

文章编号: 1001-3806(2005)04-0443-03

非傍轴双曲正弦高斯光束质量因子 M^2 的研究

刘彩霞, 胡继刚, 邓小玖*, 杨艳芳
(合肥工业大学 物理系, 合肥 230009)

摘要: 在标量光场角谱衍射理论的基础上, 应用精确光强定义下的非傍轴标量光束的光强二阶矩理论, 计算了非傍轴双曲正弦高斯光束的束腰半径、远场发散角、质量因子, 并与傍轴双曲正弦高斯光束的质量因子进行了比较研究。数值计算表明, 当双曲正弦高斯光束束腰半径较大时, 传统光强定义下的光强二阶矩理论近似成立, 傍轴与非傍轴理论计算的光束质量因子变化规律完全相同; 束腰半径较小时, 傍轴理论计算的结果有较大误差, 必须采用精确光强定义下的非傍轴光束质量因子的定义作修正。

关键词: 双曲正弦高斯光束; 非傍轴双曲正弦高斯光束; 光强二阶矩; 光束质量因子

中图分类号: O436.1 **文献标识码:** A

Study on the beam quality factor of sinh-Gaussian (ShG) beams

LIU Cai-xia, HU Ji-gang, DENG Xiao-jiu, YANG Yan-fang

(Department of Physics, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Based on the angular spectrum representation and the theory of the second intensity moment of non-paraxial scalar beam, the beam waist radius, the far-field divergence angle and the beam quality factor of non-paraxial scalar sinh-Gaussian (ShG) beams were calculated. Compared with the beam quality factor of paraxial scalar sinh-Gaussian (ShG) beams, some new results were obtained. When the beam waist radius is relatively large, the theoretical calculations for the beam quality factor of paraxial and non-paraxial scalar sinh-Gaussian (ShG) beams change in the same way and the theory of the traditional second intensity moment of scalar light field is a valid approximation; when the beam waist radius is very small, they have a great difference and the theory of the second intensity moment of non-paraxial scalar beam must be used.

Key words: sinh-Gaussian (ShG) beam; non-paraxial sinh-Gaussian beam; second intensity moment; beam quality factor

引 言

随着激光的广泛应用, 衡量激光光束优劣的一项指标——光束质量因子的研究成为应用激光领域内的重要课题。CASPERSON 等人从 Helmholtz 方程出发, 在较为一般的情况下, 推导出了厄米正弦高斯 (HSG) 解的存在形式, 并提出用正弦类高斯光阑和光腔产生 HSG 光束的实验方法^[1~3]。而双曲正弦高斯光束 (ShG) 作为 HSG 的一个典型特例, 其质量因子的研究显得非常重要, 吕百达等利用传统光强定义 $I = U^*(r)U(r)$, 对傍轴双曲正弦高斯光束的质量因子作了详细研究, 指出其质量因子 $M^2 \geq 3$, 在 $\beta = w_0^2 \Omega_0^2 \rightarrow 0$ 时, $M^2 \rightarrow 3$ ^[4,5]。作者利用标量光场光强的精确定义, 对非傍轴双曲正弦高斯光束 (ShG) 的束腰半径、远场发散角、光束质量因子, 进行了详细的计算, 并与傍轴

光束的质量因子进行了比较, 得出了一些新的结论: 在束腰半径较大时, 双曲正弦高斯光束傍轴与非傍轴理论计算的质量因子变化规律完全相同; 当束腰半径较小时, 傍轴与非傍轴理论计算的光束质量因子有较大差别。因此, 当光束束腰半径很小时, 光束的光强二阶矩不能采用传统光强定义, 必须采用光强的精确定义进行描述, 而光束质量因子也必须采用精确光强定义下的非傍轴光束质量因子的定义作修正。

1 非傍轴双曲正弦高斯光束的质量因子 M^2

垂直于光束传输轴的横截面上的光强可精确表示为^[6,7]:

$$I = J_z = \operatorname{Re} \left[\frac{1}{ik} U^*(r) \frac{\partial}{\partial z} U(r) \right] \quad (1)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, $U(r)$ 为光场的复振幅。(1) 式对标量光场光强的定义与其实际测量值是一致的。

设二维双曲正弦高斯光束 (ShG) 在其束腰处的光场分布为^[1]:

$$U(x, 0) = \exp \left[-\frac{x^2}{w_0^2} \right] \sinh(\Omega_0 x) \quad (2)$$

式中, 双曲正弦函数为:

$$\sinh(\Omega_0 x) = [\exp(\Omega_0 x) - \exp(-\Omega_0 x)]/2 \quad (3)$$

基金项目: 教育部专项科研基金资助项目 (011001B2)

作者简介: 刘彩霞 (1975-), 女, 硕士, 主要从事衍射光学和光束传输理论等方面的研究。

* 通讯联系人。E-mail: dengxjls@sina.com

收稿日期: 2004-06-08; 收到修改稿日期: 2004-11-29

式中, w_0 为高斯光束的束腰半径, Ω_0 为与双曲正弦函数相关的参数。

由角谱衍射理论,真空中传播的单色标量光场可表示为^[8]:

$$U(x, y, z) = \iint A(f_x, f_y, z) \exp[i2\pi(xf_x + yf_y)] df_x df_y \quad (4)$$

$$A(f_x, f_y, z) = A_0(f_x, f_y) \exp\left\{ ikz \sqrt{1 - \lambda^2 f_x^2 - \lambda^2 f_y^2} \right\} \quad (5)$$

$$A_0(f_x, f_y) = \iint U(x, y, 0) \exp[-i2\pi(xf_x + yf_y)] dx dy \quad (6)$$

式中, $U(x, y, 0)$ 为 $z=0$ 处横截面上的光场复振幅, $A_0(f_x, f_y)$ 为 $z=0$ 处光场复振幅的角谱, $A(f_x, f_y, z)$ 为 z 处光场复振幅的角谱, f_x, f_y 为空间频率。(5)式中 $(f_x^2 + f_y^2) \leq (1/\lambda^2)$ 表示传播波, $(f_x^2 + f_y^2) > (1/\lambda^2)$ 表示倏逝波。将(6)式应用于二维标量光场,结合(2)式、(3)式可将双曲正弦高斯光束束腰处 ($z=0$) 光场复振幅的角谱表示为:

$$A_0(f_x) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{x^2}{w_0^2} - \frac{\sinh(\Omega_0 x)}{w_0^2} \exp[-i2\pi(xf_x)]\right] dx = -i \exp\left\{ \frac{\delta \Omega_0}{2} \right\} \pi w_0 \exp\left[-\frac{k^2 w_0^2 \alpha^2}{4} \sin(k\delta\alpha)\right] \quad (7)$$

式中, $\delta = w_0^2 \Omega_0 / 2$, $\alpha = \lambda f_x$ 。将(1)式应用于二维标量光场,并采用非傍轴标量光束光束半宽 $W(z)$ 的定义^[9,10],即可求得:

$$W^2(z) = \frac{4}{P(z)} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 J_z(x, z) dx = \frac{1}{\pi^2 P(z)} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial[A(f_x, z)\gamma]}{\partial f_x} \frac{\partial[A_0^*(f_x, z)]}{\partial f_x} df_x \quad (8)$$

式中, $\gamma = \sqrt{1 - \alpha^2}$, $\alpha = \lambda f_x$, $A(f_x, z) = A_0(f_x) \times \exp(ik\gamma z)$, $P(z) = P(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma / A_0(f_x) / \lambda^2 df_x$ 为 z 处横截面上光束的总能流,即横截面上的总能流与光束的传播距离无关,即光束在传输过程中能量是守恒的。将 $W^2(z)$ 分为传播波与倏逝波的贡献 $W_h^2(z)$, $W_i^2(z)$ ^[9],即:

$$W^2(z) = W_h^2(z) + W_i^2(z) \quad (9)$$

式中:

$$W_h^2(z) = \frac{1}{\pi^2 P(z)} \times \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial[A(f_x, z)\gamma]}{\partial f_x} \frac{\partial[A_0^*(f_x, z)]}{\partial f_x} df_x \quad (10)$$

$$W_i^2(z) = \frac{1}{\pi^2 P(z)} \times \operatorname{Re} \int_{|f| > 1/\lambda} \frac{\partial[A(f_x, z)\gamma]}{\partial f_x} \frac{\partial[A_0^*(f_x, z)]}{\partial f_x} df_x \quad (11)$$

由(11)式可知,若 $z=0$ 处的光场复振幅的角谱 $A_0(f_x)$ 为实数或纯虚数,则倏逝波对光场二阶矩的贡献为 0。二维非傍轴标量光束的束腰半径、远场发散角、光束质

量因子可分别表示为(设 z 轴的坐标原点位于光束的束腰处):

$$W_{\min}^2 = W_h^2(0) = \frac{1}{\pi^2 P(z)} \times \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial[A_0(f_x)\gamma]}{\partial f_x} \frac{\partial[A_0^*(f_x)]}{\partial f_x} df_x \quad (12)$$

$$\tan^2 \theta = \frac{4\lambda^2}{P(z)} \int_{-\infty}^{\infty} |A_0(f_x)|^2 \frac{f_x^2}{\gamma} df_x \quad (13)$$

$$M^2 = \pi W(0) \cdot \tan \theta / \lambda \quad (14)$$

由(7)式可知,双曲正弦高斯光束在 $z=0$ 处光场复振幅的角谱 $A_0(f_x)$ 为纯虚数,则由(12)式~(14)式,经数值计算可得非傍轴双曲正弦高斯光束的束腰半径 W_{\min}^2 、远场发散角 $\tan^2 \theta$ 、光束质量因子 M^2 随 w_0/λ 的变化情况,如图 1、图 2、图 3 所示。傍轴双曲正弦高斯光束的质量因子为^[4,5]:

$$M^2 = \frac{\sqrt{[1 + \beta + (\beta^2 - 2) \exp(-\beta/2) + (1 - \beta) \exp(-\beta)]}}{1 - \exp(-\beta/2)} \quad (15)$$

式中, $\beta = w_0^2 \Omega_0^2$ 。由(15)式经数值计算,可得傍轴、非傍轴双曲正弦高斯光束质量因子的比较,如图 4 所示。

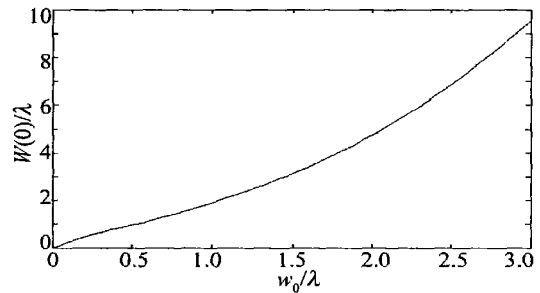


Fig 1 The beam waist $W_{\min}(0) / \lambda$ as a function of the w_0 / λ ($\Omega_0 = 1/\lambda$)

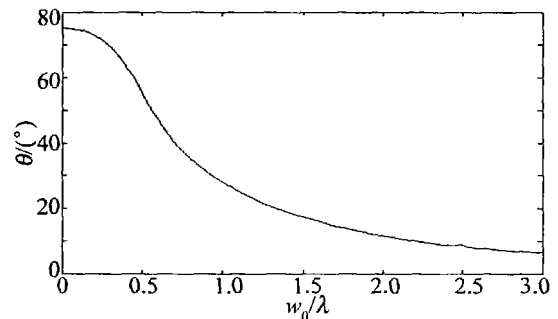


Fig 2 The far-field divergence angle θ as a function of the w_0 / λ ($\Omega_0 = 1/\lambda$)

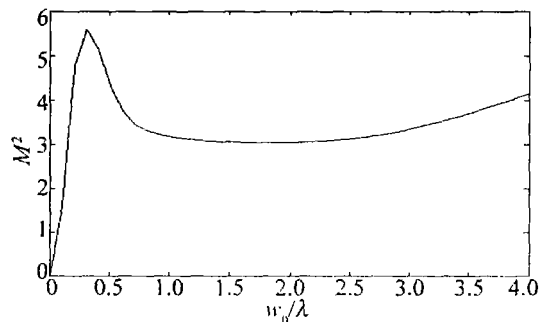


Fig 3 The beam quality factor M^2 as a function of the w_0 / λ ($\Omega_0 = 1/\lambda$)

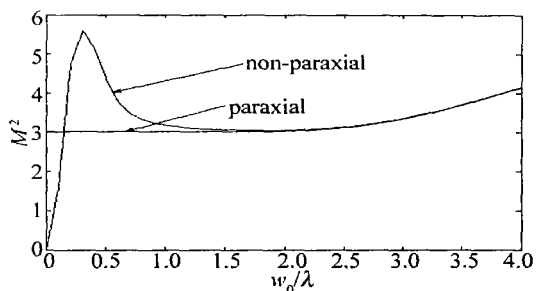


Fig 4 The beam quality factor of the non-paraxial and paraxial M^2 as a function of the w_0/λ ($\Omega_0 = 1/\lambda$)

2 结果与讨论

在 $w_0/\lambda > 2$ 时,傍轴与非傍轴标量理论计算的双曲正弦高斯光束的质量因子趋于一致;在 $w_0/\lambda < 1$ 时,两者有较大的差别。因此,当光束的束腰半径较大时,可用传统的标量光场光强定义来近似描述横截面上光场的能量传输,传统的光强二阶矩理论也近似成立,傍轴双曲正弦高斯光束可以看成是由中心分别位于 $(-\Omega_0 w_0^2/2, 0, 0)$ 和 $(\Omega_0 w_0^2/2, 0, 0)$ 处,束腰半径相同、位相差为 π 的两束偏心基模高斯光束的相干叠加;而当光束的束腰半径较小时 ($w_0 < \lambda$),光束横截面上的光强不能采用传统的光强定义,而必须采用光强的精确定义进行描述,光束质量因子也必须采用精确光强定义下的非傍轴光束质量因子的定义作修正。另

外,还必须强调指出,当光束的束腰半径较小时,倏逝波对光束的光强二阶矩的贡献一般不可忽略,仅当光束束腰处(取 $z=0$)光场复振幅的角谱 $A_0(f_x)$ 为实数或纯虚数时,倏逝波贡献才为 0。

参考文献

- [1] CASPERSON L W, HALL D G, TOVAR A A. Sinusoidal-Gaussian beams in complex optical systems [J]. J O S A, 1997, A14 (12): 3341~3348.
- [2] CASPERSON L W, TOVAR A A. Hermite-sinusoidal-Gaussian beams in complex optical systems [J]. J O S A, 1998, A15 (4): 954~961.
- [3] TOVAR A A, CASPERSON L W. Production and propagation of Hermite-sinusoidal-Gaussian laser beams [J]. J O S A, 1998, A15 (9): 2425~2432.
- [4] 王喜庆,吕百达. 厄米-双曲正弦高斯光束的 M^2 因子 [J]. 物理学报, 2002, 51 (02): 247~251.
- [5] 张彬,马虹,吕百达. 双曲正弦高斯光束的 M^2 因子相干模 [J]. 物理学报, 1999, 48 (10): 1869~1874.
- [6] 曹清,邓锡铭,郭弘. 横截面上光强的精确表述 [J]. 光学学报, 1996, 16 (7): 897~902.
- [7] 邓小玖,吴本科,肖苏. 微小孔近场衍射的能量传输 [J]. 光学学报, 2001, 21 (12): 1432~1436.
- [8] GOODMAN J W. 傅里叶光学系统 [M]. 北京:科学出版社, 1976. 54~55.
- [9] PORRAS M A. Finiteness and propagation law of the power density second-order moment for diffracted scalar light beam [J]. Optic, 1999, 110 (9): 417~420.
- [10] 邓小玖,胡继刚,刘彩霞 *et al* 光束质量因子的研究 [J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2002, 25 (6): 1187~1190.

(上接第 442 页)

- [7] MCFARLANE R A, LUIM, YAP D *et al* Rare earth doped fluoride waveguides fabricated using molecular beam epitaxy [J]. IEEE J Q E selected topics, 1995, 1 (1): 82~91.
- [8] XIANG Q, LAM Y L, CHAN Y C *et al* Optical properties of Er^{3+} -doped $\text{SiO}_2\text{-GeO}_2\text{-Al}_2\text{O}_3$ planar waveguide fabricated by sol-gel processes [J]. Thin Solid Films, 2000, 370: 243~247.
- [9] 赵来,刘翔宇,许生 *et al* 中频双靶反应磁控溅射制备 TiO_2 膜的一些探索 [J]. 真空, 2003 (1): 17~20.
- [10] 侯亚奇,庄大明,张弓 *et al* 中频交流反应溅射 TiO_2 薄膜的制备及性能研究 [J]. 真空科学与技术, 2001 (6): 457~460.
- [11] 李成仁,宋昌烈,饶文雄 *et al* 两片掺钕玻璃样品级联荧光光谱的实验研究 [J]. 物理学报, 2003, 52 (3): 751~755.
- [12] 李淑凤,宋昌烈,巢明. 不同波长泵浦的掺钕 Al_2O_3 薄膜光波导 1.53 μm 荧光特性 [J]. 光电子·激光, 2001, 12 (1): 14~18.
- [13] 李成仁,宋昌烈,李淑凤 *et al* 溶胶-凝胶(sol-gel)法制作掺钕 Al_2O_3 薄膜及其光致发光光谱特性测量 [J]. 光子学报, 2003, 32 (12): 1514~1517.