

文章编号: 1001-3806(2004)06-0648-04

## 光束的二阶矩矩阵和 $M^2$ 因子

彭愿洁<sup>1</sup>, 吕百达<sup>1,2</sup>

(1. 四川大学 激光物理与化学研究所, 成都 610064; 2. 江西师范大学 物理与电子通信学院, 南昌 330027)

**摘要:** 基于  $4 \times 4$  二阶矩矩阵, 对一般光束的  $M^2$  因子和本征像散  $a$  作了研究, 得出复杂像散光束、旋转简单像散光束、准直简单像散光束和无像散光束等一些典型光束的  $M^2$  因子和本征像散的解析公式, 并作了分析。研究表明, 一般而言, 扭曲会引起本征像散的增加, 但却不会影响  $M^2$  因子。

**关键词:** 二阶矩; 矩阵表示;  $M^2$  因子; 本征像散; 扭曲

**中图分类号:** O437 **文献标识码:** A

## Second-order moments matrix and $M^2$ factor of optical beams

PENG Yuan-jie<sup>1</sup>, Lǚ Bǎi-da<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China; 2. College of Physics and Communication Electronics, Jiangxi Normal University, Nanchang 330027, China)

**Abstract:** Based on the  $4 \times 4$  second-order moments matrix, the  $M^2$  factor and intrinsic astigmatism  $a$  of general optical beams are studied. The analytical expressions for the  $M^2$  factor and intrinsic astigmatism  $a$  of some typical types of beam, such as the general astigmatic beam, rotationally simple astigmatic beam, aligned simple astigmatic beam and stigmatic beam, are given and analyzed. It is shown that the twist result is an increase of the intrinsic astigmatism, but doesn't affect the  $M^2$  factor in general.

**Key words:** second-order moment; matrix representation;  $M^2$  factor; intrinsic astigmatism; twist

### 引言

自 SIEGMAN 提出用  $M^2$  因子评价激光光束质量以来<sup>[1]</sup>, 对光束描述和光束的传输不变量等问题已经进行了广泛的研究。一般地, 可用一个  $4 \times 4$  二阶矩矩阵  $\mathbf{v}$  来描述光束的基本特性, 按  $\mathbf{v}$  矩阵的独立矩阵元数目对光束分类, 并由  $\mathbf{v}$  矩阵的传输公式和不变量来定义光束的  $M^2$  因子和本征像散<sup>[2]</sup>。 $\mathbf{v}$  矩阵的实对称正定性和传输矩阵的辛性质决定了光束传输变换的若干重要特性。文中使用二阶矩矩阵方法对一般光束的  $M^2$  因子和本征像散做详细讨论, 给出了  $(M^2)^2 = M_x^2 \cdot M_y^2$  成立的条件, 并对光束扭曲项的影响作了物理分析。

### 1 光束的二阶矩矩阵

一般光束可用一个  $4 \times 4$  的矩阵来描述<sup>[3]</sup>:

基金项目: 江西省自然科学基金资助项目 (0212021)

作者简介: 彭愿洁 (1980-), 女, 硕士研究生, 现从事激光光学的研究工作。

E-mail: hairip@sohu.com

收稿日期: 2003-10-28; 收到修改稿日期: 2003-11-30

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M}^T & \mathbf{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & M_{11} & M_{12} \\ W_{12} & W_{22} & M_{21} & M_{22} \\ M_{11} & M_{21} & U_{11} & U_{12} \\ M_{12} & M_{22} & U_{12} & U_{22} \end{bmatrix} \quad (1a)$$

或写为:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xy \rangle & \langle xu \rangle & \langle xv \rangle \\ \langle xy \rangle & \langle y^2 \rangle & \langle yu \rangle & \langle yv \rangle \\ \langle xu \rangle & \langle yu \rangle & \langle u^2 \rangle & \langle uv \rangle \\ \langle xv \rangle & \langle yv \rangle & \langle uv \rangle & \langle v^2 \rangle \end{bmatrix} \quad (1b)$$

式中, 上标 T 表示转置运算。10 个矩阵元的物理意义分别为:  $\langle x^2 \rangle$ ,  $\langle y^2 \rangle$  与束宽平方成正比,  $\langle u^2 \rangle$ ,  $\langle v^2 \rangle$  正比于远场发散角的平方,  $\langle xu \rangle$ ,  $\langle yv \rangle$  反比于光束在  $x$  和  $y$  方向等相面曲率半径,  $\langle xy \rangle$ ,  $\langle uv \rangle$  分别为光束在近场和远场的取向,  $\langle xv \rangle$ ,  $\langle yu \rangle$  为与光束扭曲有关的参数。因  $\mathbf{v}$  矩阵是实对称和正定的, 因此, 采用适当的光学系统, 总可以将  $\mathbf{v}$  矩阵对角化为<sup>[4]</sup>:

$$\mathbf{V}' = \begin{bmatrix} W_{11}' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{22}' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & U_{11}' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_{22}' \end{bmatrix} \quad (2)$$

或对称化为<sup>[5]</sup>:

$$V'' = \begin{bmatrix} W_{11}'' & 0 & 0 & -M_{12}'' \\ 0 & W_{11}'' & M_{12}'' & 0 \\ 0 & M_{12}'' & U_{11}'' & 0 \\ -M_{12}'' & 0 & 0 & U_{11}'' \end{bmatrix} \quad (3)$$

$V$  矩阵通过用  $4 \times 4$  辛矩阵  $S = \begin{matrix} A & B \\ C & D \end{matrix}$  描述的一阶光学系统时有两个传输不变量,即  $M^2$  因子和本征像散  $a$ :

$$(M^2)^2 = 4k^2 \det V \quad (4)$$

$$a = 2k^2 [\text{Tr}(VJ)^2 - 2 \det V] \quad (5)$$

式中,  $\text{Tr}$ ,  $\det$  分别表示矩阵的迹和对应行列式值,  $k$  为波数,

$$\text{Tr}(VJ)^2 = (W_{11}U_{11} - M_{11}^2) + (W_{22}U_{22} - M_{22}^2) + 2(W_{12}U_{12} - M_{12}M_{21}) \quad (6)$$

式中,  $J = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{bmatrix}$ ,  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。注意,一般情况

下用(4)式定义的  $M^2$  因子不能写为常见形式<sup>[1]</sup>:

$$(M^2)^2 = M_x^2 M_y^2 \quad (7)$$

式中,  $M_x^2 = 2k \sqrt{W_{11}U_{11} - M_{11}^2}$  (对  $M_y^2$  有类似表示,从略)。仅当二阶矩矩阵元满足条件:

$$M_{12} = M_{21}, \frac{W_{12}}{W_{11} - W_{22}} = \frac{M_{12}}{M_{11} - M_{22}}, \frac{U_{12}}{U_{11} - U_{22}} = \frac{1}{2} \tan(2\phi) \quad (8)$$

时有:

$$V = S_\phi \begin{bmatrix} W_d & M_d \\ M_d & U_d \end{bmatrix} S_\phi^T \quad (\text{下标 } d \text{ 表示对角矩阵}) \quad (9)$$

$$S_\phi = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (10)$$

此时(7)式才成立。物理上,条件(8)式意味着光束本身,或经旋转后,在  $x, y$  方向变量是可分离的。容易证明,无像散光束、准直简单像散光束和旋转简单像散光束都属于这类,而复杂像散光束则不满足(8)式。

## 2 各类光束的 $M^2$ 因子和本征像散

### 2.1 无像散光束(stigmatic beam, ST 光束)

3 个独立光束参数为  $w$  (束宽)、 $\sigma$  (相关长度)、 $R$  (等相面曲率半径), 二阶矩矩阵为:

$$V = \begin{bmatrix} WI & MI \\ MI & UI \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中,  $W = \frac{w^2}{4}$ ,  $M = -\frac{w^2}{4R}$ ,  $U = \frac{(w^{-2} + \sigma^{-2})}{k^2} + \frac{w^2}{4R^2}$ 。

二阶矩矩阵元满足(8)式条件,有:

$$M_x^2 = M_y^2 = \left[ 1 + \frac{w^2}{\sigma^2} \right]^{1/2} \quad (12)$$

$$(M^2)_{ST}^2 = 1 + \frac{w^2}{\sigma^2} \quad (13)$$

本征像散为:

$$a_{ST} = 0 \quad (14)$$

### 2.2 准直简单像散光束(aligned simple astigmatic beam, ASA 光束)

在  $x, y$  方向 6 个独立光束参数分别为  $w_x, \sigma_x, R_x$  和  $w_y, \sigma_y, R_y$ , 二阶矩矩阵为:

$$V = \begin{bmatrix} W_{11} & 0 & M_{11} & 0 \\ 0 & W_{22} & 0 & M_{22} \\ M_{11} & 0 & U_{11} & 0 \\ 0 & M_{22} & 0 & U_{22} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中,  $W_{11} = \frac{w_x^2}{4}$ ,  $W_{22} = \frac{w_y^2}{4}$ ,  $M_{11} = -\frac{w_x^2}{4R_x}$ ,  $M_{22} = -\frac{w_y^2}{4R_y}$ ,  $U_{11} = \frac{(w_x^{-2} + \sigma_x^{-2})}{k^2} + \frac{w_x^2}{4R_x^2}$ ,  $U_{22} = \frac{(w_y^{-2} + \sigma_y^{-2})}{k^2} + \frac{w_y^2}{4R_y^2}$ 。

二阶矩矩阵元满足(8)式条件,有:

$$M_x^2 = \left[ 1 + \frac{w_x^2}{\sigma_x^2} \right]^{1/2} \quad (M_y^2 \text{ 类似, 略去}) \quad (16)$$

$$(M^2)_{ASA}^2 = \left[ \left[ 1 + \frac{w_x^2}{\sigma_x^2} \right] \left[ 1 + \frac{w_y^2}{\sigma_y^2} \right] \right]^{1/2} \quad (17)$$

本征像散为:

$$a_{ASA} = \frac{1}{2} \left[ \left[ 1 + \frac{w_x^2}{\sigma_x^2} \right]^{1/2} - \left[ 1 + \frac{w_y^2}{\sigma_y^2} \right]^{1/2} \right]^2 \quad (18)$$

### 2.3 旋转简单像散光束(rotationally simple astigmatic beam, RSA 光束)

RSA 光束可看成 ASA 光束旋转角度  $\phi$ , 或者在与 ASA 光束主轴成  $-\phi$  角的坐标系中观察的光束, 因此, 其独立的 7 个光束参数就是 ASA 光束的独立光束参数  $w_{xASA}, \sigma_{xASA}, R_{xASA}, w_{yASA}, \sigma_{yASA}, R_{yASA}$  加上转角  $\phi$ , 在其所选坐标系中共有 9 个光束参数  $w_x, w_y, w_{xy}, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$  和  $R_x, R_y, R_{xy}$ , 且有关系式:

$$\begin{cases} X_x = X_{xASA} \cos^2 \phi + X_{yASA} \sin^2 \phi \\ X_{xy} = (X_{yASA} - X_{xASA}) \sin \phi \cos \phi \\ X_y = X_{xASA} \sin^2 \phi + X_{yASA} \cos^2 \phi \end{cases} \quad (19)$$

式中,  $X$  分别为  $w^2$ ,  $\sigma^2$  和  $R$ 。RSA 光束的二阶矩阵可表示为:

$$V_{RSA} = S_\phi V_{ASA} S_\phi^T =$$

$$S_\phi \begin{bmatrix} W_{11ASA} & 0 & M_{11ASA} & 0 \\ 0 & W_{22ASA} & 0 & M_{22ASA} \\ M_{11ASA} & 0 & U_{11ASA} & 0 \\ 0 & M_{22ASA} & 0 & U_{22ASA} \end{bmatrix} S_\phi^T =$$

$$\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & M_{11} & M_{12} \\ W_{12} & W_{22} & M_{12} & M_{22} \\ M_{11} & M_{12} & U_{11} & U_{12} \\ M_{12} & M_{22} & U_{12} & U_{22} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$Y_{11} = Y_{11ASA} \cos^2 \phi + Y_{22ASA} \sin^2 \phi$ ,  $Y_{12} = (Y_{22ASA} - Y_{11ASA}) \times \sin \phi \cos \phi$ ,  $Y_{22} = Y_{11ASA} \sin^2 \phi + Y_{22ASA} \cos^2 \phi$ 。其中,  $Y$  分别为  $W, M$  和  $U$ 。因其二阶矩阵元满足

(8) 式条件, 有:  $(M^2)_{RSA}^2 =$

$$\begin{cases} 1 + \frac{w_x^2 + w_y^2 + [(w_x^2 - w_y^2)^2 + 4w_{xy}^4]^{1/2}}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + [(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^4]^{1/2}} \\ 1 + \frac{w_x^2 + w_y^2 - [(w_x^2 - w_y^2)^2 + 4w_{xy}^4]^{1/2}}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - [(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^4]^{1/2}} \end{cases} \times$$

$$M_{xASA}^2 \cdot M_{yASA}^2 = \left[ \left( 1 + \frac{w_x^2}{\sigma_x^2} \right) \left( 1 + \frac{w_y^2}{\sigma_y^2} \right) \right]^{1/4} = (M^2)_{ASA}^2 \quad (21)$$

式中,  $M_{xASA}^2 =$

$$\begin{cases} 1 + \frac{w_x^2 + w_y^2 + [(w_x^2 - w_y^2)^2 + 4w_{xy}^4]^{1/2}}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + [(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^4]^{1/2}} \\ 1 + \frac{w_x^2}{\sigma_x^2} \end{cases}^{1/2} = (M_x^2)_{ASA} \quad (M_y^2)_{ASA} \text{ 类似, 略去}, \text{ 应该}$$

注意的是,  $M_{RSA}^2$  分离出的两个方向上的  $M^2$  因子并不在其所选实验室坐标系的  $x, y$  方向上, 而是在其光束参数主轴方向上, 因此分别记为  $M_{xASA}^2, M_{yASA}^2$ 。

本征像散为:

$$a_{RSA} = \frac{1}{2} \times$$

$$\left\{ \left[ 1 + \frac{w_x^2 + w_y^2 + [(w_x^2 - w_y^2)^2 + 4w_{xy}^4]^{1/2}}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + [(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^4]^{1/2}} \right]^{1/2} - \left[ 1 + \frac{w_x^2 + w_y^2 - [(w_x^2 - w_y^2)^2 + 4w_{xy}^4]^{1/2}}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - [(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^4]^{1/2}} \right]^{1/2} \right\}^2$$

$$\frac{1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{w_x^2}{\sigma_x^2} \right)^{1/2} - \left( 1 + \frac{w_y^2}{\sigma_y^2} \right)^{1/2} \right]^2 = a_{ASA} \quad (22)$$

由(21)式、(22)式可以看出, RSA 光束的  $M^2$  因子和本征像散与 ASA 光束是相同的。这是因为物理上 RSA 和 ASA 是同一类光束, 文献中亦合称为简单像散光束。

### 2.4 复杂像散光束(general astigmatic beam, GA 光束)

10 个独立光束参数为  $w^2 = \begin{bmatrix} w_x^2 & w_{xy}^2 \\ w_{xy}^2 & w_y^2 \end{bmatrix}$  (束宽

矩阵)、 $(\sigma^2)^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_x^{-2} & \sigma_{xy}^{-2} \\ \sigma_{xy}^{-2} & \sigma_y^{-2} \end{bmatrix}$  (相关度矩阵的逆矩

阵)、 $R^{-1} = \begin{bmatrix} R_x^{-1} & R_{xy}^{-1} \\ R_{xy}^{-1} & R_y^{-1} \end{bmatrix}$  (等相面曲率半径矩阵的逆

矩阵)、 $\mu$  (扭曲因子), 二阶矩阵为(1)式的一般形式, 矩阵元与光束参数的关系为:

$$W_{11} = \frac{w_x^2}{4}, W_{12} = \frac{w_{xy}^2}{4}, W_{22} = \frac{w_y^2}{4}, M_{11} = -\frac{1}{4} \times [w_x^2 R_x^{-1} + w_{xy}^2 (R_{xy}^{-1} - \mu)], M_{12} = -\frac{1}{4} [w_{xy}^2 R_y^{-1} + w_x^2 (R_{xy}^{-1} + \mu)], M_{21} = -\frac{1}{4} [w_{xy}^2 R_x^{-1} + w_y^2 (R_{xy}^{-1} - \mu)], M_{22} = -\frac{1}{4} [w_y^2 R_y^{-1} + w_{xy}^2 (R_{xy}^{-1} + \mu)], U_{11} = \frac{1}{4} [w_x^2 R_x^{-2} + w_y^2 (R_{xy}^{-1} - \mu)^2 + 2w_{xy}^2 R_x^{-1} (R_{xy}^{-1} - \mu)] + \frac{\sigma_x^2}{k^2} + \frac{w_y^2}{k^2 (w_x^2 w_y^2 - w_{xy}^4)}, U_{12} = \frac{1}{4} [w_{xy}^2 R_x^{-1} R_y^{-1} + w_x^2 R_x^{-1} (R_{xy}^{-1} + \mu) + w_y^2 R_y^{-1} (R_{xy}^{-1} - \mu) + w_{xy}^2 (R_{xy}^{-2} - \mu^2)] + \frac{\sigma_{xy}^2}{k^2} - \frac{w_{xy}^2}{k^2 (w_x^2 w_y^2 - w_{xy}^4)}, U_{22} = \frac{1}{4} [w_y^2 R_y^{-2} + w_x^2 (R_{xy}^{-1} + \mu)^2 + 2w_{xy}^2 R_y^{-1} (R_{xy}^{-1} + \mu)] + \frac{\sigma_y^2}{k^2} + \frac{w_x^2}{k^2 (w_x^2 w_y^2 - w_{xy}^4)} \quad (23)$$

一般而言, 复杂像散光束的二阶矩阵元不满足(8)式条件,  $M^2$  因子为:

$$(M^2)_{GA}^2 = [(1 + w_x^2 \sigma_x^2)(1 + w_y^2 \sigma_y^2) - (w_x^2 w_y^2 \times \text{本征像散}^2 + \sigma_{xy}^2 w_{xy}^4 - w_{xy}^4 \sigma_{xy}^2 - 2w_{xy}^2 \sigma_{xy}^2)]^{1/2} \quad (24)$$

$$a_{GA} = \frac{1}{2} k^2 (w_x^2 w_y^2 - w_{xy}^4) \mu^2 + \frac{1}{2} (2 + w_x^2 \sigma_x^2 + w_y^2 \sigma_y^2) + w_{xy}^2 \sigma_{xy}^2 - [(1 + w_x^2 \sigma_x^2)(1 + w_y^2 \sigma_y^2) - (w_x^2 w_y^2 \sigma_{xy}^4 + \sigma_x^2 \sigma_y^2 w_{xy}^4 - w_{xy}^4 \sigma_{xy}^4 - 2w_{xy}^2 \sigma_{xy}^2)]^{1/2} \quad (25)$$

由(13)式、(17)式、(21)式、(24)式可知,  $M^2$  因子只与光束参数中的  $w^2, \sigma^2$  有关, 与扭曲因子无关。而

扭曲因子  $\mu$  却对本征像散  $a$  有影响。现以属于 GA 光束的有扭曲各向异性高斯-谢尔模型光束为例,作计算说明。有扭曲各向异性高斯-谢尔模型光束本征像散  $a$  随扭曲因子绝对值  $|\mu|$  的变化如图 1 所示。计算参数为:光束波长  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ ,束宽矩阵

$$w^2 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.05 \\ 0.05 & 0.3 \end{bmatrix} \text{mm}^2, \text{相关度矩阵的逆矩阵} \\ (\sigma^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 33 & 8 \\ 8 & 28 \end{bmatrix} \text{mm}^{-2}.$$

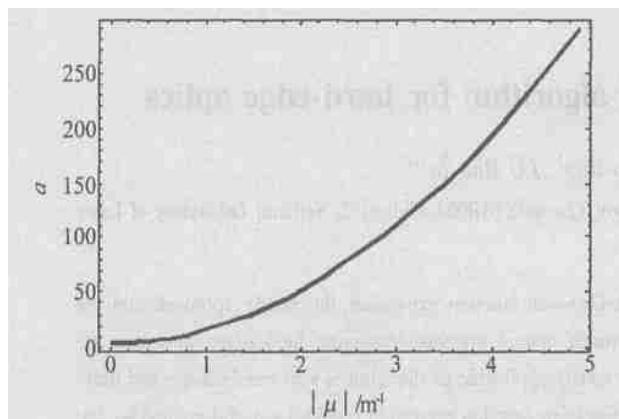


Fig. 1 Intrinsic astigmatism  $a$  of an anisotropic twisted Gaussian-Schell model beam versus twist parameter  $\mu$

由图 1 可以看出,  $a$  随  $|\mu|$  的增大而增加。

(上接第 647 页)

子数分数为 0.3%, 采用 LBO 晶体获得二次谐波, 其尺寸为  $4\text{mm} \times 4\text{mm} \times 8\text{mm}$ 。将  $\text{NdYVO}_4$  晶体置入一四周通有冷却水的铜块中进行冷却。

在半导体激光器输出功率为 12.5W, 当  $l_4 = 0.160\text{m}$ ,  $l_5 = 0.1\text{m}$  时, 在声光调制重复频率为 20kHz 时获得了二次谐波 1.345W 的平均功率输出, 谐波的光光转换效率为 10.8%; 当  $l_4 = 0.180\text{m}$ ,  $l_5 = 0.120\text{m}$  时, 在声光调制重复频率为 20kHz 时获得了谐波 1.20W 的平均功率输出, 其光光转换效率为 9.5%。可见, 较短的腔长有利于提高转换效率, 获得较高的输出功率。此装置的总的转换效率不高是由于抽运源的输出模式较差, 输出光斑为一月牙形, 如果换一台较好的抽运源, 相信转换效率与输出功率会有较大改观。

## 4 结论

使用光学传输矩阵详细分析了 Z 型振叠腔腔内

## 3 小结

对 ST 光束、ASA 光束、RSA 光束和 GA 光束的  $M^2$  因子和本征像散作了详细分析。研究表明, 只有光束的  $v$  矩阵满足 (8) 式的条件时,  $M^2$  因子才能写成  $x, y$  方向乘积的形式。扭曲因子不影响  $M^2$  因子但会影响本征像散。某些文献中有时将扭曲因子写入了  $M^2$  因子表示式, 其原因是对不满足 (8) 式的光束也使用了 (7) 式 (或类似公式) 作为  $M^2$  因子的定义式, 这会导致不正确的结果。

## 参考文献

- [1] SIEGMAN A E. New developments in laser resonators [J]. SPIE, 1990, 1224: 2~14.
- [2] NEMES G, SERNA J. The ten physical parameters associated with a full general astigmatic beam: a Gauss-Shell model [A]. Proceedings of the 4th international workshop on laser beam and optics characterization [C]. Stuttgart: Institut für Strahlwerkzeuge, 1997. 92~105.
- [3] NEMES G. Measuring and handling general astigmatic beams [A]. Proceedings of the 1st Workshop on Laser Beam Characterization [C]. Madrid: Sociedad Española de Óptica, 1993. 325~358.
- [4] NEMES G. Synthesis of general astigmatic optical systems, the detwisting procedure, and the beam quality factors for general astigmatic laser beams [A]. Proceedings of the 2nd Workshop on Laser Beam Characterization [C]. Berlin: Festkörper-Laser-Institut GmbH, 1994. 93~104.
- [5] EPPICH B, FRIBERGA T, GAO C *et al.* Twist of coherent fields and beam quality [J]. SPIE, 1996, 2870: 260~267.

倍频系统的激光晶体的热透镜效应、腔臂长度、输出镜曲率半径等参数对系统的影响, 这些分析对于 Z 型振叠腔的研究具有参考价值。

## 参考文献

- [1] AGNESI A, DELLACQUA S, REALI G C *et al.* Design and characterization of a diode-pumped, single longitudinal and transverse mode, intracavity-doubled CW NdYAG laser [J]. Appl Opt, 1997, 36(3): 597~601.
- [2] INNOCENZI M E, YURA H T, FINCHER C L *et al.* Thermal modeling of a continuous-wave end-pumped solid-state laser [J]. APL, 1990, 56(7): 1831~1833.
- [3] 吕百达. 激光光学 [M]. 成都: 四川大学出版社, 1986. 222~298.
- [4] 刘均海, 吕军华, 卢建仁 *et al.* 高功率端面抽运  $\text{NdYVO}_4$  固体激光器模匹配的研究 [J]. 光学学报, 2000, 20(2): 186~189.
- [5] MEMBER P L. Design criteria for mode size optimization in diode-pumped solid-state lasers [J]. IEEE J Q E, 1991, 27(10): 2319~2326.
- [6] 刘均海. 高功率端面泵浦  $\text{NdYVO}_4$ 、 $\text{NdGdVO}_4$  激光器热效应及激光特性研究 [D]. 济南: 山东大学, 1999. 41~50.
- [7] LORTSCHER J P, STEFFEM J. Dynamic stable resonators, a design procedure [J]. Opt Quantum Electron, 1975, 7(3): 505~509.