

文章编号: 1001-3806(2005)04-0410-04

多抽运宽带喇曼放大器模拟算法的研究

武 斌, 李 康*, 孔繁敏, 王 岩, 李 谦
(山东大学 信息科学与工程学院, 济南 250100)

摘要: 基于龙格-库塔-芬尔格 (Runge-Kutta-Fehlberg) 方法, 提出了一种求解多抽运宽带喇曼放大器耦合方程的自适应步长算法。该算法根据每步计算中局部截断误差和精度的要求, 合理调整步长大小。仿真结果表明, 与其它算法相比, 自适应步长算法能有效地提高计算精度和效率, 适合于光纤喇曼放大器的模拟计算。

关键词: 多抽运光纤喇曼放大器; 受激喇曼散射; 喇曼增益; 局部截断误差

中图分类号: TN253.0437.3 文献标识码: A

A study of the simulation algorithm for multi-pumped broadband Raman amplifier

WU Bin, LI Kang, KONG Fanmin, WANG Yan, LI Qian

(School of Information Science and Engineering Shandong University, Jinan 250100, China)

Abstract An adaptive step size method for the coupled equations of multi-pumped broadband Raman amplifiers was proposed based on Runge-Kutta-Fehlberg methods. This algorithm adjusts the step size appropriately according to the presupposed precision and the local truncation error of each step. Simulation results indicate that our adaptive step size method improves the accuracy and the simulating speed efficiently compared with other traditional algorithms and suits the numerical simulation for fiber Raman amplifier.

Key words multi-pumped fiber Raman amplifier; stimulated Raman scattering; Raman gain; local truncation error

引 言

随着光纤通信技术向着宽带、高速、超大容量的方向发展, 掺铒光纤放大器 (EDFA) 已经达到其增益带宽的上限, 失去发展潜力。近几年来, 光纤喇曼放大技术得到了越来越多的研究和重视。与传统的稀土掺杂光纤放大器相比, 光纤喇曼放大器 (FRA) 具有灵活的信号增益范围和优良的噪声性能, 采用多抽运的喇曼光纤放大结构可以获得 80nm 以上非常平坦的增益谱^[1]。这些突出的优势使喇曼放大器成为超宽带 DWDM 系统的核心器件之一。

在实际应用中, 为了克服抽运波引起的信号串扰, 喇曼放大器大都采用反向抽运的结构以减小波动的影响。反向抽运喇曼放大器的特性可以由包含多抽运、多信道、放大器自发辐射、后向瑞利散射传输演化以及相互作用的喇曼功率耦合方程来描述。这是一个两点多边值的常微分方程组, 使用传统积分法求解需要大量的计算时间, 为此, 人们提出了多种实用的算法, 如

平均功率法^[2]、多步迭代法^[3,4], 大大提高了计算速度, 但是由于这些算法使用固定的步长, 计算效率不高^[5]。期望有一种较理想的方法, 步长跟随功率变化, 在功率变化快的区域采用较小的步长, 而在功率变化慢的区域采用较大步长。这种步长调整的算法一般是基于对局部截断误差的估计实现的。龙格-库塔-芬尔格 (RK45) 方法在计算中, 能够估计每步迭代中的局部截断误差, 可用来解决自适应步长问题。

作者基于 RK45 法, 提出了一种自适应步长算法。这种算法根据每步的局部截断误差与精度要求自动调整步长, 在相同条件下提高了计算精度和速度, 适于求解喇曼放大器耦合方程的两点多边值问题。

1 喇曼放大器的数学模型

多抽运、多信道的喇曼放大器的仿真是比较复杂的, 它涉及抽运光到信号光、抽运光之间、信号光之间的喇曼增益过程, 还包括放大器自发辐射噪声, 热噪声, 以及后向瑞利散射的放大过程。更精确的模型还考虑了受激布里渊散射、高阶斯托克斯波和反斯托克斯波的产生等非线性效应。一般情况下, 后述几种影响可以忽略, 多抽运光纤喇曼放大器的功率耦合方程

作者简介: 武 斌 (1981-), 男, 硕士研究生, 现主要从事光纤通信系统的计算机仿真方面的研究。

* 通讯联系人。E-mail: kangli@sdu.edu.cn

$$\begin{aligned} \frac{dP^\pm(z, \nu)}{dz} = & \mp \alpha(\nu)P^\pm(z, \nu) \pm \gamma(\nu)P^\mp(z, \nu) \pm \\ & P^\pm(z, \nu) \sum_{\xi < \nu} \frac{g_R(\nu - \xi)}{K_{\text{eff}} A_{\text{eff}}(\xi)} [P^\pm(z, \xi) + P^\mp(z, \xi)] \pm \\ & h\nu \sum_{\xi > \nu} \frac{g_R(\nu - \xi)}{A_{\text{eff}}(\xi)} [P^\pm(z, \xi) + P^\mp(z, \xi)] \times \\ & \left\{ 1 + \frac{1}{\exp[h(\xi - \nu)/kT] - 1} \right\} \Delta\nu \mp P^\pm(z, \nu) \times \\ & \sum_{\xi < \nu} \frac{\nu g_R(\nu - \xi)}{\xi K_{\text{eff}} A_{\text{eff}}(\xi)} [P^\pm(z, \xi) + P^\mp(z, \xi)] \mp 2h\nu P^\pm(z, \nu) \times \\ & \sum_{\xi < \nu} \frac{g_R(\nu - \xi)}{A_{\text{eff}}(\xi)} \left\{ 1 + \frac{1}{\exp[h(\xi - \nu)/kT] - 1} \right\} \Delta\nu \quad (1) \end{aligned}$$

式中, ν, ξ 代表信号光和抽运光的频率; $P^+(z, \nu)$ 和 $P^-(z, \nu)$ 和分别代表前向和后向传输的光功率; z 代表传输距离; $\alpha(\nu)$ 和 $\gamma(\nu)$ 和分别为不同频率处的光纤损耗和瑞利后向散射系数; $g_R(\nu - \xi)$ 是频率分量 ν, ξ 之间的喇曼增益系数, 与两波长间的频率差和抽运波长有密切关系; $A_{\text{eff}}(\xi)$ 为不同频率处的光纤有效面积, 可以用高斯模场分布来近似计算; K_{eff} 为抽运与信号之间的偏振因子, 通常取 2; h, k, T 分别表示普朗克常数, 波尔兹曼常数和开氏温度。公式等号右侧包含 6 项, 依次表示: 光纤损耗, 瑞利后向散射, 短波长信道提供的喇曼增益、自发喇曼散射噪声和热噪声, 长波长信道以及放大自发辐射的喇曼消耗。

2 数值算法

2.1 自适应步长算法

为了方便数值计算, (1) 式可以写为下面的形式, 式中, $f(z, \nu, P^\pm(z, \nu))$ 为 (1) 式等号右侧部分:

$$\frac{dP^\pm(z, \nu)}{dz} = f(z, \nu, P^\pm(z, \nu)) \quad (2)$$

应用传统龙格-库塔 (RK) 法计算时, 先设定固定步长 H , 然后沿光纤长度一步步迭代计算。然而, 在传输光纤中, 信号和抽运的功率随距离的演化趋势是变化的, 因此, 选取可变的步长能够提高计算效率。自适应步长算法基于 RKF45 方法, 在每步迭代计算中, 都增加局部截断误差的估计, 由局部截断误差控制步长 H 的调整。

局部截断误差的估计可以使用异阶差值法^[7]。用具有五阶局部截断误差的 RK 公式:

$$\begin{aligned} \overline{P^\pm(z_{j+1}, \nu)} = & P^\pm(z_j, \nu) + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12825}k_3 + \\ & \frac{28561}{56430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6 \quad (3) \end{aligned}$$

估计下面四阶 RK 公式的截断误差:

$$\begin{aligned} P^\pm(z_{j+1}, \nu) = & P^\pm(z_j, \nu) + \frac{25}{216}k_1 + \frac{1408}{2565}k_3 + \\ & \frac{2197}{k_4} - \frac{1}{k_5} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{式中, } k_1 = & Hf(z_j, \nu, P^\pm(z_j, \nu)), k_2 = Hf(z_j + \frac{H}{4}, \nu, \\ & P^\pm(z_j, \nu) + \frac{1}{4}k_1), k_3 = Hf(z_j + \frac{3H}{8}, \nu, P^\pm(z_j, \nu) + \\ & \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2), k_4 = Hf(z_j + \frac{12H}{13}, \nu, P^\pm(z_j, \nu) + \frac{1932}{2197}k_1 - \\ & \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3), k_5 = Hf(z_j + H, \nu, P^\pm(z_j, \nu) + \\ & \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3680}{513}k_3 - \frac{845}{4104}k_4), k_6 = Hf(z_j + \frac{H}{2}, \nu, \\ & P^\pm(z_j, \nu) - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5)。 \end{aligned}$$

$k_1 \sim k_6$ 为每步迭代中的中间变量, H 为本次迭代的步长。没有采用传统的四阶和五阶 RK 公式进行局部截断误差的估计, 是因为这样可以减少 4 次 $f(z, \nu, P^\pm(z, \nu))$ 的计算。由数值分析方法, 局部截断误差 $\tau_{j+1}(H)$ 可表示为:

$$\begin{aligned} \tau_{j+1}(H) \approx & \frac{1}{H} |P^\pm(z_{j+1}, \nu) - P^\pm(z_j, \nu)| = \\ & \frac{1}{H} \left| \frac{1}{360}k_1 - \frac{128}{4275}k_3 - \frac{2197}{75240}k_4 + \frac{1}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6 \right| = O(H^4) \quad (5) \end{aligned}$$

式中, $O(H^4)$ 表示 $\tau_{j+1}(H)$ 是 H^4 的高阶无穷大。设 K 为独立于 H 的整数, 则 $\tau_{j+1}(H)$ 还可表示为: $\tau_{j+1}(H) \approx KH^4$ 。定义步长调整因子 q , 用来自适应调整步长。用新步长 qH 代替原步长 H 后, 可得到新的局部截断误差: $\tau_{j+1}(qH) \approx K(qH)^4 = q^4(KH^4) \approx q^4\tau_{j+1}(H) \approx \frac{q^4}{H} |P^\pm(z_{j+1}, \nu) - P^\pm(z_j, \nu)|$ 。预先设定计算误差容

限为 ε 令新的局部截断误差满足误差容限:

$$\tau_{j+1}(qH) \leq \varepsilon \text{ 则: } q \leq \left[\frac{\varepsilon H}{|P^\pm(z_{j+1}, \nu) - P^\pm(z_j, \nu)|} \right]^{1/4}$$

在实际计算中, 为了补偿每步迭代中多次计算 $f(z, \nu, P^\pm(z, \nu))$ 的代价, 简化计算, 选择 q 为:

$$q = 0.84 \left[\frac{\varepsilon}{\tau_{j+1}(H)} \right]^{1/4} \quad (6)$$

并且, 在实际应用中, 为了避免步长调整后, 极小步长消耗太多时间, 极大步长导致略过微小变化区域, 因此在计算开始之前, 设定最大步长 H_{max} 和最小步长 H_{min} , 在自适应步长调整中, 若调整后的步长 $qH > H_{\text{max}}$, 则 $H = H_{\text{max}}$; 若 $qH < H_{\text{min}}$, 则 $H = H_{\text{min}}$ 。

综上所述, 自适应步长算法可概括为: 首先给定边界初始条件、误差容限 ε 、最大步长 H_{max} 和最小步长 H_{min} , 设起始步长 $H = H_{\text{max}}$ 。在每步迭代中, 先由 (4) 式预测功率值, 然后由 (5) 式估计局部截断误差, 如果误差小于容限值, 则保存数据, 由 (6) 式求出步长调整因子 q 调整步长, 进行下一步迭代; 若误差大于容限值,

上过程至全部光纤长度。误差容限 ϵ 根据数值分析理论和仿真中的精度要求选取。

2.2 自适应步长算法的测试与比较

为了验证自适应步长算法的有效性,使用下面的常微分方程比较自适应步长算法与平均功率法 (one-step method)^[2]、四步平均功率法 (four-step method)^[3]和 PCM (predictor corrector method)方法^[4]的精度和效率:

$$dy/dx = -y + z + 1, y(0) = 1, 0 \leq z \leq 4 \quad (7)$$

由于 (7) 式是用来测试数值算法的测试方程,故式中的变量 x, y, z 没有物理意义,可理解为一个相对单位。将 (2) 式中 $P^\pm(z, \nu)$ 和 $f(z, \nu, P^\pm(z, \nu))$ 分别替换为上式中的 $y(z)$ 和 $[-y(z) + z + 1]$, 取 $\epsilon = 10^{-6}, H_{max} = 0.3, H_{min} = 0.05$ 可以得到图 1。图中自上至下 4 条曲

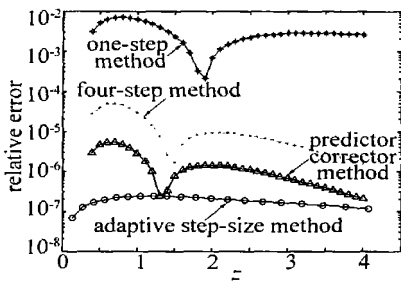


Fig. 1 Relative error of the adaptive step-size method, the one-step method, the four-step method and the PCM

线分别代表一步平均功率法、四步平均功率法、PCM法和自适应步长法与精确解 $y(z) = e^{-z} + z$ 的相对误差。从图中不难看出,自适应步长算法的相对误差远小于其它 3 种方法。

图 2 中给出了自适应步长算法每次迭代的步长选

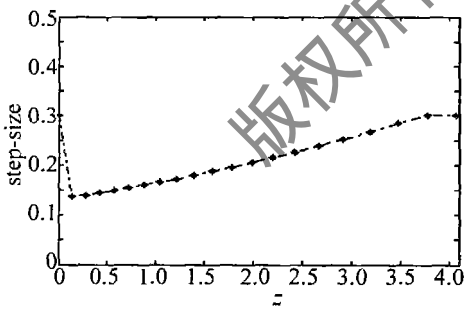


Fig. 2 Step-size choice of the adaptive step-size method

择。从图中可以看出,在 (7) 式的计算中,自适应步长算法每步计算都选择最优步长,经过 20 步迭代完成计算,而其它 3 种算法均是在固定步长 $H = 0.1$ 时,经过 40 步迭代得到的。由于迭代次数减少,提高了计算速度。因此,自适应步长算法可以在减小误差的同时提高计算效率。

3 喇曼放大器的数值模拟及讨论

作为自适应步长算法的应用,对 5 个反向抽运源放大

中,放大器传输距离为 25km, $T = 300K, \nu = 7 \times 10^{-8} m^{-1}$,信号光和抽运光的损耗系数 $\alpha(\nu)$ 由文献 [8] 中的光纤损耗曲线获得,喇曼增益系数 g_R 参照文献 [9] 中的测量数据。5 路抽运光的波长分别为: 1420nm, 1435nm, 1450nm, 1465nm 和 1495nm, 对应功率分别为 18.7dBm, 19.1dBm, 18.5dBm, 15.6dBm, 和 19.0dBm。100 路信号光频率范围为 197.23THz ~ 185.35THz 信道间隔 0.12THz 每个信道的输入功率均为 0.5mW。仿真中, $\epsilon = 10^{-6}, H_{max} = 1km, H_{min} = 0.05km$,

图 3~图 6 为仿真得到的传输光纤中喇曼增益对光纤损耗的补偿。图 3 图 4 图 5 和图 6 分别表示抽运光、反向散射抽运波、信号光和反向散射信号波沿光

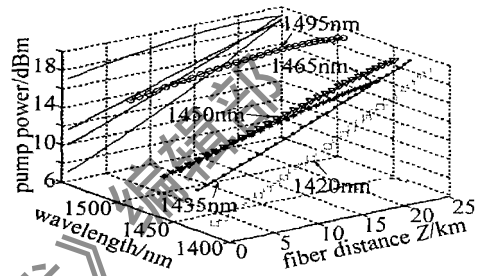


Fig. 3 Propagation for pump along the transmission fiber

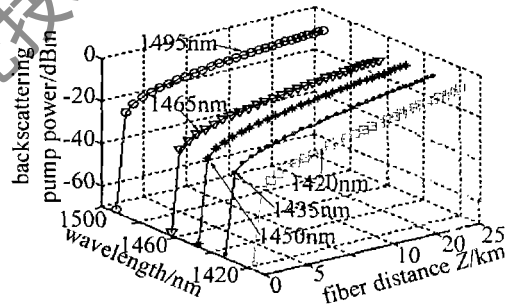


Fig. 4 Propagation for pump backscattering waves along the transmission fiber

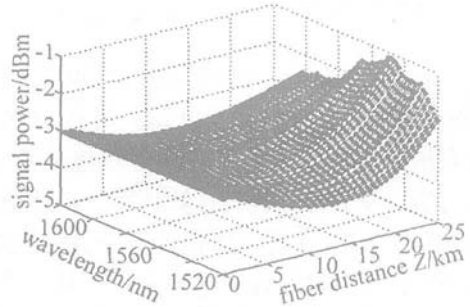


Fig. 5 Propagation for signal along the transmission fiber

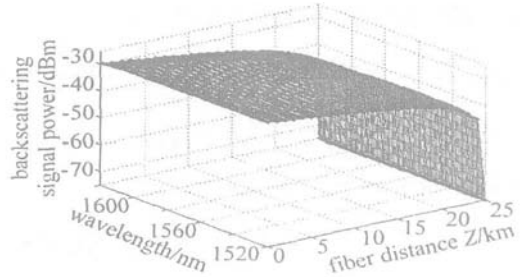


Fig. 6 Propagation for signal backscattering waves along the trans

纤的传播。从图 3 和图 5 中可以看到: 不同抽运之间除了光纤损耗引起的功率衰减外, 抽运之间由受激喇曼散射 (SRS) 引起的能量传递也是很明显的, 长波长抽运光从短波长抽运光处获得能量; 信号光传输过程中, $Z < 15\text{km}$ 时, 光纤损耗大于喇曼增益, 信号光功率下降, 当 $Z > 15\text{km}$ 后, 喇曼增益起主要作用, 信号光被放大, 并且由于信号光之间的 SRS 作用, 长波长信号的喇曼增益较大, 因此需要在短波长区设置更大的抽运光功率来实现增益的平坦性。图 4 和图 6 中, 由于瑞利后向散射和受激喇曼散射的作用, 抽运光和信号光均产生了后向散射波。在仿真中, 将两者的初值都设为 -70dBm 。从图中可以看出, 反向散射的抽运波和信号波功率分别比抽运光和信号光低大约 20dB 和 30dB 。

图 7 中给出了 5 个抽运作用下信号光沿光纤传输 25km 后的喇曼增益。图中 5 条实线代表 5 路抽运光分别作用下, 100 路 WDM 信号光的增益曲线, 图中虚线表示信号光的合成喇曼增益。

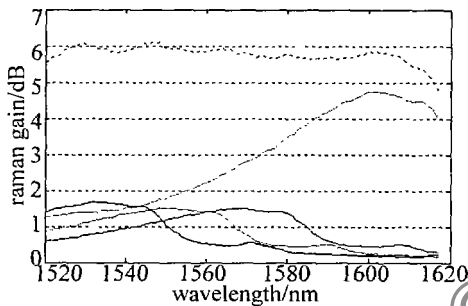


Fig 7 Raman gain pumped by 5 pumps

4 结 论

基于 RKF45 方法, 提出了一种自适应步长算法求解多抽运喇曼放大器的耦合方程。自适应步长算法在

每步迭代中估计局部截断误差, 并根据局部截断误差与精度要求有效的调整步长, 在保证计算精度的前提下, 减少迭代步数, 从而提高计算效率。将自适应步长算法与已有的平均功率法、四步平均功率法及 PCM 法进行了比较, 仿真结果表明自适应步长算法能够有效的减小误差, 提高速度。应用自适应步长算法对喇曼放大器进行数值模拟, 结果表明: 抽运光之间、信号光之间存在的 SRS 散射作用是不可忽略的, 需要在短波长区设置更大的抽运光功率来实现增益的平坦性; 由于瑞利后向散射和受激喇曼散射, 抽运光和信号光均产生了后向散射波, 反向散射的抽运波和信号波功率分别比抽运光和信号光低大约 20dB 和 30dB 。

参 考 文 献

- [1] NAM K I S, EMORI Y. Ultrabroadband Raman amplifiers pumped and gain-equalized by wavelength division multiplexed high-power laser diodes [J]. IEEE J Select Topics Quantum Electron 2001, 7(1): 3~16
- [2] M N B, LEE W J, PARK N. Efficient formulation of Raman amplifier propagation equations with average power analysis [J]. IEEE Photon Technol Lett 2000, 12(11): 1486~1488
- [3] LIU X M, ZHANG H Y, GUO Y L. A novel method for Raman amplifier propagation equations [J]. IEEE Photon Technol Lett 2003, 15(3): 392~394
- [4] LIU X M, LEE B. A fast and stable method for Raman amplifier propagation equations [J]. Opt Express 2003, 11(9): 2163~2176
- [5] MATH EW S J H. Numerical methods for mathematics science and engineering [M]. 2nd ed New Jersey: Prentice Hall 1992. 464~475
- [6] KIDORF H, ROTTWITT K, NISSOV M *et al*. Pump interactions in a 100nm bandwidth Raman amplifier [J]. IEEE Photon Technol Lett 1999, 11(5): 530~532
- [7] BURDEN R L, FAIRES J D. Numerical analysis [M]. 7th ed, Boston: Prentice Hall 2001. 272~287
- [8] 凯泽 G. 光纤通信 [M]. 3 版, 北京: 电子工业出版社, 2002. 71~72
- [9] AGRAWAL G P. Nonlinear fiber optics [M]. 3rd edition, New York: Academic Press 2001. 299~300

(上接第 409 页)

- [3] YU S F. Polarization selection in birefringent antiresonant reflecting optical waveguide-type vertical-cavity surface-emitting lasers [J]. IEEE J Q E, 2003, 39(11): 1362~1371
- [4] HUANG Y Z, PAN Z, WU R H. Analysis of the optical confinement factor in semiconductor lasers [J]. J A P, 1996, 79(8): 3827~3830
- [5] DEBERNARDI P, FRATTA L, BAVA G P. Spectral linewidth in oxide-confined vertical-cavity surface-emitting lasers [J]. IEEE J Q E, 2001, 37(8): 1084~1094
- [6] ZHOU D, MAWST L J, DAI Z M. Modal properties of two-dimensional antireflecting vertical-cavity surface-emitting laser arrays [J]. IEEE J Q E, 2002, 38(6): 652~664
- [7] LU Y, KLEN B, HESS K *et al*. Effects of the spatial nonuniformity of optical transverse modes on the modulation response of vertical-cavity surface-emitting lasers [J]. IEEE J Q E, 2003, 39(1): 99~108
- [8] 黄永箴. 垂直腔面发射激光器中顶层相位对模式特性的影响 [J]. 光学学报, 2000, 20(2): 181~185
- [9] BORN M, WOLF E. Principles of optics [M]. London: Cambridge University Press 1999. 64
- [10] BORN M, WOLF E. Principles of optics [M]. London: Cambridge University Press 1999. 39
- [11] GUSTAVSSON J S, VUKUSIC J A, BENGTSSON J *et al*. A comprehensive model for the modal dynamics of vertical-cavity surface-emitting lasers [J]. IEEE J Q E, 2002, 38(2): 203~212