文章编号: 1001 3806(2004)01 0108 03

# 两种处理焦移方法的比较研究

彭润伍1,吕百达1,2

(1. 四川大学 激光物理与化学研究所, 成都 610064; 2. 华中科技大学 激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

摘要: 对焦移的处理有两种不同方法,即 Li Wolf 法和 Greene Hall 法。以复宗量拉盖尔 高斯光束为典型例,对处理焦移的这两种方法作了详细的比较研究,并对数值计算结果作了分析。所得结论对某些实际应用是有意义的。

关键词: 焦移; Li Wolf 法; Greene Hall 法; 复宗量拉盖尔 高斯光束

中图分类号: TN241 文献标识码: A

# A comparative study of two different approaches to focal shifts

PENG Run-w u, L ÜBai-da

(1. Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China; 2. National Laboratory of Laser Technology, HUST, Wuhan 430074, China)

Abstract: There are two different approaches to deal with focal shifts, i. e. Li Wolf s and Greene Half s approaches. In this paper focal shifts in elegant (complex argument) Laguerre Gaussian (ELG) beams are taken as a typical example, a detailed comparative study of the two approaches is made and numerical calculations results are illustrated. The conclusion made in this paper is useful for some practical applications.

**Key words:** fo cal shift; Li Wolf's approach; Greene Hall's approach; elegant(complex argument) Laguerre Gaussian (ELG) beam

## 引言

聚焦光束在轴上光强最大点往往与几何焦点不处于同一位置,这是 LI 和 WOLF LL 提出的焦移,它是对经典理论的重要修正。对多类光束,例如平顶高斯光束<sup>[3]</sup>、高斯 谢尔模型光束<sup>[4]</sup>等的焦移已进行了深入的研究。在这些工作中一般都使用 LI 和 WOLF LL 是出的方法(简称 LW 法),由轴上光强最大点相对于几何焦点的位置决定焦移。但是如果会聚光束轴上光强为 0 时, LW 法就失效了。近来,GREENE 和 HALL 用环围功率法(简称 GH 法)研究了矢量贝塞尔高斯光束的焦移 高斯光束(ELG 光束) 后的焦移特性作了比较研究。依赖于模序数的取值,ELG 光束在实际焦面上轴上光强可为 0,也可不为 0。用 LW 法和 GH 法分析了 ELG 光束的焦

作者简介: 彭润伍(1971-), 男, 硕士研究生, 从事激光传输与变换的研究。

E mail: pengrunwu@sina.com

收稿日期: 2003-02-20; 收到修改稿日期: 2003-05-14

移,并对当 ELG 光束轴上光强不为 0时用两种方法 得出的结果作了比较,得出了一些有实际意义的新 结果。

### 1 聚焦 ELG 光束的光强分布

设有 ELG 光束入射如图 1 所示焦距为f(f > 0)

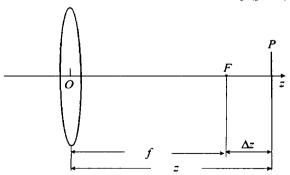


Fig. 1 An un apertured lens optical system

无光阑限制的薄透镜上。在入射面  $z_0=0$  处 ELG 光束的场分布为 [6]:

$$E(r_0, \, \varphi_0, \, 0) = (r_0 / w_0)^l \mathcal{L}_p^l(r_0^2 / w_0^2) \times \exp(-r_0^2 / w_0^2) \exp(-il \, \varphi_0)$$
 (1)

式中,  $w_0$  是对应基模高斯光束束腰宽度,  $L^l_p$  是拉盖

尔多项式, l, p 分别为角向指数和径向指数。

ELG 光束通过无光阑透镜后在考察面 P 处的场分布为 $^{[7]}$ :

$$E(\xi, \varphi, \Delta z) = (-\Delta z/f)^{p} \xi^{l} \exp(il \varphi) \times L_{p}^{l} \left\{ \frac{-i\pi N_{w} \xi^{2}}{[1 + (1 - i\pi N_{w}) \Delta z/f] \Delta z/f} \right\} \times \left[ \frac{i\pi N_{w}}{1 + (1 - i\pi N_{w}) \Delta z/f} \right] \times \left[ \frac{i\pi N_{w}}{1 + (1 - i\pi N_{w}) \xi^{2}} \right] \times \left[ \frac{i\pi N_{w} (1 - i\pi N_{w}) \xi^{2}}{1 + (1 - i\pi N_{w}) \Delta z/f} \right] (\Delta z \neq 0) (2)$$

$$E(\xi, \varphi, 0) = (-1)^{p} (p!)^{-1} \xi^{2p+l} \exp(il \varphi) \times (i\pi N_{w})^{2p+l+1} \exp[-i\pi N_{w} (1 - i\pi N_{w}) \xi^{2}] (\Delta z = 0)$$

$$(3)$$

式中,

 $N_w = w_0^2/N_f$  (与高斯光束有关的菲涅耳数) (4)  $\xi = r/w_0($ 相对坐标) (5)  $\Delta z = z - f($ 以几何焦点为参考的轴向距离)G 光承通过无光阑透镜后在考察面 P 处的光强为:  $I(\xi, \varphi, \Delta z) = |E(\xi, \varphi, \Delta z)|^2$  (7) 由(7)式得出聚焦 ELG 光束在几何焦面的光强分布如图 2 所示,计算参数为  $w_0 = 1$ mm, $\lambda = 632.8$ nm,f = 400mm, $N_w = 4$ 。从图可看出,除  $TEM_{00}$ 模的轴上( $\xi = 0$ )光强不为 0 外,在几何焦面上  $TEM_{10}$ , $TEM_{20}$ , $TEM_{01}$ , $TEM_{02}$ 和  $TEM_{11}$ 模的轴上光强均为 0.

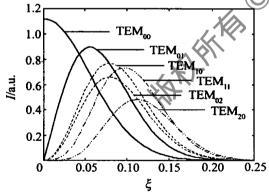


Fig. 2 Irradiance distributions of focused ELG beams at the geometrical focal plane z=f

#### 2 ELG 光束的焦移

轴上光强不为0时,使用LW法,轴上光强极大值点的位置  $\Delta z_{max}$ 由:  $dI/d\Delta z = 0$  (8) 决定。由此得相对焦移为:

$$\Delta z_f = \Delta z_{\text{max}} / f \tag{9}$$

轴上光强为 0 时, LW 法不再适用。对 ELG 光束聚焦后轴上光强为 0 和不为 0 的情况都可以使用 GH 法研究其焦移。GH 法用包含了 80% 光强的面积来定义束宽 w, 最小束宽(束腰宽度) w min对应的轴上位置 z max = f +  $\Delta z$  max 为实际焦面位置,  $\Delta z$  max 满足:

$$\int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{w/w} I(\xi, \Psi, \Delta z) \xi d\xi d\Psi$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\xi, \Psi, \Delta z) \xi d\xi d\Psi = 0.8$$
(10)

由上式可得出光束、束腰宽度  $w_{\min}$ 、实际焦面的位置  $z_{\max}$ ,然后由(9)式可得出相对焦移  $\Delta z_f$ 。

使用(3) 式~(10) 式作数值计算进行分析。图 3 是  $TEM_{00}$ ,  $TEM_{10}$ ,  $TEM_{20}$ ,  $TEM_{01}$ ,  $TEM_{02}$  和  $TEM_{10}$ 模 ELG 光束在实际焦面  $z_{max}$ 上的光强分布,计算参数同图 2。比较图 2、图 3 可知.除  $TEM_{00}$ 模

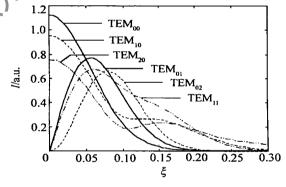


Fig. 3 Irradian ce distributions of focused ELG beams at real focal plane  $z_{--}$ 

(高斯光束) 外, ELG 光束在实际焦面上光强分布与几何焦面上是不同的, 尤其是  $TEM_{10}$ ,  $TEM_{20}$  模光强极大处于轴上( $\xi=0$ ), 但是  $TEM_{01}$ ,  $TEM_{02}$ 和  $TEM_{11}$ 模轴上光强仍为0。图 4是 ELG 光束沿轴上

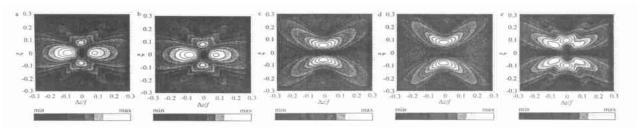


Fig. 4 Contour lines of the equal irradiance of focused ELG beams along the z-axis a—TEM<sub>10</sub> mode b—TEM<sub>20</sub> mode c—TEM<sub>01</sub> mode d—TEM<sub>02</sub> mode e—TEM<sub>11</sub> mode

的光强分布, 计算参数同图 2。从图可看出, 阶次越高的光束光强分布越复杂。光强分布关于  $\Delta z = 0$  (z = f) 是非对称的, 光强主极大不在几何焦点处, 而位于  $\Delta z < 0$  的范围内。 l = 0 的 TEM 10, TEM 20 模在几何焦点两边分别存在一个光强主极大、一个次极大, 而几何焦点处的光强为 0。光束在沿轴向传输的过程中, 先是会聚达到主极大, 然后往轴外散开使轴上光强为 0,接着再会聚产生光强次极大。  $l \neq 0$  的 TEM<sub>01</sub>, TEM<sub>02</sub> 模随阶次的增加等光强线分布离轴线( $\xi = 0$ ) 散开越厉害。图 5 是 ELG 光束的束宽随相对传输距离的变化, 计算参数同图 2。束宽在光束到达几何焦点以前取得最小值, 光束束腰的位置(实际焦面的位置) 相对几何焦点往透镜方向移动, 即光束存在负焦移。

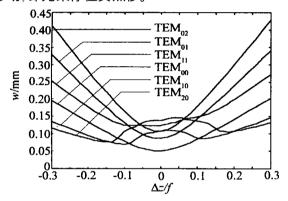


Fig. 5 Beam width w of focused ELG beams versus relative rotager tion distance  $\Delta z/f$ 

图 6 是用 LW 法和 GH 法得出的 £L6 光束的  $\Delta z_f$  随  $N_w$  的变化。由图知,  $\Delta z_f$  )随  $N_w$  的增大而减小。对轴上光强不为 0 的  $\Delta z_f$  有差别。模 LW 法和 GH 法均适用,二者得出的  $\Delta z_f$  有差别。

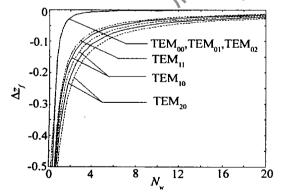


Fig. 6 Relative focal shift  $\Delta z_f$  of focused ELG beams versus Fresnel number  $N_w$ , "—" using LW method, "—" using GH method

 $TEM \omega$ 模的  $\Delta z_f$  差别很小, 除对较小的有细微不同外两条曲线完全重合, 而 $TEM \omega$ ,  $TEM \omega$  模的  $\Delta z_f$  则

有明显差别。例如, $N_w = 4$  时使用 LW 法得出 TEM<sub>00</sub>, TEM<sub>10</sub>, TEM<sub>20</sub>模的  $\Delta z_f$  分别为-0.006, -0.079, -0.109, 使用 GH 法得出的  $\Delta z_f$  分别为-0.006, -0.095, -0.129, 差值分别为 0, -0.016, -0.020, 即差值随阶次增大而增大。对轴上光强为 0 的 TEM<sub>01</sub>, TEM<sub>02</sub>和 TEM<sub>11</sub>模, LW 法不适用,只能使用 GH 法。计算得知 TEM<sub>00</sub>, TEM<sub>01</sub>和 TEM<sub>02</sub>模有相同的  $\Delta z_f$ , 但它们的束腰宽度不同,在图 2 的计算参数情况下,其束腰宽度分别为 0.051mm,0.086mm,0.107mm。

#### 3 小 结

以 ELG 光束为例, 对研究焦移的 LW 和 GH 法 作了详细的比较研究。结果表明,聚焦 ELG 光束在 实际焦面有着与几何焦面明显不同的光强分布, 阶 次越高的光束光强分布越复杂。在实际焦面轴上有 光强极大的 TEM 10, TEM 20模其光强极大不仅不在 几何焦点处,而且几何焦点的光强为 0。ELG 光束 焦移与菲涅耳数和 ELG 模阶次有关,并且用 LW 法 和 😘 法 计 算 实 际 焦 面 上 轴 上 光 强 不 为 0 时 TEM<sub>00</sub>,TEM<sub>10</sub>和 TEM<sub>20</sub>模的焦移结果有差别。在 计算参数相同条件下 LW 法得出的结果比 GH 法得 出的结果要小。由此提出了一个新的问题: 应当用 那种方法计算和分析焦移?对这一问题的回答可简 要归结为: (1) 当轴上光强为 0 时, 例如  $TEM_{01}$ , TEM<sub>02</sub>和 TEM<sub>11</sub>模, LW 法不适用, 应当用 GH 法计 算焦移: (2) 当轴上光强为最大, 且旁瓣较少时, 应当 用 LW 法计算焦移: (3) 当横向光强分布较复杂时, 应当从实际应用目的出发,选取计算焦移的方法。 如果以追求远场功率(能量)集中度为应用目的,则 以 GH 法计算焦移为好。本文中所得这些结论对实 际工作有应用意义。

#### 参 考 文 献

- [1] LIY, WOLF E. Opt Commun, 1981, 39(4): 211~215.
- [2] LIY, WOLF E. Opt Commun, 1982, 42(3): 151~ 156.
- [3] L\(\text{\tilde{G}}\) B D,ZHANG B. J Mod Opt, 1995, 42(2): 289\(\tilde{C}\) 298.
- [4] CASPERSON L W, HALL D G. J O S A, 1997, A14(12): 3341~ 3348.
- [5] GREENE P L, HALL D G. Optics Express, 1999, 4(10): 411 ~
- [6] SAGHAFI S, SHEPPARD C J R. J Mod Opt, 1998, 45(10): 1999
- [7] MAH, LÉ BD. Optik, 2000, 111(6): 273~279.