

文章编号: 1001-3806(2004)06-0588-03

三维轴对称场的一种代数层析重建方法

李俊昌, 马 琨, 樊则宾, 伏云昌, 凌东雄
(昆明理工大学 激光所, 昆明 650093)

摘要: 提出了通过求解代数方程组重建三维轴对称场的一种方法, 并利用计算机数值计算及图像处理技术对所提出的方法作了模拟证明。研究表明, 重建场的平均误差通常在 1% 以下, 当重建场边界区域的场分布与零值相差较大时, 其重建精度优于“环带法”。

关键词: 信息光学; 图像重建; CT 技术; 干涉计量
中图分类号: O438 文献标识码: A

An algebra layer analysis of reconstruction of three-dimensional axial symmetry

LI Jun-chang, MA Kun, FAN Ze-bin, FU Yun-chang, LING Dong-xiong

(Institute of Laser Application Research, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

Abstract: A new method through the solution of algebra equations to reconstruct the three dimension axial symmetry field is presented, which is simulated by numerical calculation and digital image processing technology. The research show that the average error of reconstruction field less than 1%, the reconstruction field precision is better than that of “annulus reconstruction method” when the field distribution of reconstruction boundary area is bigger than zero.

Key words: information optics; image reconstruction; CT technology; interference metrology

引 言

计算机层析(computed tomography, CT)技术是当前获得广泛应用的重要技术, 在三维场的 CT 层析检测领域, 存在多种数值处理方法, 例如卷积反投影算法, 非线性最优化方法以及最佳摄动量法等^[1-3]。然而, 尽管基于不同算法所研制的设备在工业检测及医学辅助诊断中发挥了十分重要的作用, 所使用的 CT 重建计算方法还不是尽善尽美的。例如, 在目前的图像处理的教材中, 获得广泛使用的卷积反投影算法是作为一种被充分肯定的图像重建算法进行介绍的^[4,5]。但是, 已经有学者证明, 卷积反投影算法不能解决光学 CT 图像重建中的逆问题, 并且, 这种方法对具有强散射效应的某些特殊物体重建的可靠性还值得商榷^[2]。因此, 根据应用研究的需要及所检测对象的特点, 研究新的 CT 重建算法仍然

是国内外学者积极进行的工作。在许多情况下可以将被测量对象简化为轴对称物体进行研究, 存在一些特殊的效率较高的 CT 重建方法, 例如 Abel 变换方法以及与基于 Abel 变换形成的“环带法”^[1,6]。作者提出一种三维轴对称场的代数层析重建方法, 该方法能够充分利用探测介质的分辨率及轴对称场的投影数据, 足够准确地建立描述轴对称场的线性方程组, 通过线性方程组的求解进行轴对称场的重建。计算机数值模拟及图像处理研究表明, 利用这种代数层析方法重建场的平均误差通常在 1% 以下。并且, 与“环带法”相比, 当重建场边界区域的场分布与零值相差较大时, 其重建精度优于“环带法”。

1 代数层析重建方法简述

为便于描述, 将所讨论的场视为以 y 轴为对称轴的三维折射率场, 对于给定的 y 值, 折射率场可表为 $n(\sqrt{x^2+z^2})$ 或 $n(r)$ 。在图 1 所示平面上设沿 z 轴正向有 $2N+1$ 条平行光线透过平面 P_1 传播到接收屏 P_2 , 令光线间隔为 h , 且设 h 为 P_2 平面上探测单元(像素)的宽度; P_1 和 P_2 到 x 轴的距离均为 Nh , 光波从 P_1 传播到 P_2 后, 在平面 P_2 上光程的变化由下积分给出^[7]:

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60178004); 云南省自然科学基金资助项目(2000F0042M)

作者简介: 李俊昌(1945), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事数字光信息及图像处理领域的研究。

E-mail: jcli@vip.163.com

收稿日期: 2003-11-26; 收到修改稿日期: 2004-05-10

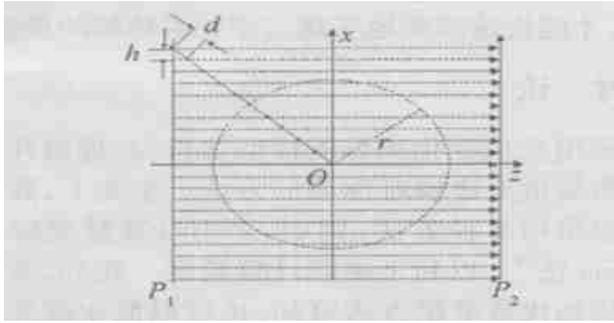


Fig. 1 Axial symmetry field and coordinate definition

$$\Delta L(x) = 2 \int_0^{Nh} n(\sqrt{x^2 + z^2}) dz \quad (1)$$

鉴于实际观测屏的分辨率总是有限的, 观测位置局限于 $x_i = ih (i = 0, 1, 2, \dots, N)$ 。于是, 利用梯形积分近似将上式重新表为:

$$\Delta L(x_i) = h[n(\sqrt{x_i^2 + z_0^2}) + n(\sqrt{x_i^2 + z_N^2})] + 2h \sum_{j=1}^{N-1} n(\sqrt{x_i^2 + z_j^2}) \quad (2)$$

式中, $z_j = jh (j = 0, 1, 2, \dots, N)$ 。令 $d = \sqrt{2}h$, 如果 $n(id) (i = 0, 1, 2, \dots, N)$ 是已知量, 根据轴对称场的特点, 通过插值就能求出所研究平面的折射率。考察(2)式可知, 由于 $\Delta L(x_i)$ 可以通过实验测量, 通过相应的插值方法将(2)式右端表为 $n(id)$ 的函数, 就能根据测量值构成 $N + 1$ 个方程求出 $n(id)$ 。

2 代数层析重建轴对称场模拟研究

为了证实以上方法的可行性, 现通过理论模拟作出证明。设轴对称空间折射率分布为:

$$\Delta N(\sqrt{x^2 + z^2}, y) = a \exp\left[-\frac{x^2}{w_y^2}\right] \left[\frac{x^2 + z^2}{w_0^2}\right] \times \exp\left[-\frac{x^2 + z^2}{w_0^2}\right] \quad (3)$$

式中, a, w_y, w_0 为常数。根据(1)式, 求得光波从 $z = -Nh$ 平面到 $z = Nh$ 平面因折射率变化引起的光程变化为:

$$\Delta L(x, y) = a \exp\left[-\frac{y^2}{w_y^2}\right] \exp\left[-\frac{x^2}{w_0^2}\right] \times \left[\sqrt{\pi} \left[\frac{x^2}{w_0^2} + \frac{w_0}{2}\right] \operatorname{erf}\left[\frac{Nh}{w_0}\right] - Nh \exp\left[-\frac{N^2 h^2}{w_0^2}\right]\right] \quad (4)$$

令 $w_0 = 25\text{mm}$, $w_y = 10\text{mm}$, $a = 0.0001$, $h = (100/256)\text{mm}$, $N = 128$, 图 2a 中给出折射率在 $y = 0$ 平面的分布形貌。通过线性插值方法将(2)式右端表为 $n(id)$ 的函数, 图 2b 中给出利用(4)式获得的数据重建的折射率分布。不难看出, 作者提出的方法可

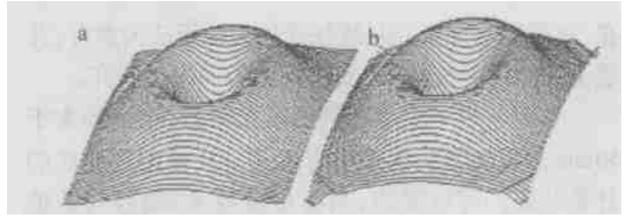


Fig. 2 Refractive index field comparison of initiation and algebra reconstruction
a—100mm × 100mm b—100mm × 100mm

以重建待测量的轴对称场, 但在所测量场的边沿附近有一些误差, 下面对误差作定量考查。

设 $n(id)^*$ 为通过解线性方程组求出的解, 并定义重建图像的误差为: $e(id) = \left| \frac{n(id) - n(id)^*}{\max[n(id)]} \right|$; 重建图像的平均误差为: $\bar{e} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N e(id)$; 重建图像的最大误差为: $e_{\max} = \max[e(id)]$ 。

作为考查重建场精度的实例, 图 3 中给出 $w_0 = 25\text{mm}$ 时轴对称折射率场 $N(r)$ 的理论值与模拟重建值随半径 r 变化的曲线比较 (纵坐标为任意标度); 表 1 中给出选择不同的参数 w_0 , 即变换不同的折射率场时, 重建场的平均误差及最大误差的统计结果。可以看出, 重建场的平均相对误差通常低于 1%, 最大相对误差通常也在 5% 以内, 作者提出的代数层析方法可以足够准确地重建三维轴对称场。

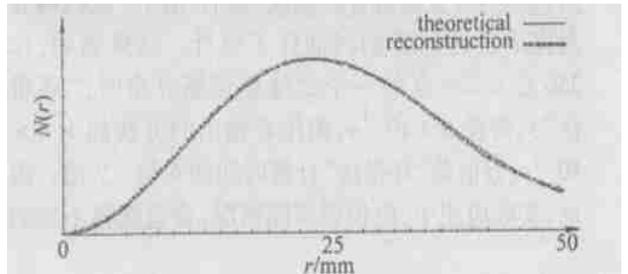


Fig. 3 The theoretical and reconstruction comparison of axial symmetry field of $w_0 = 25\text{mm}$

Table 1 The error margin of the reconstruction field of the different form

w_0/mm	20	22	24	26	28	30
$\bar{e}/\%$	0.39	0.32	0.23	0.15	0.11	0.17
$e_{\max}/\%$	4.30	3.31	2.67	2.21	2.02	2.23

3 与同类方法的比较

基于 Abel 变换, 已经存在求解线性方程组重建轴对称场的“环带法”^[1,6], 为对作者提出方法的优劣作出判断, 以下对这两种方法进行比较。

环带法作三维 CT 重建计算时, 根据环带内折射率是常数、随半径呈线性变化以及折射率正比于

半径二次方的假定, 有不同的计算表达式^[1]。现在, 以折射率随半径呈线性变化的环带法为参考, 并以上面给出的模拟 CT 重建问题为例进行研究。

采用与表 1 完全相同的模拟参数, 将半径大于 50mm 外区域的折射率视为 0, 表 2 中给出环带法的计算结果。可以看出, 当模拟参数 w_0 取较大数值时, 环带法显现出很大的误差。研究 (3) 式不难发现, 较大的 w_0 对应于在模拟研究区域边界附近的折射率有较大的非零值, 这使得 50mm 半径外区域折射率为 0 的假设较远地偏离 (3) 式, 从而导致大误差的重建结果。因此, 当 CT 重建场边界区域的场分布与零值相差较大时, 不宜使用“环带法”。

Table 2 The error margin of the reconstruction field of the different form use the method of Abel

w_0 / mm	20	22	24	26	28	30
$\bar{\epsilon}$ / %	0.23	0.24	0.51	5.93	9.02	10.79
e_{\max} / %	8.13	22.59	48.77	41.05	60.87	71.23

然而, 数值分析容易证明, 当 w_0 取较小数值时, “环带法”可以获得十分准确的结果。并且, 由于环带法将某一半径环带外的场视为 0, 在求解线性方程组时, 离对称轴最远的环带的场分布基本可以直接写出, 然后形成一种从外到内逐环递推计算的方法迅速地对方程组求解^[1], 具有很高的计算效率。为比较两种方法的计算速度, 作者用同一微机编程对完成上述计算的时间作了统计。结果表明, 作 256 点 \times 256 点的一个二维重建场分布时, “环带法”只需要 6×10^{-3} s, 而作者提出的方法约为 4×10^{-2} s, 近似是“环带法”计算时间的 6 倍~7 倍。因此, 实

际应用中, 应根据实际情况, 合适选择不同的方法, 才能快速准确地实现三维轴对称场的重建。

4 讨 论

采用光程变化积分的梯形法近似, 提出并证明了代数层析重建轴对称场的方法。事实上, 数值积分可以采用多种方法, 例如, 采用计算精度较高的 Simpson 法^[8], 以利于提高计算精度。此外, 考察作者提出的代数重建方法可知, 也可以低于探测介质的最高分辨率建立线性方程组, 提高计算速度, 但测量精度相应降低。在应用研究中, 应根据需要选择相应的方法有效地完成测试工作。作者提出的轴对称场重建方法应能作为 CT 层析测量数值处理方法的一个有益的补充和参考。

参 考 文 献

- [1] 贺安之, 阎大鹏. 激光瞬态干涉度量学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1993. 329.
- [2] 郭海峰, 杨康. 光学 CT 中的图像重建算法 [J]. 沈阳工业学院学报, 2000, 19(4): 7~11.
- [3] 吕东辉, 庄天戈, 严壮志. 体积 CT 中的图像重建算法研究综述 [J]. CT 理论与应用研究, 2000, 9(4): 12~18.
- [4] 朱秀昌, 刘峰, 胡栋. 数字图像处理与图像通讯 [M]. 北京: 邮电出版社, 2002. 124.
- [5] 阮秋琦. 数字图像处理学 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2001. 365.
- [6] 邓开发, 陈洪, 是度芳. 激光技术与应用 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2002. 184.
- [7] 李俊昌, 熊秉衡, 钟丽云 *et al.* 全息 CT 测量轴对称透明体折射率变化的模拟研究 [J]. 光电子·激光, 2002, 13(10): 1026~1030.
- [8] DAVIS P.J, RABINOWITZ P. 数值积分法 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1986. 37.

(上接第 587 页)

4 结 论

(1) 激光焊接控制的任务是使焊后结果的实际状态尽可能与理论状态相一致。将神经网络方法用于预测脉冲激光焊后结果随焊接参数变化的情况, 其预测结果与实际情况非常接近, 精度很高, 表明该方法用来建立脉冲激光焊焊缝形状模型是可行、有效的。

(2) 通过网络预测, 不仅可以对以后的施焊提供重要的参考数据, 而且还能对已经获取的数据进

行分析, 剔除其中不合理的样本资料。

(3) 将神经网络预测方法作为热导激光焊焊缝形状预测的方法, 与其它常规方法一起互补使用, 是一种新探索。同时, 应更进一步研究算法以提高 BP 网络的学习效率, 并与专家系统的知识库相结合。

参 考 文 献

- [1] 熊丽娟, 都东, 何云峰 *et al.* 小尺寸不锈钢片脉冲激光焊接的参数分析 [J]. 应用激光, 2003, 23(1): 22~24.
- [2] 焦思成. 神经网络系统理论 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1990. 26~42.
- [3] 焦思成. 神经网络计算 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1993. 37~39.