

文章编号: 1001-3806(2005)05-0459-03

## 双轴晶体和频产生 589nm 钠黄光的相位匹配特性

吕超<sup>1</sup>,袁孝<sup>1\*</sup>,朱长虹<sup>1</sup>,李正佳<sup>1</sup>,刘良清<sup>1</sup>,王卫民<sup>2</sup>

(1. 华中科技大学 激光技术国家重点实验室,武汉 430074; 2 中国工程物理研究院 应用电子学研究所,绵阳 621900)

**摘要:** 讨论了利用双轴晶体 KTP 与 LBO 对 1064nm 与 1319nm 激光进行和频产生 589nm 钠黄光的和频相位匹配特性。推导得出对于和频情况下的非线性极化张量的表达式,并应用于倍频情况进行了验证。进行了和频相位匹配的理论分析,给出了这两种晶体在和频时的最佳相位匹配角和有效和频系数。

**关键词:** 和频;相位匹配;钠黄光;KTP;LBO

**中图分类号:** O437.1 **文献标识码:** A

### Phase-matching characteristics of 589nm radiation generated by SFG with double-axis crystals

LÜ Chao<sup>1</sup>, YUAN Xiao<sup>1</sup>, ZHU Chang-hong<sup>1</sup>, LI Zheng-jia<sup>1</sup>, LIU Liang-qing<sup>1</sup>, Wang Weimin<sup>2</sup>

(1. National Laboratory of Laser Technology, HUST, Wuhan 430074, China; 2. Institute of Applied Electronic, CAEP, Mianyang 621900, China)

**Abstract:** 589nm radiation generated by the sum frequency generation (SFG) with double-axis crystals KTP and LBO from lasers of 1064nm and 1319nm is analyzed. Nonlinear susceptibility tensor for the sum frequency generation is derived and validated in the second harmonic generation. Phase-matching for SFG is calculated and the optimal phase-matching angle and effective sum frequency coefficient are given.

**Key words:** sum frequency generation; phase-matching; sodium light; KTP; LBO

## 引 言

利用双轴晶体的二阶非线性光学效应来实现激光变频,特别是激光倍频技术得到广泛的发展和应用。双轴晶体倍频时的最佳相位匹配条件的分析和计算已经相当成熟。早在 1967 年,HOBDEN 证明了在正常色散条件下,存在 13 种不同的相位匹配轨迹图形,为此方面的计算指出了正确的思想<sup>[1]</sup>。1975 年,ΠO 等人讨论了双轴晶体、有效倍频系数的计算问题,给出了解决这一问题的正确思想<sup>[2]</sup>。1995 年,姚建铨等人对双轴晶体倍频时最佳相位匹配条件的计算进行了总结<sup>[3]</sup>。以上研究都是基于倍频条件下的分析和计算,对于激光和频,由于两束基频光的频率不相等,相位匹配条件的计算要比倍频时的多一个自由度,倍频情况下的有效非线性系数  $d$  张量矩阵所做的对称简化不能成立,分析和计算更加复杂。文献 [3] 中只给出了和频时的一些理论分析,未能进一步给出具体的计算方

法。双轴晶体和频时最佳相位匹配条件的计算包括相位匹配曲线和有效和频系数计算两部分。本文中从这两部分对利用双轴晶体 KTP 与 LBO 对 1064nm 与 1319nm 激光和频产生 589nm 钠黄光的情况进行了理论分析和数值模拟,对  $d$  张量矩阵进行了修正,提出了双轴晶体在和频时的相位匹配条件。

## 1 相位匹配曲线

与倍频相比,利用双轴晶体进行和频时,抽运光有两种波长,相当于在二阶非线性效应的波耦合方程组中增加了一个自由度,属于二阶三维的非线性方程组。由此派生出更为复杂的参量关系和约束条件。由相位匹配条件  $\Delta k = 0$  以及双轴晶体的折射率方程中,可以得到双轴晶体和频的相位匹配曲线  $\theta-\phi$  方程组:

$$\frac{\sin^2 \theta \cos^2 \phi}{n_1^2 - n_{1x}^2} + \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \phi}{n_1^2 - n_{1y}^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_1^2 - n_{1z}^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\sin^2 \theta \cos^2 \phi}{n_2^2 - n_{2x}^2} + \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \phi}{n_2^2 - n_{2y}^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_2^2 - n_{2z}^2} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\sin^2 \theta \cos^2 \phi}{n_3^2 - n_{3x}^2} + \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \phi}{n_3^2 - n_{3y}^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_3^2 - n_{3z}^2} = 0 \quad (3)$$

$$\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 = \omega_3 n_3 \quad (4)$$

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 \quad (5)$$

式中,  $\theta$  角为光波矢与晶体主轴坐标系  $z$  轴的夹角,  $\phi$

基金项目:国家八六三计划强辐射重点实验室资助项目 (20030502)

作者简介:吕超 (1977-),男,硕士研究生,现主要从事非线性光学理论研究。

\* 通讯联系人。E-mail: xyuan@mail hust edu cn

收稿日期: 2004-07-22;收到修改稿日期: 2004-09-15

角为光波矢方位角,并设三波矢共线。下脚标 1, 2, 3 分别表示两束基频光与和频光,脚标  $x, y, z$  分别表示该主轴方向上的主轴折射率,主轴折射率可以由 Sellmeier 方程求得<sup>[4,5]</sup>。

根据入射基频光的偏振方向,相位匹配方式可分为两类: I 类及 II 类。如果入射基频光均为慢光,偏振方向平行,称为 I 类相位匹配;如果入射的基频光既有慢光又有快光,偏振方向正交,则称为 II 类相位匹配。对于和频,由于两束基频光的频率不相等,故 II 类匹配又分为两种情况:(1) 1319nm 的基频光为快光, 1064nm 的基频光为慢光; (2) 1064nm 的基频光为快

光, 1319nm 的基频光为慢光。

由于此方程组没有比较简单的解析形式,必须采用数值模拟才能得到所需的  $\theta-\phi$  曲线图。对于 mm2 晶系,其曲线与有效非线性系数  $|d_{\text{eff}}|$  在相位匹配  $P-M$  曲线上的分布是关于全象限对称的,因此,在各象限内相应点上的极大值也必是相等的,这样就只需要计算第 1 象限(即  $\theta \in (0, \pi/2), \phi \in (0, \pi/2)$ ) 的  $\theta-\phi$  曲线<sup>[6]</sup>。

利用计算机采用逐点扫描的方法可以由  $\theta$  与  $\phi$  的关系式计算得出两种常用双轴晶体 KTP 和 LBO 在 I 类和 II 类情况下的相位匹配角 ( $\theta-\phi$ ) 曲线图,如图 1 所示。

从图 1 可以看出, KTP 与 LBO 晶体在 II 类相位匹

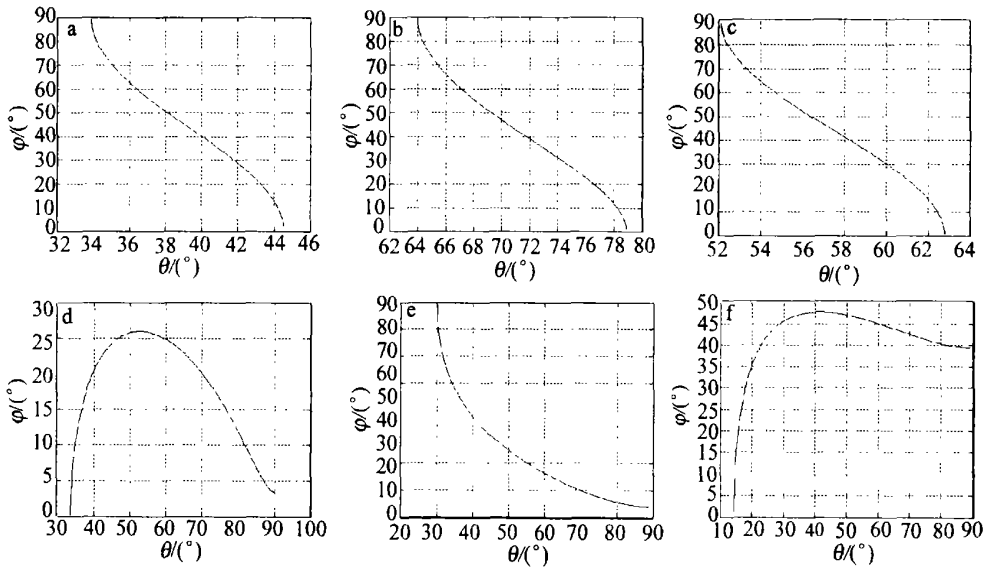


Fig 1 BM angle of SFG in KTP and LBO, in type I and type II

a—KTP, type I b—KTP, type II, 1319nm (slow) c—KTP, type II, 1319nm (fast) d—LBO, type I e—LBO, type II, 1319nm (slow) f—LBO, type II, 1319nm (fast)

配条件下,由于 1319nm 基频光分别是快光和慢光,所得到的相位匹配曲线也不相同,不仅是匹配角的取值范围,匹配曲线也有较大的差异,特别是 LBO 的尤为明显。因此,在采用 II 类匹配时要注意基频光所处的状态。而 I 类相位匹配条件下,基频光都是慢光,则没有这种差别。

## 2 有效和频极化系数与最佳相位匹配角

在不同的相位匹配角的情况下,得到的有效和频极化系数也不尽相同。为了提高双轴晶体和频的转换效率,通常采用最佳相位匹配技术。即在相位匹配条件下,寻求满足使有效非线性极化系数  $d_{\text{eff}}$  达到最大值的条件。对于定性分析,可以暂时不考虑光波的离散效应,近似认为光波波矢方向与能流方向一致,电场强度矢量  $E$  与电位移矢量  $D$  一致,则可以用  $D$  矢量来代替  $E$  矢量,由非线性极化强度的定义,可以得到双轴晶体在 I, II 类匹配时的有效非线性系数<sup>[3]</sup>:

$$d_{\text{eff}}(I) = b_i^e d_{ijk} b_j^e b_k^e \quad (6)$$

$$d_{\text{eff}}(II) = b_i^e d_{ijk} b_j^e b_k^e \quad (7)$$

式中,  $e_1$  与  $e_2$  分别对应晶体中慢光与快光,  $d_{ijk}$  为晶体的非线性极化率张量 ( $3 \times 3 \times 3$  阶) 矩阵,  $i, j, k = 1, 2, 3$ ,  $b_i^e$  与  $b_j^e$  分别为慢光和快光的单位电位移矢量,  $b_i^e$  为和频光的单位电位移矢量,  $b_j^e b_k^e$  与  $b_j^e b_k^e$  为慢基频光  $b_j^e$  与快基频光  $b_k^e$  的并矢。通常情况下所用的非线性极化率矩阵采用的都是 1.064nm 倍频时的极化率矩阵,而对于 1.319nm 与 1.064nm 和频的情况,此矩阵显然是不合适的,因此,需要重新计算和频下的极化率矩阵。由 Miller 系数  $\delta_{ijk}$  的定义可以知道,对于特定的晶体,  $\delta_{ijk}$  矩阵是固定的<sup>[7]</sup>,  $\delta_{ijk}$  矩阵<sup>[8]</sup>为:

$$\delta_{ijk} = \frac{\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3)}{\chi_i^{(1)}(\omega_1) \chi_j^{(1)}(\omega_2) \chi_k^{(1)}(\omega_3) \epsilon_0^2} \quad (8)$$

式中,  $\chi^{(1)}$  和  $\chi^{(2)}$  分别是晶体的一阶和二阶极化率张量。其中一阶张量  $\chi^{(1)}$  与晶体的折射率有关,在忽略光波在晶体损耗的情况下,可得到  $\chi_i^{(1)}(\omega) \propto n_i^2(\omega) - 1$ , 而二阶张量  $\chi^{(2)}$  与非线性极化率矩阵  $d_{ijk}$  成正比,由 (8) 式可以求出在和频情况下的非线性极化率矩阵,

进而得出不同相位匹配角的情况下的有效和频系数。

双轴晶体 KTP 和 LBO 都属于 mm2 晶系, 它们的极化率矩阵都有 7 个独立变量, 在倍频情况下,  $d_{113} = d_{131}, d_{223} = d_{232}, 3 \times 3 \times 3 (3 \times 9)$  阶极化率矩阵被简化为  $3 \times 6$  阶矩阵, 也就是通常用的  $d_{ijk}$  矩阵。在和频的情况下, 由于基频光的波长不一致, 同时在 II 类匹配的情况下还有快慢光之分, 因此和频情况下  $d_{113} = d_{131}, d_{223} = d_{232}$  的条件不成立, 极化率矩阵不能简化, 仍然要采用  $3 \times 3 \times 3 (3 \times 9)$  阶矩阵进行计算, 同时为了方便计算机计算, 极化率矩阵元素没有用一般资料上所给定的顺序, 见方程 (9), 而是直接采用矩阵的正常顺序, 见方程 (10) 的形式:

$$d_{ijk} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{131} & d_{113} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{223} & d_{232} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{311} & d_{322} & d_{333} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$d_{ijk} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{131} & 0 & 0 & 0 & d_{113} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{232} & 0 & d_{223} & 0 \\ d_{311} & 0 & 0 & 0 & d_{322} & 0 & 0 & 0 & d_{333} \end{bmatrix} \quad (10)$$

相应的并矢  $b_j^e b_k^e$  与  $b_j^e b_k^e$  就可以直接采用  $b_j^e b_k^e = b_j^e \otimes b_k^e$  和  $b_j^e b_k^e = b_j^e \otimes b_k^e$  进行处理。

计算时需要注意的是晶体的光学主轴与非线性极化张量的压电主轴的匹配情况, KTP 属于标准取向情况, 也就是  $a-x, b-y, c-z$  情况, 其光学主轴与压电主轴一致,  $d_{ijk}$  形式不变。而 LBO 属于非标准取向情况, 光学主轴与压电主轴的对应关系变为  $a-x, b-z, c-y$ , 因此相应的  $d_{ijk}$  形式变为:

$$d_{ijk, LBO} = \begin{bmatrix} 0 & d_{131} & 0 & d_{113} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{311} & 0 & 0 & 0 & d_{333} & 0 & 0 & 0 & d_{322} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{223} & 0 & d_{232} & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

采用修正后的有效非线性极化率矩阵, 计算得出不同相位匹配角的情况下的有效和频系数, 如图 2 所示。

图 2a 和图 2d 中分别是 KTP 和 LBO 晶体在 I 类相位匹配情况下的有效非线性系数 (绝对值, 下同) 曲线, 图 2b、图 2c 和图 2e、图 2f 分别是这两种晶体在 II 类相位匹配情况下的有效非线性系数曲线, 其中图 2b 和图 2e 是 1319nm 的基频光为慢光、1064nm 的基频光为快光的情况, 图 2c 和图 2f 是在 1319nm 的基频光为

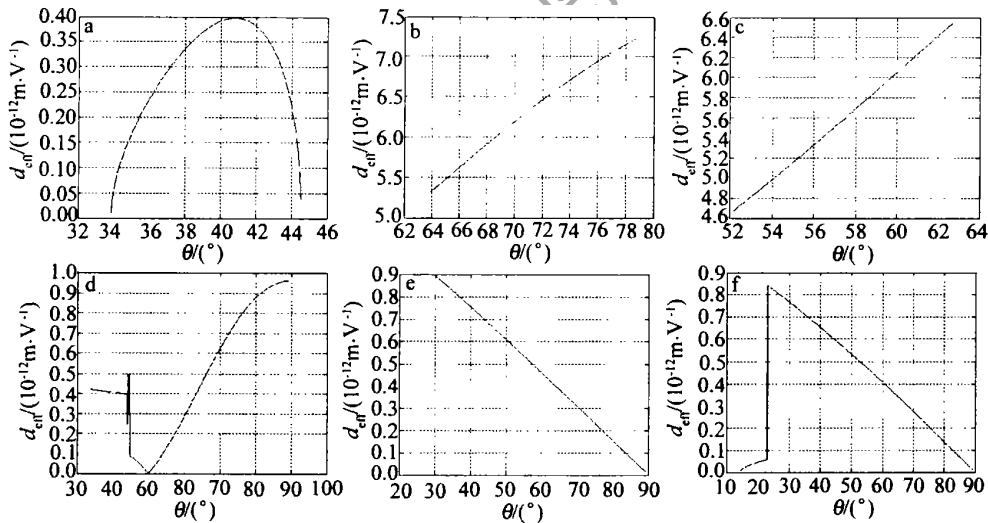


Fig 2 Effective nonlinear coefficient of SFG in KTP and LBO, in type I and type II

a—KTP, type I b—KTP, type II, 1319nm (slow) c—KTP, type II, 1319nm (fast) d—LBO, type I e—LBO, type II, 1319nm (slow) f—LBO, type II, 1319nm (fast)

快光、1064nm 的基频光为慢光的情况。另外, 图 2d 中  $\theta$  在  $44^\circ \sim 46^\circ$ , 图 2f 中  $\theta$  在  $22^\circ \sim 24^\circ$  之间存在一个突变区, 有效和频系数会发生突变, 可以不予考虑。

得到了不同匹配角下的有效和频极化系数, 就可以从这些匹配角中找出最佳相位匹配角。最佳相位匹配角确定的原则是使有效和频系数极化系数最大, 此时对应的最大有效和频系数的相位匹配角就是最佳相位匹配角, 表 1 中给出了 KTP 和 LBO 的最佳相位匹配角和其所对应的最大有效和频系数。

Table 1 The optimum PM angel of KTP and LBO in type I and type II

	KTP			LBO		
	$\theta / (^\circ)$	$\phi / (^\circ)$	$d_{\text{eff}} / (10^{-12} \text{m} \cdot \text{V}^{-1})$	$\theta / (^\circ)$	$\phi / (^\circ)$	$d_{\text{eff}} / (10^{-12} \text{m} \cdot \text{V}^{-1})$
I	40.84	35.53	0.40	90	3.48	0.96
II(1319nm slow)	78.87	0.90	7.24	29.99	90	0.90
II(1319nm fast)	62.77	0.21	6.56	22.92	40.02	0.84

(下转第 487 页)

哈特曼为 35 阶。36 阶起径向开始不能分辨,混淆正好发生在 36, 10, 21 阶之间,说明了这点。这种六边形排列每增加 1 圈,角向分辨率提高的比径向快,主要是径向受限了。

(2)可识别的阶数和可稳定计算的阶数是不同的。重构矩阵随重构阶数增加表现出病态,计算变得不稳定起来。这是由于高阶模式的像差具有高的空间频率,对斜率误差非常敏感造成的。

需要说明的是矩阵的病态是由于问题的本身决定的,与使用的数学方法无关,计算的稳定性与计算的方法和工具有关。通常的高级语言编写的程序由于存储精度和舍入误差的原因,病态时的计算是不允许的。这样就要根据具体计算过程确定最佳的计算上可靠可行的复原阶数。

重构矩阵条件数在 24 阶和 36 阶有两次突变,第 2 次已经超出可识别的模式,已经不具有物理意义,23 阶以下计算是稳定的,但是对于不同计算工具应该不同的看待,用高级语言(如用 VB)编写的程序不适合 23 阶以上工作,而用 MATLAB 这类工具直到最高可识别的 35 阶还是令人满意的。为了有足够的可靠性,实际中选用 23 阶重构。

(3)实际对未知波前重构中,重构精度主要决定

于模式耦合带来的截断误差。19 单元哈特曼最终选择 23 阶重构,在只有 23 阶以下像差时重构精度  $J$  可达(小于 0.01%),对于存在模式耦合时精度  $J$  基本正比于高阶部分系数和低阶的相对大小,高阶比例小于 1%,精度就优于 1%,这正和线性截断相符合的。好在通常高阶部分所占的比例很小,所以,重构的波前还是具有参考价值的,进行光束诊断也就有了依据。

综合以上 3 点,即最大可识别模式、计算稳定性和截断误差(重构精度)3 方面以及实际系统的其它因素可以作为实际重构阶数选择的基本依据。方法也适合于其它布局的哈特曼进行波前重构时阶数的选择和误差的分析。

### 参 考 文 献

- [1] 姜凌涛,陈 笠,饶学军.动态波前相位的高分辨率测量 [J]. 光电工程,1998,25(6):20~23.
- [2] 李新阳,姜文汉.哈特曼夏克传感器的泽尼克模式波前复原误差 [J]. 光学学报,2002,22(10):1236~1240.
- [3] 周仁忠.自适应光学 [M]. 国防工业出版社,1996.180~181.
- [4] 徐旦华,辜 嘉,李松毅. Zernike 矩的快速算法 [J]. 东南大学学报(自然科学版),2002,32(2):151~154.
- [5] 刘天华,姜宗福,许晓军.高能激光器自由旋涡气动窗口激光波前畸变的初步研究 [J]. 中国激光,2003,30(4):289~294.
- [6] 张 强,姜文汉,许 冰.利用 Zernike 多项式对湍流波前进行波前重构 [J]. 光电工程,1998,25(6):15~19.

(上接第 461 页)

### 3 结 论

推导得出了修正的和频  $d$  张量矩阵,应用于倍频时的匹配条件计算结果与文献 [1] 和文献 [4] 中给出的数据相当符合,因此可以认为,利用此方法计算和频时的匹配条件所得出的数据是可靠的。对于 KTP 晶体,采用 II 类匹配方式、1319nm 为慢光时,有效和频系数可以达到  $7.24 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ,1319nm 为快光时,有效和频系数也可达到  $6.56 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ,而且在这种匹配方式下匹配方向沿着晶体的  $z$  轴方向;而 LBO 晶体则可以采用 I 类匹配方式,有效和频系数可以达到  $0.96 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ,匹配方向在  $z$  轴方向,接近于  $x$ - $z$  平面,或者采用 II 类匹配方式、1319nm 基频光为慢光、1064nm 基频光为快光时,有效和频系数可以达到  $0.90 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ,匹配方向在  $y$ - $z$  平面上。在具体应

用上,可以考虑选取以上几种匹配方式。

### 参 考 文 献

- [1] HOB DEN M V. Phase-matched second-harmonic generation in biaxial crystals [J]. J A P, 1967, 38(11): 4365~4372.
- [2] ИО H, НА ИО H, NABA H. Generalized study on angular dependence of induced second-order nonlinear optical polarizations and phase matching in biaxial crystals [J]. J A P, 1975, 46(9): 3992~4001.
- [3] 姚建铨.非线性光学频率变换及激光调谐技术 [M]. 北京:科学出版社,1995.1~67.
- [4] CHEN Ch T, WU B Ch, JIANG A D *et al* New nonlinear optical crystal:  $\text{LB}_3\text{O}_5$  [J]. J O S A, 1989, B6(4): 616~621.
- [5] KATO K. Second-harmonic and sum-frequency generation to 4950 and 4589 in KTP [J]. IEEE J Q E, 1988, QE24(1): 3~4.
- [6] 杨学林,谢绳武,陈 康 *et al* 晶体二阶有效非线性系数在全卦限中的对称性 [J]. 上海交通大学学报,1997,31(10):14~17.
- [7] 李 港,唐晓军.常用双轴晶体连续调谐倍频时的相位匹配特性 [J]. 激光杂志,1997,18(2):23~27.
- [8] 范琦康,吴存恺,毛少卿.非线性光学 [M]. 南京:江苏科学技术出版社,1989.5~7.