文章编号: 1001 3806(2004) 04 0363 03

## 光子晶体中二阶非线性过程产生三次谐波的研究

黄晓琴<sup>1,2</sup>, 崔一平<sup>1</sup>

(1. 东南大学 电子工程系, 南京 210096; 2. 南京师范大学 物理科学与技术学院, 南京 210097)

摘要: 运用非线性耦合波理论,分析了在非线性光子 晶体中,通过二阶过程产生三次谐波的准相位匹配条件。 数值模拟结果表明,在入射光中引入倍频光信号,能够极大地改变三次谐波的转换效率。当入射光中倍频光与基 频光强度比以及两者复振幅的初相角满足一定的条件时,可在宽的入射光强范围内获得很高的三次谐波转换效 率。

关键词: 光子晶体;非线性;三次谐波;相位匹配 中图分类号: 0437 文献标识码: A

# Study on the third harmonic generation induced by the second order cascading in nonlinear photonic crystal

HUANG Xiao-qin<sup>1,2</sup>, CUI Yi-ping<sup>1</sup>

(1. Department of Electronic Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China; 2. Department of Physics, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)

**Abstract:** In this article, the conversion efficiency of the third harmonic generation induced by second order cascading in nonlinear photonic crystals is analysed when quasi phase matching is satisfied. The numerical calculation shows that the conversion efficiency of third harmonic generation is strongly modulated by second harmonic signal in input light. If the ratio of the intensity and the primary phase of second harmonic signal and fundamental light satisfy certain condition, a high conversion efficiency of the third harmonic generation can be found in a wide scale of input intensity.

Key words: photonic crystal; nonlinear; third harmonic generation; phase matching

### 引 言

级联的多波混频过程可以利用大的低阶非线性 系数获得高次谐波。通过二阶的级联过程,即二次 谐波产生(SHG) ω+ ω<sup>→</sup> 2ω,与光学和频过程 2ω+ ω<sup>→</sup> 3ω可以产生三次谐波(THG)。在晶体中谐波的 转换除了要求晶体具有较大的非线性光学系数外, 还要求基波光与谐波能以一定的方式满足相位匹配 条件<sup>[1]</sup>。但对于大部分透明介质而言,由于色散效 应,在均匀介质中很难同时实现倍频过程与和频过 程的波矢匹配条件,从而限制了级联过程THG 的转 换效率。

光子晶体是介电系数周期变化的人工晶体,它

基金项目: 江苏省教育厅自然科学基金项目 (00KJB140005)

作者简介: 黄晓琴(1963), 女, 副教授, 博士, 现从事光 子晶体和非线性光学方面的研究。

E mail: huangxq99@ sohu. com 收稿日期: 2003 08 28; 收到修改稿日期: 2003 09 08 能控制电磁波在其中的传播,如形成电磁波的导带、 禁带和波导等特性<sup>[2,3]</sup>。但若在整个介质中线性极 化率相同,而其二阶非线性极化率 x<sup>(2)</sup>在一维或二 维空间周期性调制,则构成非线性光子晶体<sup>[4~6]</sup>。 由于其均匀的线性极化率,这类非线性光子晶体不 具备通常光子晶体的电磁波禁带特性。但它的非线 性周期结构的倒格子矢量能够补偿波矢间的失配从 而获得高转换效率的二次谐波、四次谐波<sup>[6,7]</sup>。笔 者讨论了在一维非线性光子晶体中,当倍频过程与 和频过程的准相位匹配条件同时得到满足时,各种 入射波条件下三次谐波的转换效率。数值模拟结果 表明,三次谐波的转换效率强力地依赖于入射波的 初始条件。当入射光中倍频光与基频光强度比以及 两者的初相位差满足一定的条件时,可在宽的入射 光强范围获得很高的三次谐波转换效率。

#### 1 级联过程的耦合波理论和准相位匹配条件

假定入射波为准单色平面波,频率为 ω。考虑 二阶非线性极化率 x<sup>(2)</sup>(z)周期变化的一维光子晶 体。设  $x^{(2)}(z)$  在 *z* 方向的空间周期为 A, 一个基本 周期的前半个周期二阶非线性极化率为常量  $x_{eff}^{(2)}$ , 后半个周期二阶非线性极化率符号反相, 即为常量  $- x_{eff}^{(2)}$ 。考虑二次谐波  $\omega + \omega^{2} 2 \omega$ , 与和频  $2 \omega + \omega^{3} 3 \omega$  同时产生的过程。设  $E_1, E_2, E_3$  分别为基波 光、二次谐波、三次谐波的复振幅。依据非线性光学 理论<sup>[1]</sup>, 在慢变包络近似下, 振幅沿 *z* 轴方向的演化 方程可表示为:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}E_{1}}{\mathrm{d}z} = -\mathrm{i}\frac{\omega_{1}}{cn_{1}} X^{(2)}(z) E_{3}E_{2}^{*} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_{3}^{-}-k_{2}^{-}-k_{1}^{-})z} - \\ \mathrm{i}\frac{\omega_{1}}{cn_{1}} X^{(2)}(z) E_{2}E_{1}^{*} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_{2}^{-}-2k_{1}^{-})z} \\ \frac{\mathrm{d}E_{2}}{\mathrm{d}z} = -\mathrm{i}\frac{\omega_{2}}{cn_{2}} X^{(2)}(z) E_{3}E_{1}^{*} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_{3}^{-}-k_{2}^{-}-k_{1}^{-})z} - \\ \mathrm{i}\frac{\omega_{2}}{2cn_{2}} X^{(2)}(z) E_{1}^{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_{2}^{-}-2k_{1}^{-})z} \\ \frac{\mathrm{d}E_{3}}{\mathrm{d}z} = -\mathrm{i}\frac{\omega_{3}}{cn_{3}} X^{(2)}(z) E_{1}E_{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_{3}^{-}-k_{2}^{-}-k_{1}^{-})z} \end{cases}$$

式中,  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  分别为介质对于基波  $\omega_1 = \omega$ 、二次 谐波  $\omega_2 = 2 \omega$  和三次谐波  $\omega_3 = 3 \omega$  的线性折射率。  $k_1, k_2, k_3$  分别为各波波矢。令:  $A_i = \sqrt{n_i / \omega_i E_i}, i =$ 1, 2, 3。(1) 式化为:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}A_{1}}{\mathrm{d}z} &= -\mathrm{i}\alpha_{2} \, X^{(2)}(z) A_{3}A_{2}^{*} \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_{3}-k_{2}-k_{1})z} - \\ &\mathrm{i}\alpha_{1} \, X^{(2)}(z) A_{2}A_{1}^{*} \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_{2}-2k_{1})z} & \\ \frac{\mathrm{d}A_{2}}{\mathrm{d}z} &= -\mathrm{i}\alpha_{2} \, X^{(2)}(z) A_{3}A_{1}^{*} \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_{2}-2k_{1})z} & \\ &\mathrm{i}\frac{1}{2}\alpha_{1} \, X^{(2)}(z) A_{1}^{2} \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_{2}-k_{1})z} & \\ \frac{\mathrm{d}A_{3}}{\mathrm{d}z} &= -\mathrm{i}\alpha_{2} \, X^{(2)}(z) A_{1}^{2} \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_{3}-k_{2}-k_{1})z} & \\ \end{array} \\ \vec{x} \mathbf{\dot{\Box}}\mathbf{\dot{\Box}}, \, \alpha_{1} &= \frac{1}{c} \, \sqrt{\frac{\omega_{1}^{2}\omega_{2}}{n_{1}^{2}n_{2}}}, \, \alpha_{2} &= \frac{1}{c} \, \sqrt{\frac{\omega_{1}\omega_{2}\omega_{3}}{n_{1}n_{2}n_{3}}} & \\ \end{aligned}$$

将一维周期性的非线性极化率  $x^{(2)}(z)$  在其倒格子空间 $(G_m = 2\pi m / \Lambda)$ 展开为傅里叶级数:

$$X^{(2)}(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Q_m \exp(iG_m z), \quad Q_m = -i \frac{2 X_{eff}^{(2)}}{m\pi}$$
 (3)

将上式代入振幅演化方程(2)式,当满足准相位匹配 条件:

$$\Delta \mathbf{k}_2 \equiv \mathbf{k}_2 - 2\mathbf{k}_1 - G_{m_1} = 0, \ G_{m_1} = m_1(2\pi \Lambda),$$
$$m_1 = \pm 1, \ \pm 3, \ \pm 5 \dots$$
(4)

 $\Delta \boldsymbol{k}_{3} \equiv \boldsymbol{k}_{3} - \boldsymbol{k}_{2} - \boldsymbol{k}_{1} - \boldsymbol{G}_{m_{2}} = 0, \quad \boldsymbol{G}_{m_{2}} = m_{2}(2\pi/\Lambda),$  $m_{2} = \pm 1, \quad \pm 3, \quad \pm 5 \dots \tag{5}$ 

时,演化方程右边的主要贡献来自于准相位匹配项,

(2) 式可化为:

$$\begin{cases} dA_{1}/dz = -\beta_{2}A_{3}A_{2}^{*} - \beta_{1}A_{2}A_{1}^{*} \\ dA_{2}/dz = -\beta_{2}A_{3}A_{1}^{*} + \frac{1}{2}\beta_{1}A_{1}^{2} \end{cases}$$
(6)

$$dA_3/dz = \beta_2A_1A_2$$

$$\vec{x}, \vec{\mu}, \begin{cases} \beta_{1} = \frac{2\alpha_{1} \quad x_{\text{eff}}^{(2)}}{m_{1}\pi} = \frac{2 \quad x_{\text{eff}}^{(2)}}{m_{1}\pi_{c}} \quad \sqrt{\frac{\omega_{1}^{2} \, \omega_{2}}{n_{1}^{2} \, n_{2}}} \\ \beta_{2} = \frac{2\alpha_{2} \quad x_{\text{eff}}^{(2)}}{m_{2}\pi} = \frac{2 \quad x_{\text{eff}}^{(2)}}{m_{2}\pi_{c}} \quad \sqrt{\frac{\omega_{1} \, \omega_{2} \, \omega_{3}}{n_{1} n_{2} \, n_{3}}} \end{cases}$$
(7)

β<sub>1</sub>, β<sub>2</sub>分别反应了倍频过程和混频过程的耦合强 度。(6)式给出了在一维光子晶体中同时满足准相 位匹配条件(4)式、(5)式时, ω, 2ω, 3ω 三波相互转 化的动力学过程。

## 2 数值模拟和分析

以 LifaO<sub>3</sub> 非线性光子晶体为例进行数值模拟。 基波波长取  $\lambda$ = 1.53µm。光强度与其复振幅的关系 为  $I_i = c \epsilon_0 n_i |E_i|^2/2 = c \epsilon_0 \omega_i |A_i|^2/2, i = 1, 2, 3$ 。定 义各波的转换效率  $\eta = I_i/I_0$ , 其中  $I_0 = I_1(0) + I_2(0) + I_3(0)$ 为入射光的总强度。

(1)只有基波光入射, *I*<sub>1</sub>(0) = *I*<sub>0</sub>: (a) 当准相位
匹配条件(4)式, (5)式中的匹配参量 *m*<sub>1</sub>, *m*<sub>2</sub> 满足关系 *m*<sub>2</sub>/*m*<sub>1</sub> = 1 时, 二次谐波和三次谐波的转换效 率随入射光强度的增强而周期变化, 见图1。计



Fig. 1 Dependence of the conversion efficiency on the input intensity solid – fundamental; dotted—the second harmonic; dashed—the third harmonic  $I_1(0) = I_0, I_2(0) = 0, m_2/m_1 = 1$ 

算结果还表明, 当  $m_1$ ,  $m_2$  同步增大时, 谐波的最大转换 效率不变, 但随入射强度变化的周期变长。(b) 当  $m_2/m_1 > 1$ , 见图 2。取  $m_2/m_1 = 3$ , 开始时三次谐波的 转换效率随入射光强度的增强而增强, 在某一入射光 强下达到最大, 后随入射光强度的增强而减小, 最终趋 于 0。而二次谐波的转换效率随入射光强度的增大趋 于 1。这是由于匹配参量比 $m_2/m_1$ 增大时, 混频过程与 倍频过程的耦合强度比  $\beta_2/\beta_1$  减小, 因此向三次谐波 耦合的能量减小。



Fig. 2 Dependence of the conversion efficiency on the input intensity solid fundamental; dotted—the second harmonic; dashed—the third harmonic  $I_1(0) = I_0, I_2(0) = 0, m_2/m_1 = 3/1$ 

(2)入射光中有基频光和倍频光两种成分。设  $I_1(0) = (1-\chi)I_0, I_2(0) = \chi I_0, 其中 \chi 表示入射光$ 中倍频光占入射光强的百分比,基频光和倍频光的 复振幅的初位相分别为  $\varphi_1$ 和  $\varphi_2, \varphi_2 = \varphi_{2-2} \varphi_1$ 为倍 频光与基频光的初始失谐量。取  $m_2/m_1 = 1$ 。

当  $\varphi$ = 0, 0< Y< Yo< 1 时, 三次谐波的转换效 率随入射光强度的增强而周期振荡如图 3(取 Y= 0. 138)、图 4(取 Y= 0. 265)所示, Y 越大振幅越大, 周 期越长。 Y<sup>→</sup> Y<sub>0</sub> ≈ 0. 266 时, 三次谐波的转换效率



Fig. 3 Dependence of the conversion efficiency on the input intensity solid fundamental; dotted—the second harmonic; dashed—the third harmonic  $\varphi = 0, I_1(0) = 0.862I_0, I_2(0) = 0.138I_0$ 



Fig. 4 Dependence of the conversion efficiency on the input intensity solid fundamental; dotted—the second harmonic; dashed—the third harmonic  $\varphi = 0$ ,  $I_1(0) = 0$ ,  $735I_0$ ,  $I_2(0) = 0$ ,  $265I_0$ 

有较宽的平台。可在较宽的入射波强度范围内获得 近 100% 的转换效率(见图 4)。但当  $Y_0 < Y < 1$ 时, 见图 5 (取 Y= 0.36),三次谐波的转换效率随入射 强度的增加首先出现一个极大值,而后振荡衰减趋 于 0。故 Y 值过大也不利于向三次谐波的转换。



Fig. 5 Dependence of the conversion efficiency on the input intensity solid fundamental; dotted—the second harmonic; dashed—the third har monic  $\varphi = 0.41(0) = 0.640I_0, I_2(0) = 0.360I_0$ 

3 结论

以上的数值模拟及分析表明,在二阶非线性光 子晶体中,当相位匹配条件 $K_{2-2}K_{1=0}$ 和 $K_{3-}$  $K_{1-}K_{2=}$ 0同时得到满足时,由于三波耦合竞争的 结果,三次谐波的转换效率不仅与匹配参量比 $m_{2}/m_{1}$ 有关,还极大地依赖于输入光的特性。当入射光 中有倍频光存在,倍频光强度与基频光强度之比接 近于临界值 $Y_{0}(但小于 Y_{0})$ ,且入射面处复振幅的相 角满足 $\varphi=\varphi_{2-2}\varphi_{1=0}$ 或 $\pm\pi$ 时,在二次谐波的刺 激作用下,可以在较宽的入射波强度范围内获得近 100%的转换效率。

#### 参考文献

- [1] 刘颂豪, 赫光生. 强光光学及其应用 [M]. 广州: 广东科技出版 社, 1995. 20~34.
- [2] FINK Y, WINN J N. A dielectric omnidirectional reflector [J]. Science, 1998, 282:1679~ 1682.
- [3] FORESI J S, VILENEUVE P R, JOANNOPOULOS J D et al. Photonic bandgap microcavities in optical waveguides [J]. Nature, 1997, 390: 143~ 145.
- [4] BERGER V. Nonlinear photonic crystals [J]. Phys Rev Lett, 1998, 81: 4136- 4139.
- [5] SCALORA M, BLOEMER M J, MANKA A S et al. Pulsed second har monic generation in nonlinear, one dimensional, periodic structures [J]. Phys Rev, 1997, A56: 3166~ 3172.
- [6] SALTIEL S M, KIVSHAR Y S. Phase matching in nonlinear X<sup>(2)</sup> photonic crystals [J]. Opt Lett, 2000, 25:1204~ 1206.
- [7] STERKE M, SALTIEL S M, KIVSHAR Y S. Efficient collinear fourth harmonic generation by two channel multistep cascading in a single two dimensional nonlinear photonic crystal [J]. Opt Lett, 2001, 26: 539 ~ 541.