

文章编号: 1001-3806(2005)05-0519-03

# 一种半导体激光自混合效应模型参数的测量方法

李世阳, 禹延光\*, 叶会英, 付广春  
(郑州大学 信息工程学院, 郑州 450052)

摘要: 从半导体激光自混合干涉系统的一般模型公式出发, 建立了一个非线性函数模型, 利用非线性最小二乘法的曲线拟合, 来估计半导体激光自混合效应的模型参数——线宽展宽因数和光反馈因数。经计算仿真分析表明, 该算法有较好的收敛性, 迭代次数少且参数估计精度高, 是半导体激光自混合效应参数测量的一种有效方法。

关键词: 半导体激光; 自混合效应; 非线性拟合; 最小二乘法

中图分类号: TN248.4 文献标识码: A

## The estimation of the parameters in the model of the self mixing effect in semiconductor lasers

LI Shiyang, YU Yan-guang, YE Hui-ying, FU Guang-chun

(College of Information Engineering Zhengzhou University, Zhengzhou 450052, China)

**Abstract** A model of the nonlinear function was established based on the general model of the self mixing effects. The model was used to estimate the parameters in the model of the self mixing effects in semiconductor lasers based on the curve fitting of nonlinear least squares method. The simulation shows that this algorithm has strong astringency, less iterative number and a high accuracy. This method is feasible for measuring the parameters in the model of the self mixing effects.

**Key words** semiconductor laser self mixing effect nonlinear fitting least squares method

### 引 言

自混合干涉效应是指入射到外反射物的光被部分反馈回激光器内腔, 并在腔内与出射光混合干涉, 从而改变了激光器的输出特性, 引起光谱、光强的变化。反馈光携带了反射物的信息, 所以通过分析这种干涉波形, 就可以得到反射物的诸如位置、位移以及运动速度等信息。故从 20 世纪 60 年代自混合干涉效应被发现以来, 人们开始探讨该现象产生的物理本质及有效利用这种现象进行物理量测量的方法<sup>[1,2]</sup>。目前, 自混合干涉技术已经很成熟并应用到多普勒速度、距离、位移、振荡、角度测量等方面。此方法以其内在的简单、紧凑、鲁棒以及自准直能力而日益引起人们的兴趣。

半导体激光自混合效应模型参数包括线宽展宽因数  $\alpha$ 、反馈水平因数  $C$  等参数。其中, 线宽展宽因数  $\alpha$  是一个决定半导体激光器许多特性的重要参数, 比如光谱线宽、频率波动噪声、FM/AM 噪声相关性和光放大系数; 反馈水平因数  $C$  则反映了光反馈量的大小<sup>[3,4]</sup>。因此, 这些参数的测量有着十分重要的意义。

作者简介: 李世阳 (1970-), 男, 硕士研究生, 从事仪器流量与信号处理方面的研究。

\* 通讯联系人。E-mail: yangangyu@zzu.edu.cn

收稿日期: 2004-07-19; 收到修改稿日期: 2004-08-25

激光自混合干涉模型参数测量同大多数动态测试数据处理问题一样, 可借助曲线拟合法来解决。在拟合代数多项式或更一般的广义多项式时, 常采用传统的最小二乘法。作者从半导体激光自混合干涉系统的一般模型公式出发, 利用最小二乘法估计来确定激光自混合干涉的参数。经仿真分析表明, 这种算法有较好的收敛性, 估计值与真实值比较接近, 该方法由一批实验数据可同时计算出模型中的线宽展宽因数、反馈因数等参数, 是半导体激光自混合效应参数测量的一种有效方法。

### 1 非线性函数模型的建立

通常, 自混合干涉是在复合腔激光器的基础上研究的, 其模型如图 1 所示。其中,  $r_1$ 、 $r_2$  和  $r_3$  分别表示激光内腔镜和外部反射镜的幅值反射率;  $l_i$  和  $l_e$  分别是激光管内腔和外腔长度;  $n$  是激光介质的折射率。

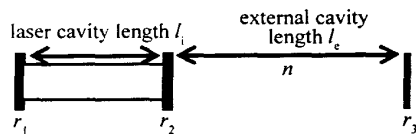


Fig 1 Schematic figure of the compound cavity laser

关于其一般模型的研究可参考文献 [5]。为了描述方便, 现重写自混合干涉模型及模型中各参数的物理意义如下:

$$\omega\tau - \omega_0\tau = -C \sin(\omega\tau + \arctan\alpha) \quad (\text{相位方程}) \quad (1)$$

$$\Delta G / \Delta G_{\max} = \cos(\omega\tau) \quad (\text{归一化阈值方程}) \quad (2)$$

式中,  $C$  为反馈水平因数, 且  $C = (1 - r_2^2) \xi_3 \tau \sqrt{1 + \alpha^2} / (r_2 \tau_i)$ ;  $\omega$  为含外腔的激光角频率;  $\omega_0$  为不含外腔的激光角频率;  $\Delta G$  为激光阈值的变化量;  $\Delta G_{\max}$  为激光阈值的最大变化量;  $\tau$  为光在外腔内飞行的往返时间且  $\tau = 2l_e / c$  ( $c$  表示真空中光速,  $l_e$  是激光管外腔长度);  $\tau_i$  为光在内腔飞行的往返时间, 且  $\tau_i = 2l_i / c$  ( $l_i$  是激光管内腔长度);  $\xi$  为内外腔之间的光耦合系数;  $\alpha$  为线宽展宽因数, 它由  $\alpha = (\partial n_r / \partial N) / (\partial n_i / \partial N)$  定义,  $N$ ,  $n_r$  和  $n_i$  分别表示激光介质中的载流子密度、折射率实部和折射率虚部。

为了描述简单, 令:  $m = \omega\tau$  ( $\omega\tau$  为有光反馈相位);  $P = \Delta G / \Delta G_{\max}$  (是与干涉信号幅值成比例的量);  $\omega_0\tau = k_1 \sin(80\pi t)$  ( $\omega_0\tau$  为无光反馈相位,  $t$  为时间, 当外腔以正弦形式做往复运动时, 系数  $k_1$  假定取  $4\pi$ );  $k_2 = \alpha \tan\alpha$ 。将以上式子代入 (1) 式和 (2) 式, 整理可得:

$$m = k_1 \sin(80\pi t) - C \sin(m + k_2) \quad (3)$$

$$P = \cos[k_1 \sin(80\pi t) - C \sin(m + k_2)] \quad (4)$$

(4) 式用一般的非线性函数模型形式表示, 可写成:

$$P_i = f_i(k_1, k_2, C) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

测量的误差方程为:

$$l_i - f_i(k_1, k_2, C) = v_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

式中,  $l_i$  为测量值,  $v_i$  为  $l_i$  的残余误差。(5) 式和 (6) 式为估计自混合干涉模型参数的非线性函数模型。

## 2 非线性最小二乘法估计

拟合非线性函数并估计其参数, 常用最小二乘法<sup>[6]</sup>使残余误差平方和为最小, 即:

$$V(\theta) = \sum_{i=1}^n v_i^2 \quad (7)$$

在测量数据无偏、正态和独立的条件下, 待估计量  $k_1, k_2, C$  应在测量的残余误差的平方和  $V(\theta)$  为最小的条件下求得, 然而, (7) 式为一组非线性方程, 直接由此非线性方程组建立正规方程并求解是比较困难的。因此, 简单的方法是把非线性方程线性化, 所谓线性化就是选择在未知量的邻域, 即充分近似处, 按台劳级数展开取一次项。为此, 取  $k_{10}, k_{20}, C_0$  为待估计量  $k_1, k_2, C$  的近似值, 则:

$$k_1 = k_{10} + \Delta k_1, k_2 = k_{20} + \Delta k_2, C = C_0 + \Delta C \quad (8)$$

式中,  $\Delta k_1, \Delta k_2, \Delta C$  分别为  $k_1, k_2, C$  的估计量与所选取近似值的偏差, 并令  $\theta = (k_1, k_2, C)$ ,  $\theta_0 = (k_{10}, k_{20}, C_0)$ ,

$$\Delta_0 = \theta_0 - \theta = (\Delta k_1, \Delta k_2, \Delta C)^T$$

将 (5) 式在  $k_1, k_2, C$  处展开并取一次项有:

$$f_i(\theta) = f_i(\theta_0) + \left. \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial k_1} \right|_{\theta_0} \Delta k_1 +$$

$$\left. \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial k_2} \right|_{\theta_0} \Delta k_2 + \left. \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial C} \right|_{\theta_0} \Delta C \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

将 (9) 式代入 (6) 式, 并令  $l'_i = l_i - f_i(\theta_0)$ ,  $a_i = \left. \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial k_1} \right|_{\theta_0}$ ,  $b_i = \left. \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial k_2} \right|_{\theta_0}$ ,  $c_i = \left. \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial C} \right|_{\theta_0}$ , 则有:

$$l'_i - (a_i \Delta k_1 + b_i \Delta k_2 + c_i \Delta C) = v_i \quad (10)$$

将 (10) 式代入 (7) 式, 并分别对  $\Delta k_1, \Delta k_2, \Delta C$  求偏导并令其为 0, 然后改写为矩阵形式为:

$$\Delta_0 = \begin{bmatrix} \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \\ \Delta C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa & ab & ac \\ ba & bb & bc \\ ca & cb & cc \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} al \\ bl \\ cl \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中,  $aa = \sum_{i=1}^n a_i a_i$ ,  $bb = \sum_{i=1}^n b_i b_i$ ,  $cc = \sum_{i=1}^n c_i c_i$ ,  $ab =$

$$ba = \sum_{i=1}^n a_i b_i, ac = ca = \sum_{i=1}^n a_i c_i, cb = bc = \sum_{i=1}^n c_i b_i,$$

$$al = \sum_{i=1}^n a_i l'_i, bl = \sum_{i=1}^n b_i l'_i, cl = \sum_{i=1}^n c_i l'_i$$

这样, 可求得偏差  $\Delta k_1, \Delta k_2, \Delta C$ , 初值  $\theta_0 = (k_{10}, k_{20}, C_0)$  与偏差之和显然比  $\theta_0$  更逼近待估计量  $k_1, k_2, C$ 。这样按  $\theta_m = \theta_{m-1} + \Delta_{m-1}$  的迭代格式, 用上述方法重复求解  $\Delta$  可逐次接近  $\theta$ 。迭代过程直至  $|\Delta| < \delta$  ( $\delta$  为按精度要求的预设值) 结束, 从而得到  $k_1, k_2, C$  的非线性最小二乘估计值。

在应用最小二乘法对非线性参数作线性化处理时, 估计量近似值的选取应有相应的精度要求。即对初始值的选取要求较高, 初值应尽可能接近待估计参数的真实值, 这样经多次迭代后, 待估计参数才可能收敛于理想值。若选取初始值离真实值太远, 迭代过程的收敛性就得不到保证, 甚至有可能发散。选取初始值常常结合具体情况, 通过分析激光自混合效应的机理以及经验来确定。

## 3 仿真分析

为了验证以上最小二乘估计算法对模型参数的计算的有效性, 作者作了以下仿真分析。先由自混合干

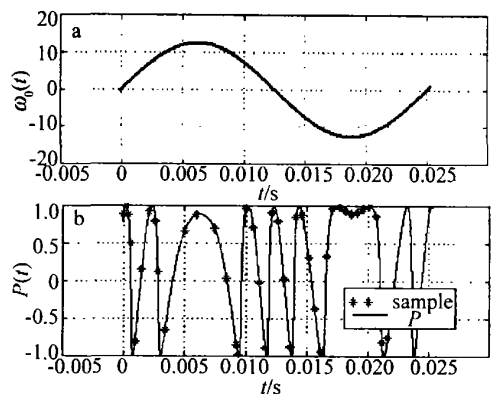


Fig 2 a—movement curve of external cavity with sinusoid vibration b—curve of the normalized threshold  $P$  varying as time  $t$

涉模型做出弱反馈情况下的归一化阈值  $P$  随时间  $t$  的变化曲线如图 2 所示。图 2a 中假定外腔按正弦形式做往复运动, 且  $k_1 = 4\pi$ ,  $k_2 = a \tan(2.1)$ ,  $C = 0.8$ 。在图 2b 中, 在一个周期内随机取出 40 个采样点, 由这 40 个点的幅值组成  $P_i (i = 1, 2, \dots, 40)$  作为实验值。

Table 1 The effect of initialized value of the parameters on the iterative result

$k_1$ (real value= 12.56)			$\alpha$ (real value= 2.1)			$C$ (real value= 0.8)			iterative number
initialized value	final value	error	initialized value	final value	error	initialized value	final value	error	
18	12.5659	4.69E-4	6.9	2.1006	2.85E-4	0.6	0.8000	0	10
15.56	12.5659	4.69E-4	3.1	2.1007	3.33E-4	0.7	0.8000	0	6
13.56	12.5659	4.69E-4	3.1	2.1007	3.33E-4	0.9	0.7999	1.25E-4	5
11.54	12.5657	4.53E-4	3.1	2.1007	3.33E-4	0.9	0.7999	1.25E-4	5
23.56	12.5659	4.69E-4	1.1	2.1006	2.85E-4	0.3	0.8000	0	8
20.56	12.5639	3.10E-4	4.5	2.1006	2.85E-4	1.0	0.8000	0	7
25.56	12.5659	4.69E-4	2.5	2.1006	2.85E-4	1.0	0.8000	0	9
23.56	12.5659	4.69E-4	0.9	2.1006	2.85E-4	2.6	0.8000	0	9

从表 1 可以看出, 该算法迭代次数少, 参数估计误差很小, 且初值选取范围较大, 对拟合结果影响很小。

### 4 结 论

由半导体激光自混合效应的一般模型建立了激光自混合效应的非线性函数模型, 并用非线性最小二乘法估计了模型的两个重要参数: 线宽展宽因数  $\alpha$  和反馈水平因数  $C$ 。仿真分析表明, 该算法运算速度快, 参数估计具有很高的精度, 且初值易于选取, 对拟合结果影响很小。因此, 这种方法对于半导体激光自混合效应模型参数的测量是一种简单且有效的方法。

### 参 考 文 献

[ 1 ] GUIDO G, MICHELE N, SILVANO D *et al*. Laser diode selfmixing technique for sensing applications [ J ]. *J Opt* 2002, A4( 6): 283~294

[ 2 ] WANG W M, BOYLE W J O, GRATAN K T V. Selfmixing interference in a diode laser experimental observations and theoretical analysis [ J ]. *Appl Opt* 1993, 32(9): 1551~1558

[ 3 ] OSNSK IM, BUUS J. Linewidth broadening factor in semiconductor lasers: an overview [ J ]. *IEEE J Q E*, 1987, 23(1): 9~28

[ 4 ] IYAMA K, HAYASHI K, IIDA Y. Simple method for measuring the linewidth enhancement factor of semiconductor lasers by optical injection locking [ J ]. *Opt Lett* 1992, 17( 16): 1128~1130

[ 5 ] 禹延光. 激光自混合干涉理论及其位移测量方法的研究 [ D ]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学工学, 2000. 30~32

[ 6 ] 王武义, 徐定杰, 陈健翼. 误差原理与数据处理 [ M ]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2001. 93~96

(上接第 513 页)

最后几级能流密度较高处采用低  $n_2$  的氟磷酸盐玻璃, 可以有效地降低级间  $B$  积分条件对系统输出能力的约束, 系统最大能量输出有近百分之十几的增长, 系统总的能量提取效率也呈增大趋势。因此, 在主放大级采用混合玻璃配置的方案是提高系统能量输出能力的一种有效的新思路, 对功率受限型激光装置的材料优化乃至系统总体设计优化都有一定的指导意义。

### 参 考 文 献

[ 1 ] 干福熹. 现代玻璃科学技术 (下)——特种玻璃与工艺 [ M ]. 上海: 上海科学技术出版社, 1990. 109~207.

[ 2 ] CAMPBELL J H. 25 years of laser glass development leading to a

1.8MJ 500TW laser for fusion ignition [ R ]. Livermore, CA: Lawrence Livermore National Laboratory, 1998. 3~4.

[ 3 ] CAMPBELL J H, SURATWATA T I. Nd-doped phosphate glasses for high energy / high peak-power lasers [ J ]. *Journal of Non-Crystalline Solids* 2000, 263&264: 318~341.

[ 4 ] 克西耐尔 W. 固体激光工程 [ M ]. 北京: 科学出版社, 2002. 132~138

[ 5 ] 干福熹, 邓佩珍. 激光材料 [ M ]. 北京: 上海科学技术出版社, 1996. 377~380

[ 6 ] COYLE P E. Laser program annual report [ R ]. Livermore, CA: Lawrence Livermore National Laboratory, 1976. 2~205

[ 7 ] MARTIN W E, MILLAM D. Ga in saturation in Nd doped laser materials [ J ]. *IEEE J Q E*, 1982, QE18(7): 1155~1163

[ 8 ] 王成程, 於海武, 周海. 新型高功率固体激光阵列式片状放大器 [ J ]. *激光技术*, 2003, 27( 1): 1~3