

文章编号: 1001-3806(2005)02-0222-03

# 基于单缝分数傅里叶变换的透镜单色焦距测量

张 鹏, 沈学举, 牛燕雄\*, 薛 蕊

(军械工程学院 光学与电子工程系, 石家庄 050003)

摘要: 透镜的单色光焦距是激光应用中的重要参数。概括了分数傅里叶变换的基本原理, 讨论了利用分数傅里叶变换测量透镜焦距的实现方法和技术特点, 提出了一种利用单缝的分数傅里叶变换测量透镜单色光焦距的实验方案, 并给出了相应的程序设计思路。该方法自动化程度高, 操作灵活, 易于实现。

关键词: 分数傅里叶变换; 焦距; 透镜; 单缝

中图分类号: O438.2 文献标识码: A

## Measurement of monochrome focal length based on single-slit fractional Fourier transform

ZHANG Peng, SHEN Xueju, NIU Yanxiong, XUE Rui

(Department of Optics & Electron Engineering Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

**Abstract** Measurement of monochrome focal length (MLL) of a lens based on define of fractional Fourier transform is generalized and discussed. A new experimental design for testing MLL of lens by a single slit is studied, and then the experimental device and program flow chart of this method are put forward. This method is flexible and easy to realize selfacting test.

**Key words** fractional Fourier transform; focal length; lens; single slit

### 引 言

分数傅里叶变换是上世纪 90 年代兴起的信息光学处理的新分支<sup>[1]</sup>。与传统傅里叶变换相比, 它不需要严格判定焦平面位置, 而只需相对称的两位置即可, 因此具有更好的灵活性和更高的精确性。同时, 随着激光技术的普及和发展, 透镜单色光焦距的测量是经常遇到的问题。传统测量方法如放大率法、平行光管法等是针对普通光源的, 测量单色光焦距时需加滤光片, 这无疑增加了实验的复杂性, 也降低了测量精度。

本文中研究了利用分数傅里叶变换测量透镜单色光焦距的实验原理和技术特点, 提出了一种利用单缝的分数傅里叶变换自动测量透镜单色光焦距的实验方案, 讨论了具体步骤和处理方法, 并给出了初步的程序设计思路。该方法对于实现高灵活性、高自动化和较高精度的透镜单色焦距测量具有现实意义。

### 1 分数傅里叶变换的基本原理

1993 年, LOHMANN 首次把分数傅里叶变换的数

作者简介: 张 鹏 (1978-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为光学仪器设计和光电对抗理论。

\* 通讯联系人。E-mail: td2002niu@sina.com

收稿日期: 2004-02-20 收到修改稿日期: 2004-04-22

学定义引入信息光学, 其基本定义式为<sup>[1]</sup>:

$$u_p(x_1) = F^p[u_0(x_0)] = \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(x_0) \times \exp\left[\frac{j\pi(x_0^2 + x_1^2)}{f_0 \tan\varphi}\right] \exp\left[-\frac{j2\pi x_0 x_1}{f_0 \sin\varphi}\right] dx_0 \quad (1)$$

式中,  $u_0(x_0)$  表示要变换的物体,  $u_p(x_1)$  表示它的分数傅里叶变换,  $p$  为阶数,  $\varphi = p\pi/2$ ,  $f_0$  称为标准焦距, 在图 1 所示的实现形式中,  $f_0 = f \sin\varphi$ 。

分数傅里叶变换有多种实现形式, 最典型的是 Lohmann 的单透镜实现形式 (见图 1), 之后又有许多学者研究了其它的实现形式<sup>[2]</sup>。除了利用透镜实现分数傅里叶变换外, 还研究了利用梯度折射率介质, 以及利用特殊球面波照射的无透镜实现形式<sup>[3]</sup>。

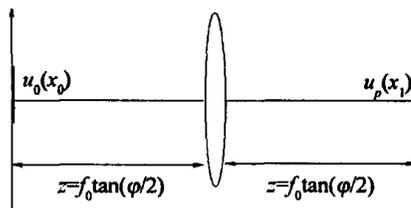


Fig. 1 Lohmann's setup

由于其它几种实现形式对于物体或介质有特别的要求, 无透镜实现形式的结构虽然简单, 但由理论计算出的特殊球面波并不容易得到, 且其实质仍是模拟平面波通过透镜后产生的球面波, 因此, 本文中仍采用图

1 所示的实现形式。

## 2 利用分数傅里叶变换测量透镜焦距

测量透镜焦距的方法很多,而传统方法主要是针对普通光源的。近来提出的自参考激光剪切法<sup>[4]</sup>、激光散斑法<sup>[5]</sup>、以及对称双圆孔傅里叶变换干涉条纹法<sup>[6]</sup>等测量单色光焦距的方法,一般都需要标定焦平面的位置,这无疑增加了实验的难度和误差。由于分数傅里叶变换不需要确定焦平面的位置,而只需输入面和输出面对称分布于透镜两侧,因此具有实验装置简单、操作灵活、精度高、易于实现自动化等优点。

### 2.1 双缝分数傅里叶变换测量透镜焦距<sup>[7]</sup>

在图 1 所示的装置中,设两个相距  $2b$  沿  $x_0$  轴方向关于原点对称分布且具有相同透过率函数的物体分别为  $u_0(x_0 + b)$  和  $u_0(x_0 - b)$ ,由 (1) 式可分别得到两物体的分数傅里叶变换。两物体经过透镜的出射光在自由空间中传播距离  $z$  到达输出平面,其频谱干涉的光强为:

$$I = [u_{p_1}(x) + u_{p_2}(x)] \cdot [u_{p_1}(x) + u_{p_2}(x)]^* = |u_p(x + b \cos \varphi)|^2 + |u_p(x - b \cos \varphi)|^2 + 2|u_p(x + b \cos \varphi) \cdot u_p(x - b \cos \varphi)| \cos\left(\frac{4\pi b}{\lambda f} x\right) \quad (2)$$

可见其光强呈余弦分布,干涉条纹的方程为:

$$4\pi b x / \lambda f = 2n\pi \quad n = 0 \pm 1 \pm 2 \dots \quad (3)$$

相邻条纹的间距为:  $\Delta x = \lambda f / 2b$  (4)

则被测透镜的焦距为:  $f = 2b \Delta x / \lambda$  (5)

这种利用分数傅里叶变换频谱干涉测量透镜焦距的方法,与利用联合傅里叶变换频谱干涉法有着相似的思路,但与之相比又具有许多优点<sup>[7]</sup>。然而物体透过率函数的具体形式虽然不影响干涉条纹的间距,但会导致干涉条纹的质量变坏,给观察和测量带来误差;同时,从 (5) 式可以看出,焦距测量的误差取决于两物体的间距、条纹间距以及波长的测量标准误差,其精度仍然受到较多限制。

### 2.2 单缝分数傅里叶变换测量透镜焦距

赵明山等<sup>[8]</sup>提出了一种利用单缝的夫琅和费衍射测量透镜焦距的方法,尽管装置简单,但是仍需要精确标定狭缝的宽度;更重要的是条纹间距的测量需要在后焦面上进行,而在采用单狭缝的情况下精确判定透镜后焦面较困难。本文中利用单狭缝的分数傅里叶变换谱测量透镜焦距,可以克服以上这些问题。实验可以用图 2 的方案实现。

具体的实验思路如下:为了简便,实验物体采用透过率为 1 的狭缝。首先由 (1) 式可以得出接收平面的复振幅分布,进而计算出光强分布的关系式,这个数学关系式可以用计算机绘制出其图形;同时,CCD 实际

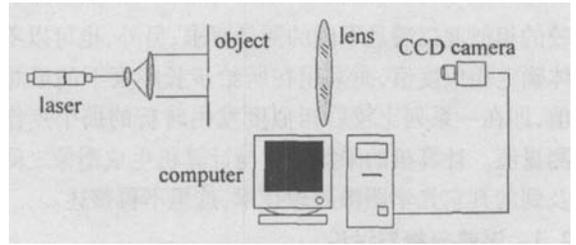


Fig 2 Experimental scheme

采集到的分数傅里叶变换光强分布可以经由计算机分析处理后得到另一幅图像。将采集到的图像作为标准图像,计算机绘制的图像作为比较图像,两者借助于光学图像处理的方法进行比较。以一定的步长改变计算机绘图时采用的焦距值,这样就可以得到一系列图像再分别与标准图像进行比较;当图像相似度满足要求时,对应的焦距值即为被测透镜的焦距值。

图像比较的方法可以采用联合傅里叶变换、匹配滤波或者特征点比对法。利用联合傅里叶变换比较或匹配滤波比较时,可以先以计算机生成的两个相同图像的变换结果作为标准(即将这种情况下相关点的灰度值作为完全相同的标准),实验中处理得到的结果与这个值进行比较,达到标准灰度的百分数即可作为相似度的度量。而所谓“特征点比对法”,是在两幅同等比例的图像中建立完全相同的网格坐标系,在网格中提取相对应的点进行比对,相同的程度即可作为相似度的近似度量。

计算程序的设计思路见图 3。作为物体的狭缝可以采用计算机控制的实时空间光调制器,其精度可达

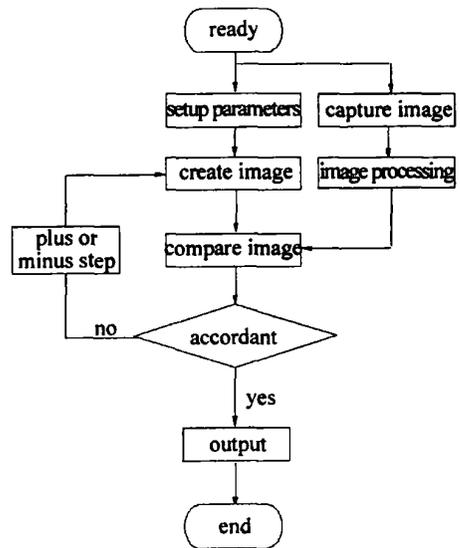


Fig 3 Program flow chart

到微米量级。焦距的初始值可以由平行光聚焦法或其它的一般方法粗略地估算,然后设定一个步长,也就是焦距计算的精确度(如设定为 0.001mm,就意味着焦距的计算值精确到微米),这样计算机就可以一定的间隔连续绘制不同焦距值下的光强分布,与实验采集

图逐一比较。如前所述,在实验中还可以确定图像比较的相似度以满足不同的测量要求;另外,也可以不具体确定相似度值,而采用在所给步长精度下的最相近值,即在一系列比较后相似度发生转折的那个点作为测量值。计算机的采集图像与计算机生成图像之间涉及到的其它光学图像处理技术,这里不再赘述。

### 2.3 误差分析与讨论

根据上述的过程可以看出,该方案的测量误差主要取决于图像比较时的相似度确定以及 CCD 的精度。设相似度为  $\delta_{sim}$ , CCD 的相对误差为  $\delta_{CCD}$ , 则可得透镜焦距测量的相对误差为:

$$\delta f = \pm \sqrt{(1 - \delta_{sim})^2 + \delta_{CCD}^2} \quad (6)$$

由上式可以看出,该方案的误差影响因素相对较少,而且相似度的选择可以根据不同的需要任意改动,以适应不同精度的场合,而无需增减任何设备。同时张敬斌、赵明山等人<sup>[4,8]</sup>所用的方法在计算相对误差时,都没有将焦平面位置的标定误差计算在内,而这正是误差的一个主要来源。另外,该方案中要进一步降低误差,可在测量准备阶段精确标定标准值以及采用更精确的算法。

### 3 结 论

该方案自动化程度较高,操作灵活性更好,可以根据实际的使用要求确定相应的精度值,误差影响因素

小;同时又克服了一般方法中需要精确标定焦平面的问题。通过这种思路,就把实验条件的限制转移到了更易实现的软件编程上来,测量时只需拍摄一张光强分布图,就可以脱离实验台进行操作。此外,这种程序思路还可以应用于其它方法的焦距自动测量。该方案的缺点主要来自对计算机处理速度的要求,由于计算机要频繁地调用不同的程序,对于硬件配置的要求就更高。再一个问题是 CCD 采集图像的分辨率限制,这可以通过一些图像处理技术和引入修正量来解决,进一步的改进实验和研究还有待继续开展。

### 参 考 文 献

- [1] LOHMANN A W. Image rotation, wigner rotation and the fractional Fourier transform [J]. J O S A, 1993, A10(10): 2181~2186.
- [2] 华建文,刘立人,李国强. 分数傅里叶变换光学实现的基本单元 [J]. 光学学报, 1997, 17(8): 1040~1044.
- [3] 沈学举,汪岳峰,任宏岩. 会聚球面波照明下由菲涅耳衍射实现分数傅里叶变换 [J]. 激光技术, 1999, 23(3): 180~182.
- [4] 张敬斌,赵明山,李国华 *et al* 自参考激光剪切干涉法测量透镜焦距的实验研究 [J]. 应用光学, 1992, 13(5): 46~47.
- [5] 仲伟纲,岳公云,孙国文 *et al* 激光散斑测量透镜焦距 [J]. 光学技术, 1992(4): 46~38.
- [6] 董永绵. 对称双圆孔傅里叶变换干涉条纹法测焦距 [J]. 激光技术, 2001, 25(1): 70~72.
- [7] 杨 虎,李万松. 分数傅里叶变换频谱干涉法测量透镜焦距 [J]. 中国激光, 1999, 26(4): 317~320.
- [8] 赵明山,李国华. 一种测量透镜单色焦距的新方法 [J]. 应用光学, 1992, 13(3): 55~57.

(上接第 195 页)

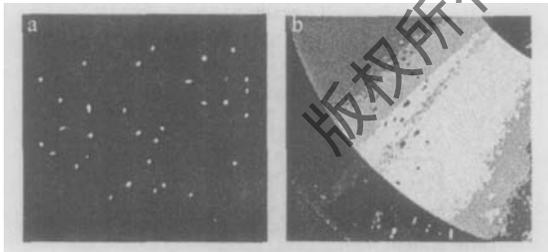


Fig 4 The experimental results  
a—black photo paper b—CD-ROM

### 3 讨 论

利用光电系统的“猫眼效应”,使用其本身作为激光谐振腔的一部分,获得激光振荡,在作为激光腔的一

个等效腔镜获得激光振荡的同时,其焦平面介质由于激光的聚焦将达到较大功率(能量)密度而受到破坏,从理论上分析了其过程并在实验中得到证实,实验结果与理论预期相吻合。

### 参 考 文 献

- [1] 李玉旗,梁 峰. 基于“猫眼效应”的光学目标识别 [J]. 激光与红外, 2000, 30(4): 252~253.
- [2] 葛成良,黄志伟,季云松 *et al* 基于“猫眼效应”的目标识别 [J]. 强激光与粒子束, 2003, 15(7): 632~634.
- [3] 卿光弼,王学楷,郭 勇 *et al* “猫眼效应”的物理模型及证明 [J]. 激光技术, 1995, 19(4): 244~247.
- [4] 杨 虎,谢德林. 光电对抗应用技术分析 [J]. 光电工程, 1998, 25(增刊): 62~65.
- [5] KOECHNER W. Solid state laser engineering [M]. 5th ed. New York: Springer-Verlag, 1999. 78~84.