIAS提出的分数傅里叶变换数学定义为例,设输入函数为 $f(x)$,则 α阶分数傅里叶变换定义为:

$$F^{\alpha}\{\nu\}=\frac{\exp\left(i\frac{\pi}{4}+i\frac{\phi}{2}\right)}{[|\sin(\phi)|]^{1/2}}\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\times\exp\left[\frac{i\pi(x^2+\nu^2)}{\tan\phi}-\frac{i2\pi x\nu}{\sin\phi}\right]dx \tag{1}$$

式中,$\phi=\alpha\pi/2$,α为实值分数级次。

为了方便讨论,将上式改写为:

$$F^{\alpha}\{f\}=c\exp\left(\frac{i\pi\nu^2}{\tan\phi}\right)\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\exp\left(\frac{i\pi x^2}{\tan\phi}\right)\times\exp\left[-\frac{i2\pi x\nu}{\sin\phi}\right]dx \tag{2}$$

如此改写,是突出了积分式中的一个啁啾项 $\left[\exp\left(\frac{i\pi x^2}{\tan\phi}\right)\right]$和一个带尺度因子的傅里叶变换项 $\left[\exp\left(-\frac{i2\pi x\nu}{\sin\phi}\right)\right]$。要计算这个表达式,从直观上就可以归结出一个计算步骤:(1)对输入信号和啁啾信号进行离散化处理分别得到 $f(n)$,$(-N/2\leqslant n\leqslant N/2)$及离散啁啾信号 $\exp\left(\frac{i\pi n^2}{\tan\phi}\right)$,这里 N为采样总数;(2)将 $f(n)$乘以相应的啁啾项 $\exp\left(\frac{i\pi n^2}{\tan\phi}\right)$,形成复合信号;(3)对这个组合变量进行傅里叶变换;(4)对变换结果作尺度变换,变换因子为 $1/\sin\phi$;(5)乘以常数因子及啁啾信号 $\exp\left(\frac{i\pi\nu^2}{\tan\phi}\right)$。

通过调用快速傅里叶变换算法,可以计算分数傅里叶变换,而且大大降低计算量。采用这种方法为设计分数傅里叶变换计算全息图提供了有力的工具。

2　双随机相位不对称分数傅里叶变换计算全息图的制作

设输入图像信息 $f(x,y)$,两个随机相位函数分别是 $M_1=\exp[in(x,y)]$,$M_2=\exp[ib(u,v)]$,其中,$n(x,y)$和 $b(u,v)$分别代表均匀分布在 $[0\quad 2\pi]$的独立白噪声,这里 x,y代表相应的空间域坐标,u,v代表相应的频率域坐标。

(1)在满足抽样定理的条件下,分别对 $f(x,y)$,$\exp[in(x,y)]$,$\exp[ib(u,v)]$,进行离散抽样;(2)利用上述分数傅里叶变换算法对 $f(x,y)\exp[in(x,y)]$的列向量进行变换级次为 α的一维离散分数傅里叶变换得到 $F_1(u,v)$;(3)对 $F_1(u,v)\exp[ib(u,v)]$的行向量进行级次为 β的分数傅里叶变换得到 F_2;(4)然后对 F_2取转置,得到 F_3,F_3就是需要的双随机相位不对称分数傅里叶变换的结果;(5)采用罗曼 Ⅲ型迂回相位编码法对 F_3进行编码,最后经过计算机绘图输出、激光打印输出、光学缩版和冲洗就得到不对称分数傅里叶变换计算全息图。

3　光学再现

将制得的计算全息图放入如图 1所示的输入面

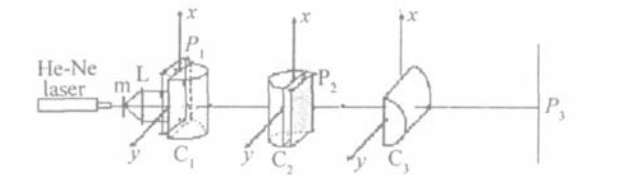

Fig 1　Reconstruction optical system device of double random phase CGH of asymmetry FRT, m—PIN filter, L—collimation lens, C_1, C_2, C_3—cylinder lens, P_1—input plane, P_2—random phase filter, P_3—output plane

P_1处,为了恢复原始图像 $f(x,y)$,加密图像 F_3需先沿 y方向进行级次为 β的一维逆分数傅里叶变换得到 $F_1(u,v)\exp[ib(u,v)]$,作者采用一次菲涅耳衍射两次相位变换来实现这一变换,见图 1中的 C_1,C_2;然后用 $M_3=M_2^*=\exp[-ib(u,v)]$滤波得到 $F_1(u,v)$,这一步采用相位滤波片实现,见图 1中的 P_2。对 $F_1(u,v)$沿 x方向实施级次为 α的一维逆分数傅里叶变换得到 $f(x,y)\exp[in(x,y)]$,采用一次相位变换两次菲涅耳衍射实现这一变换,见图 2中的 C_3。如果 $f(x,y)$是复函数,则完全恢复 $f(x,y)$需要用 $M_4=M_1^*=\exp[-in(x,y)]$来消除随机相位;如果 $f(x,y)$是正的实数函数,随机相位函数 $\exp[in(x,y)]$可以通过用光强敏感的探测器来消除。图中透镜 C_1和 C_2的焦距为 f_1,C_3的焦距为 f_2,滤波片 P_2紧靠透镜 C_2的背面。根据分数傅里叶变换的光学实现条件:

$$d_1=f_1(1-\cos\phi_1)=f'\sin(\phi_1) \tag{3}$$

$$f'=f_1\tan(\phi_1/2) \tag{4}$$

式中,f为标准焦距,$\phi_1=\beta\pi/2$,d_1为输入面 P_1到滤波片 P_2之间的距离。

$$d_2=d_3=f_2(1-\cos\phi_2)=f'\tan(\phi_2/2) \tag{5}$$

$$f'=f_2\sin(\phi_2) \tag{6}$$

式中,$\phi_2=\alpha\pi/2$,d_2为滤波片 P_2到 C_3之间的距离,d_3为透镜 C_3到输出面 P_3之间的距离。

4　计算机模拟仿真实验

采用当前流行的 MATLAB语言进行编程模拟。

实验中选取像素为 128 ×128的大写英文字母 H的二值图作为输入图像信息,如图 2a所示。随机相位函

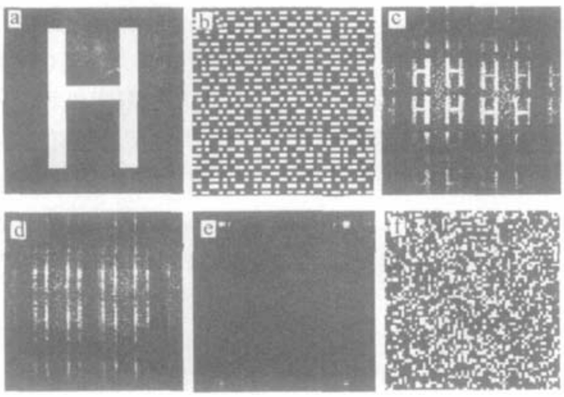

Fig 2 Results simulated by computer

a—original objects b—double random phase CGH of asymmetry FRT c—reconstructed result by order $\alpha = -0.1, \beta = -0.5$ d—reconstructed result by $\alpha = -0.1, \beta = 0.5$ e—reconstructed result by $\alpha = 0.1, \beta = 0.5$ f—reconstructed results by order $\alpha = -0.1, \beta = -0.5$ without phase of $\exp[-in(x, y)]$

数调用 MATLAB 语言中的 Randn (128, 128)生成,对输入图像沿 x方向和 y方向分数傅里叶变换的级次分别为 $\alpha = 0.1, \beta = 0.5$,采用罗曼 Ⅲ型迂回相位编码法进行编码,运行计算机程序绘图程序画出字母 H的双随机相位不对称分数傅里叶变换计算全息图,如图 2b所示,图 2b只是计算全息图的一小部分的放大图。由于输入图像选取的是二值 (实值)图像,所以模拟再现的光强不受 $\exp[in(x, y)]$的影响。图 2c和图 2d为计算机模拟的结果。图 2c为逆变换的级次取为 $\alpha = -0.1, \beta = -0.5$,同时经过 $\exp[-in(x, y)]$滤波再现的图像,可以看出,这时解密密钥完全正确,再现出了正确的原始图像。图 2d为 $\alpha = -0.1, \beta = 0.5$,同时经过 $\exp[-in(x, y)]$滤波的再现图像,这时,由于 y方向变换级次不匹配,再现出来的图像丢失了 x方向的信息。图 2e为 $\alpha = 0.1, \beta = 0.5$,同时经过 $\exp[-in(x, y)]$滤波的再现图像,这时,两个方向的变换级次都不匹配,虽然相位密钥匹配,也不能再现出原始的图像。图 2f为 $\alpha = -0.1, \beta = -0.5$,但没有经过 $\exp[-in(x, y)]$滤波的再现图像,这时,虽然两个变换级次密钥都匹配,但没有相位解密也不能再现出原始的图像。从计算机模拟结果可以非常明显地看出,只有当密钥 $\alpha, \beta, \exp[-in(x, y)]$和加密系统的相应参数完全匹配时,才能正确再现出图像,任何一个密钥不匹配,都不能再现出原始图像。

5 结 论

利用了双随机相位不对称分数傅里叶变换计算全息实现了输入图像的编码和解码。通过计算机模拟再现获得了满意的实验结果。从计算机模拟实验结果可以看出,对于输入的实值图像函数,仅当记录系统和再现系统的相对应参数 $\alpha, \beta, \exp[ib(u, v)]$完全匹配时,方可再现出原始图像信息;对于输入复值图像函数,仅当 $\alpha, \beta, \exp[-in(x, y)]$和 $\exp[ib(u, v)]$完全匹配时,才能实现加密图像的解密。双随机相位不对称分数傅里叶变换计算全息用于图像加密,比单纯的不对称分数傅里叶变换计算全息,解码密钥由原来的两重增加到四重,这些特点使其在防伪力度提高的同时,实际应用也更为方便,因而用于图像信息加密时,具有很高的安全性。

参 考 文 献

[1] 虞祖良,金国藩. 计算机制全息图 [M]. 北京:清华大学出版社, 1984. 41～44.

[2] NAMIAS V. The fractional order Fourier transform and its application in quantum mechanics[J]. J Inst Maths Appl, 1980, 25 (3): 241～265.

[3] DORSCH R G, LOHMANN A W, BITRAN Y *et al.* Chirp filtering in the fractional Fourier domain [J]. Appl Opt, 1994, 33 (32): 7599～7602.

[4] MENDLOVIC D, OZAKATAS H M. Fourier transforms and their optical implementation [J]. J O S A, 1993, A10 (9): 1875～1881.

[5] GARCIA J, FERREIRA C, MENDLOVIC D *et al.* Anamorphic fractional Fourier transforming [J]. Proc SPIE, 1996, 2730: 271～274.

[6] MENDLOVIC D, OZAKATAS H M, LOHMANN A W. Fractional correlation [J]. Appl Opt, 1995, 34 (2): 303～309.

[7] 李 俊,王红霞,何俊发 *et al.* 一种分数相关尺度畸变不变识别新方法 [J]. 激光技术, 2005, 29 (2): 180～182.

[8] 郭永康,黄奇中,杜惊雷 *et al.* 分数傅里叶变换全息图及其防伪中的应用 [J]. 光学学报, 1999, 19 (6): 821～825.

[9] UNNIKRISHNAN G, JOSEPH J, SINGH K. Optical encryption by double-random phase encoding in the fractional Fourier domain [J]. Opt Lett, 2000, 25 (12): 887～889.

[10] GUO Y K, ZENG Y S, XIE Sh W *et al.* Implementation of image encoding and decoding by fractional Fourier transform CGH [J]. Proc SPIE, 2002, 4924: 31～38.

[11] 盛兆玄,王红霞,何俊发 *et al.* 不对称分数傅里叶变换计算全息 [J]. 激光技术, 2005, 29 (3): 295～296.