

文章编号: 1001-3806(2005)04-0426-03

## 用 $K$ 参数描述光强陡峭度的有效性研究

康小平<sup>1,2</sup>, 吕百达<sup>1</sup>

(1. 四川大学 激光物理与化学研究所, 成都 610064; 2. 琼州大学 物理系, 五指山 572200)

摘要: 光束光强分布的陡峭度或平整度通常可用陡峭度参数 ( $K$  参数) 来描述。以双曲余弦-高斯光束、贝塞尔函数调制的高斯光束和平顶高斯光束 3 种光束为例, 给出了详细的数值计算和物理解释。研究表明,  $K$  参数只适用于描述呈钟形光束剖面的陡峭度, 但不适用于有强衍射旁瓣、强调制或有中心凹陷的光束。

关键词: 光束描述; 陡峭度参数 ( $K$  参数); 双曲余弦-高斯光束; 贝塞尔函数调制的高斯光束; 平顶高斯光束

中图分类号: O435 文献标识码: A

### Applicability of kurtosis parameter characterizing the degree of sharpness of beam intensity distribution

KANG Xiao-ping<sup>1,2</sup>, LÜ Bai-da<sup>1</sup>

(1. Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China; 2. Department of Physics, Qiongzhou University, Wuzhishan 572200, China)

**Abstract** It is known that usually the degree of sharpness (or flatness) of beam intensity distribution is described by the kurtosis parameter ( $K$  parameter). Taking cosh-Gaussian (ChG), Besselmodulated Gaussian (QBG), and flattened Gaussian (FG) beams as three illustrative examples, detailed numerical calculations and physical interpretations were given. It is shown that the  $K$  parameter is suited essentially to characterize the sharpness of the bell-shape beam profile, but not applicable to beams with large diffraction side lobes, large intensity modulations, and beams with central shadow.

**Key words** beam characterization; kurtosis parameter ( $K$  parameter); cosh-Gaussian (ChG) beam; Besselmodulated Gaussian (QBG) beam; flattened Gaussian (FG) beam

## 引 言

在近轴光学范围内, 对描述光束的强度矩方法已进行了广泛的研究。其中, 基于光强二阶矩的光束传输因子 ( $M^2$  因子) 通常可以用来描述光束质量<sup>[1]</sup>。在通过理想  $ABCD$  光学系统时,  $M^2$  因子是一个传输不变量。MARTINEZHERRERO 和 HRICHA 等人<sup>[2,3]</sup> 研究了用光束四阶矩和二阶矩定义的  $K$  参数, 以及按  $K$  参数对光束分类问题, 认为“ $K$  参数表示任意光束光强分布的平整度或陡峭度”, 因此,  $K$  参数又称为陡峭度参数。对于二维高斯光束,  $K = 3$  当  $K > 3$  时, 横向光强剖面比高斯光束更陡峭; 而  $K < 3$  时, 则比高斯光束平坦。COLINS<sup>[4]</sup> 将  $K$  参数推广用于描述有硬边光阑限制光束光强分布的陡峭度。与  $M^2$  因子不一样, 除个别光束 (例如高斯光束) 之外, 一般光束的  $K$  参数不是一个传输不变量, 它不是从“质”的方面来描述光束,

而仅仅是光强剖面陡峭程度的几何描述。在实际应用中出现的一个问题是: 在什么情况下用  $K$  参数描述光强陡峭度是有效的? 或者说  $K$  参数对任意光束在有、无光阑限制情况下都是适用的吗? 文中以双曲余弦-高斯 (ChG) 光束、贝塞尔函数调制的高斯 (QBG) 光束和平顶高斯 (FG) 光束 3 种光束为例, 对  $K$  参数的有效性作了研究, 所得结论可推广用于其它类型光束, 对光束描述的研究有实用意义。

### 1 $K$ 参数的定义

$K$  参数定义为<sup>[2]</sup>:

$$K = \langle x^4 \rangle / \langle x^2 \rangle^2 \quad (1)$$

式中,  $\langle x^4 \rangle$  和  $\langle x^2 \rangle$  分别是光强分布的二阶矩和四阶矩, 即:

$$\langle x^n \rangle = \frac{1}{P} \int_0^+ x^n |E(x, z)|^2 dx \quad (n = 2, 4) \quad (2)$$

式中,  $P = \int_0^+ |E(x, z)|^2 dx$  (3)

为光束中包含的总功率,  $E(x, z)$  为光束在  $z$  面处的场分布, 当  $z = 0$  且面光束场分布  $E_0(x_0, 0)$  已知时, 光束通过用矩阵表征的近轴光学系统后的场分布可由 CoT

基金项目: 国家高技术基金资助项目 (A823070)

作者简介: 康小平 (1964-), 女, 副教授, 博士, 现从事激光传输与变换的研究。

E-mail: xpk71@126.com

收稿日期: 2004-05-11; 收到修改稿日期: 2004-06-15

ins公式求出,为<sup>[4]</sup>:

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{i}{\lambda B}} \exp\left[-\frac{iD}{2B}x^2\right] \int_0^b (x_0, 0) \times \exp\left[-\frac{ik}{2B}(Ax_0^2 - 2x_0x)\right] dx_0 \quad (4)$$

式中,  $k$  为波数, 与波长  $\lambda$  关系为  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $A, B$  和  $D$  表示  $ABCD$  光学系统的变换矩阵元素。在极坐标系下, 对旋转对称光束,  $K$  参数有类似 (1) 式的定义, 可参见文献 [5]。在近轴成立前提下, 光束通过  $ABCD$  光学系统的光强分布为:

$$I(x, z) = |E(x, z)|^2 \quad (5)$$

对截断光束, 光阑后表面上光束的  $K$  参数定义为<sup>[3]</sup>:

$$K = \frac{\int_{-b}^b |E_0(x_0, 0)|^2 dx \int_{-b}^b x^4 |E_0(x_0, 0)|^2 dx}{\left[\int_{-b}^b x^2 |E_0(x_0, 0)|^2 dx\right]^2} \quad (6)$$

式中,  $b$  为光阑的半宽度。

## 2 光束模型

选取以下有代表性的 3 种光束进行研究。

### 2.1 双曲余弦-高斯光束

在直角坐标系下, ChG 光束在入射面  $z = 0$  处的场分布为<sup>[6]</sup>:

$$E(x_0, 0) = \exp\left[-\frac{x_0^2}{w_0^2}\right] \cosh(\Omega_0 x_0) \quad (7)$$

式中,  $w_0$  为束腰宽度,  $\Omega_0$  为与 ChG 光束有关的光束参数。

### 2.2 贝塞尔函数调制的高斯光束

在极坐标系下, QBG 光束在入射面  $z = 0$  处的场分布为<sup>[7]</sup>:

$$E(r, \varphi, z = 0) = J_{n/2}\left(\frac{\mu r}{w_0}\right) \exp\left[-\frac{r^2}{w_0^2}\right] \exp(in\varphi) \quad (8)$$

式中,  $J_{n/2}$  是  $|n|/2$  阶的贝塞尔函数, 光束参数  $\mu$  取为复数, 在以下计算中取  $n = 0$  的旋转对称 QBG 光束为研究对象。

### 2.3 平顶高斯光束

在直角坐标系下,  $z = 0$  面上 FG 光束的场分布表示为<sup>[8]</sup>:

$$E(x, 0) = \exp\left[-\frac{(N+1)x^2}{w_0^2}\right] \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \left[\frac{N+1}{w_0^2} x^2\right]^n \quad (9)$$

式中,  $N (N = 0, 1, \dots)$  是 FG 光束的阶数。

## 3 数值计算及分析

典型数值计算例见图 1~ 图 4, 计算参数为:  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ ,  $w_0 = 1\text{mm}$ 。图 1 中给出了 ChG 光束在自由空间传输时, 不同  $K$  值处的相对光强分布。图 2 中给出

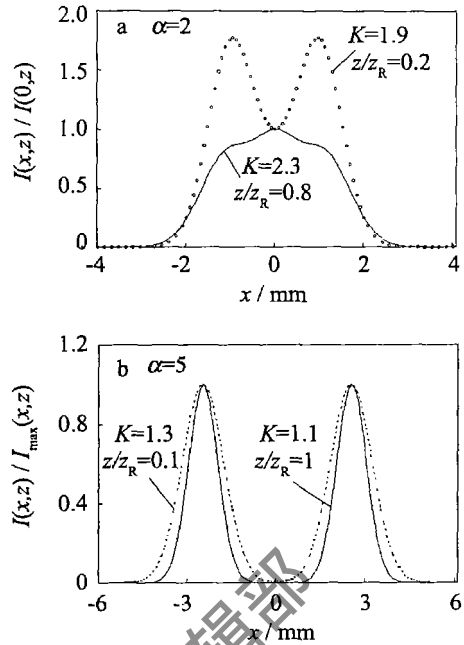


Fig 1 Relative intensity distributions of a ChG beam propagating in free space for different values of the  $K$  parameter

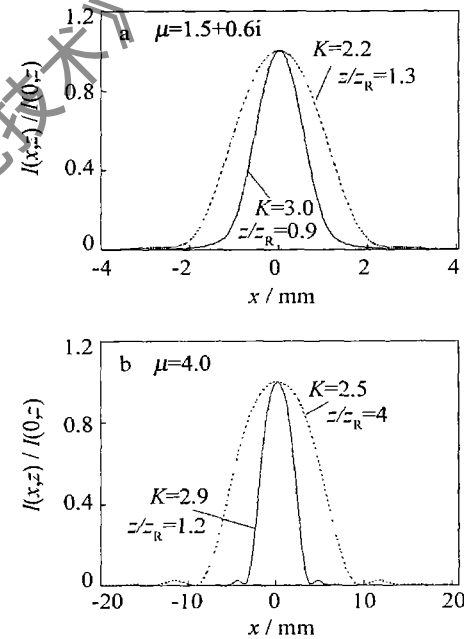


Fig 2 Relative intensity distributions of a QBG beam propagating in free space for different values of the  $K$  parameter

了 QBG 光束在自由空间传输时, 不同  $K$  值处的相对光强分布。图 3 和图 4 中分别给出了 FG 光束通过自由空间和光阑传输时, 在不同  $K$  值处的相对光强分布, 其中  $z_R = kw_0^2/2$  是瑞利长度,  $\alpha = w_0\Omega_0$  为偏心参数,  $F_w = b^2/\lambda z$  为菲涅耳数,  $\beta = bhw_0$  为截断参数。由图 2a 可以看出, 当光强剖面平滑, 呈钟形分布, 没有旁瓣时, 随  $K$  值的增大, 光强剖面变陡, 随  $K$  值的减小, 光强剖面变得平缓, 因而, 用  $K$  参数可以很好地描述光束的平整度。图 2b 表明, 当光强剖面平滑、呈钟形分布, 有很小旁瓣时,  $K$  值小 (如  $K = 2.5$ ), 光强剖面变得平坦,  $K$  值大 (如  $K = 2.9$ ), 光强剖面则变陡, 因而用  $K$  参数

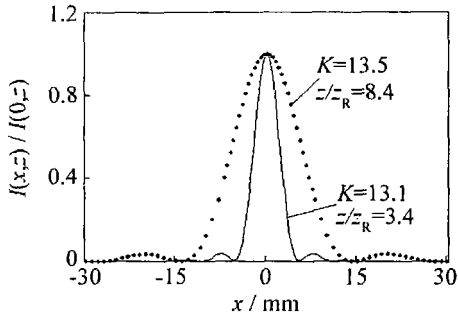


Fig 3 Relative intensity distributions of a FG beam propagating in free space for different values of the  $K$  parameter,  $N = 16$

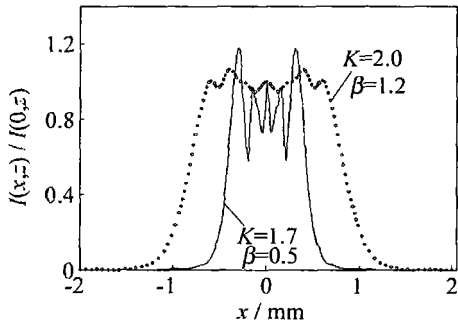


Fig 4 Relative intensity distributions of a FG beam diffracted at a hard edged aperture for different values of the  $K$  parameter,  $N = 6$ ,  $F_w = 5$

也能够有效地描述光束的平整度。但从图 3 可以看出,当光强剖面有显著的旁瓣时,随  $K$  值的增大,光强剖面反而变得平坦;例如,见图 3 中,  $K = 13.5$  对应的光强剖面与  $K = 13.1$  对应的相比较,因此,  $K$  值大小不能够反映出光束剖面的陡峭程度。此外,当光强剖面有强的调制(见图 4)或者光强剖面为有中心凹陷时,如图 1a 和图 1b 所示,  $K$  值的大小并不能够反映出光束的陡峭程度。

#### 4 小 结

由以上计算分析可知,仅当光束的横向光强剖面

呈钟形分布,光滑,没有旁瓣或旁瓣很小时,由(1)式计算出的  $K$  参数之值才能真实反映光强分布的陡峭程度。当光强分布有显著旁瓣、有强的调制,或者有中心凹陷时,由(1)式计算出的  $K$  参数最多只有形式上的意义,并无明确的物理意义,其值的大小不能用来比较光强分布的陡峭。实际上,当光强剖面几何形状不光滑时,所谓“陡峭度”已无意义。因此,用  $K$  参数来描述光强陡峭度是有条件的,不是对任意光束和硬边强衍射光束都能适用。出现这一问题的物理原因是由  $K$  参数的定义式知,计算结果对  $x^n$  ( $n = 2, 4$ ) 是很敏感的,仅当光强剖面有类似于钟形的光滑分布时,定量计算结果才有可比较性,当光强剖面不规则,计算结果已无可比较性了。

#### 参 考 文 献

- [1] SEGMAN A E. New developments in laser resonators [J]. SPIE, 1990 1224: 2~ 14
- [2] MARTINEZ-HERRERO R, PIQUERO G, MEJIAS P M. On the propagation of the kurtosis parameter of general beams [J]. Opt Commun, 1995 115: 225~ 232
- [3] HRICHA Z, DALIL-ESSAKALIL, BNCHA KH M *et al*. Kurtosis factor of some truncated and non-truncated laser beams [J]. Phys Chem News, 2001, 3(9): 11~ 16
- [4] COLLINS S A. Lens-system diffraction integral written terms of matrix optics [J]. JOSA, 1970 60(7): 1168~ 1177
- [5] BOCK R D. Multivariate statistical method in behavioral research [M]. New York: McGraw-Hill, 1975 71
- [6] CASPERSON L W, HALL D G, TOVAR A A. Sinusoidal Gaussian beams in complex optical systems [J]. JOSA, 1997, A14(12): 3341~ 3348.
- [7] CARON C F R, POTVILIEGE R M. Bessel modulated Gaussian beams with quadratic radial dependence [J]. Opt Commun, 1999 164 83~ 93
- [8] GORIE F. Flattened gaussian beams [J]. Opt Commun, 1994 107: 335~ 341
- [9] AHARON I A, JASSBY K M, TUR M. The thermoelastic surface strip source for laser generated ultrasound [J]. J Acoust Soc Amer, 1992 92(6): 3249~ 3258.
- [10] 沈中华, 张淑仪. 薄膜-基片中的激光超声研究 [J]. 声学学报, 2002 27(3): 203~ 208
- [11] ALLEYNE D N, LOWE M, CAWLEY P. The reflection of guided waves from circumferential notches in pipes [J]. J Appl Mech, 1998 65(3): 635~ 641
- [12] LOWE M, ALLEYNE D N, CAWLEY P. The mode conversion of a guided wave by a part circumferential notch in a pipe [J]. J Appl Mech, 1998 65(3): 649~ 656
- [13] DIFRIZ J J, ROSE J L. Excitation of guided elastic wave modes in hollow cylinders by applied surface tractions [J]. J A P, 1992, 72(7): 2589~ 2597.
- [14] MCDONAL A F. On the precursor in laser generated ultrasound waves in metals [J]. A P L, 1990 56(3): 230~ 232
- [15] ROSE L R F. Point source representation for laser-generated ultrasound [J]. J Acoust Soc Amer, 1984 75(3): 723~ 732
- [16] CHENG J C, ZHANG S Y, WU L. Excitation of thermoelastic waves in plates by a pulsed laser [J]. Appl Phys, 1995 A61(3): 311~ 319.
- [17] CHENG J C, ZHANG S Y. Quantitative theory for laser generated Lamb waves in orthotropic thin plates [J]. A P L, 1999 74(14): 2087~ 2089.
- [18] SHEN Z H, ZHANG S Y, CHENG J C. Theoretical study on surface acoustic waves generated by a laser pulse in solids [J]. Analytical Science, 2001, 17(s1): 204~ 207
- [19] 汤立国, 程建春, 王金兰. 管道中激光激发瞬态导波的理论研究 [J]. 声学学报, 2001 26(6): 489~ 496
- [20] 袁易全, 陈思忠. 近代超声原理和应用 [M]. 南京: 南京出版社, 1996 328.

(上接第 388 页)