

文章编号: 1001-3806(2003)06-0531-03

## 介质镜的反射特性对飞秒高斯脉冲的影响

陈建国 林晓东 兰 岚 张 菁 李大义  
(四川大学光电系, 成都, 610064)

**摘要:** 研究了介质镜反射系数的振幅与位相二阶导数对飞秒高斯脉冲的影响。结果表明, 振幅特性也可以用来对脉冲进行压缩, 即在中心频率处反射率下凹的镜子可以使啁啾参量较小的脉冲变窄, 上凸的镜子可以使啁啾参量较大的脉冲变短。

**关键词:** 介质镜; 反射系数; 啁啾脉冲; 脉冲压缩  
**中图分类号:** O435 **文献标识码:** A

### Influences of reflection characteristics of multilayer dielectric mirrors on femtosecond Gaussian pulse

Chen Jianguo, Lin Xiaodong, Lan Lan, Zhang Jing, Li Dayi  
(Department of Optoelectronics, Sichuan University, Chengdu, 610064)

**Abstract:** Studies have been made on the influences of the second order derivatives of the amplitude and phase of the reflection coefficient on the Gaussian pulse upon reflection from the dielectric mirrors. Results show that the amplitude characteristics of the reflection may also be used to compress the pulse. Specifically, mirrors with a minimum reflectivity at the central frequency can be used to reduce the widths of less chirped pulses and those with a maximum reflectivity can compress pulses of larger chirping factors.

**Key words:** dielectric mirror; reflection coefficient; chirped pulse; pulse compression

### 引 言

在一般情况下, 介质膜堆的(电场)反射系数是个复数, 因而要用两个实数来表示, 例如, 可以把它表示为  $r \exp(i\Phi)$  的形式。在这种情况下,  $r^2$  就是通常所谓的反射率  $R$ ,  $\Phi$  就是反射相移。随着超短脉冲技术的飞速发展, 参量  $\Phi$  越来越受到人们的重视<sup>[1]</sup>。啁啾多层介质镜的出现<sup>[2]</sup>, 为人们获得近单周期脉冲 (single-cycle pulse) 提供了强有力的手段<sup>[3]</sup>, 也标志着多层介质镜已经作为一种“主动式”的元件参与了超短脉冲的整形和压缩。研究表明, 参量  $\Phi$  对频率的一阶导数决定脉冲的反射时延, 二阶导数则表征群延迟色散 (GDD)<sup>[4,5]</sup>。对于工作在近红外波段的钛宝石激光器而言, 正确地选择反射镜的 GDD 来补偿激光晶体的正色散是有利于超短脉冲的获得的。此外, 也可以像光栅对脉冲压缩器那样, 用具有负 GDD 的反射镜对正啁啾脉冲进行压

缩。

上述事实说明, 人们可以通过裁剪多层介质膜堆的反射相移来实现对超短脉冲的整形和压缩。既然反射镜的反射系数需要用两个实量来表示, 那么另一个量, 即振幅  $r$  是否也可以加以利用呢? 基于这种思路, 笔者将在本文中研究参量  $r$  的利用问题。针对反射率  $R$  具有对称结构的介质膜堆, 在二阶近似下以高斯脉冲为例, 分析对比了参量  $r$  和  $\Phi$  的频率二阶导数对脉冲的影响。计算表明,  $r$  的二阶导数所起的作用与参量  $\Phi$  的二阶导数有类似之处, 因而也可以用来对脉冲进行一定程度的压缩; 如果  $r$  的二阶导数为正, 镜子还可以用来对无啁啾脉冲进行压缩, 这一点与 GDD 只能压缩啁啾脉冲的情况有所不同。此外, 还对反射系数的振幅的二阶导数进行了估计, 并构想了一种可能的膜堆。

### 1 脉冲的反射

按照短脉冲技术中的惯例, 多层介质膜堆的反射系数  $\rho(\omega)$  可以表示为  $r \exp(i\Phi)$ , 其中  $r$  和  $\Phi$  均为实函数。在膜堆的中心频率处对  $r$  和  $\Phi$  作泰勒级数展开, 即可得到:

作者简介: 陈建国, 男, 1945 年 8 月出生。教授、博导。现从事激光与光通信方面的研究。

收稿日期: 2003-05-09; 收到修改稿日期: 2003-06-18

$$r(\omega) = r_0 + r_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}r_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}r_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (1a)$$

$$\Phi(\omega) = \Phi_0 + \Phi_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\Phi_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\Phi_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (1b)$$

式中,  $\omega_0$  为反射镜的中心频率(对应的中心波长为  $\lambda_0$ ), 而  $r_k$  和  $\Phi_k$  则分别表示在  $\omega_0$  处参量  $r$  和  $\Phi$  的  $k$  阶导数值。(1b) 式中的  $\Phi_2$  就是通常所谓的群延迟色散(GDD), 而  $\Phi_3, \Phi_4, \dots$  等则称为高阶色散。从文献报道来看, 对于脉宽大于十多飞秒的情况而言, 二阶导数还是居主导地位的参量<sup>[3]</sup>, 因此本文中的研究也将集中在二阶导数上。对于反射率对称的膜堆而言, 参量  $r_1$  (甚至还包括  $r_3$  等奇数阶导数) 为 0。在(1a)式右端的第 1 项远大于第 3 项的情况下, 采用二阶近似后, 多层介质膜堆的反射系数可表示为:

$$\rho(\omega) \approx r_0 \exp\{i[\Phi_0 + \Phi_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\Phi_2(\omega - \omega_0)^2] + \frac{1}{2}\frac{r_2}{r_0}(\omega - \omega_0)^2\} \quad (2)$$

入射高斯脉冲可写作<sup>[6]</sup>:

$$E_{in} = A \exp[-(1 + iC)t^2/(2T^2)] \exp(-i\omega_p t) \quad (3)$$

式中,  $A$  为脉冲振幅(为简便计, 本文中取作 1),  $C$  为啁啾参量,  $T$  表征脉冲宽度,  $\omega_p$  则为载波频率。对入射电场作傅里叶变换, 可以求得频率为  $\omega$  的频谱分量, 于是可以在频率空间写出经介质膜堆反射的场  $\mathcal{E}(\omega)$  的表达式为:

$$\mathcal{E}(\omega) = \frac{\sqrt{2\pi}r_0T}{\sqrt{1+iC}} \exp\left\{-\frac{T^2(\omega - \omega_0)^2}{2(1+iC)} + i\theta_0 + i\theta_1\Omega + \frac{1}{2}(r_2/r_0 + i\theta_2)\Omega^2\right\} \quad (4)$$

式中,  $\Omega = \omega - \omega_0$  (5)

为了简化计算, 考虑载波频率  $\omega_p$  与反射膜堆中心频率  $\omega_0$  相同的情况。对(4)式作逆傅里叶变换后可求得经膜堆反射后的电场为:

$$E_{out}(t) = \frac{r_0T \exp[-i(\omega_0 t - \theta_0)]}{[T^2 - (1+iC)(r_2/r_0 + i\theta_2)]^{1/2}} \times \exp\left\{-\frac{(1+iC)(t - \theta_1)^2}{2[T^2 - (1+iC)(r_2/r_0 - i\theta_2)]}\right\} \quad (6)$$

考虑到输出光强  $I_{out}$  正比于  $|E_{out}|^2$ , 最后有:

$$I_{out} \propto (T^2 r_0^2 / K) \exp\{-[T^2 - (1+C^2)r_2/r_0] \times (t - \theta_1)^2 / K^2\} \quad (7)$$

式中,

$$K = \left[ \left[ T^2 - \frac{r_2}{r_0} + C\theta_2 \right]^2 + \left[ \frac{Cr_2}{r_0} + \theta_2 \right]^2 \right]^{1/2} \quad (8)$$

按照惯常的做法, 可以把(7)式的指数部分写成  $\exp[-(t - \theta_1)^2 / \tau^2]$  的形式, 此时参量  $\tau$  表征反射脉冲的宽度。由(7)式和(8)式可以求得入射脉冲与反射脉冲的宽度比满足:

$$(\tau/T)^2 = [1 - r_2/(r_0T^2) + C\theta_2/T^2]^2 + \frac{Cr_2/(r_0T^2) + \theta_2/T^2}{1 - (1+C^2)r_2/(r_0T^2)} \quad (9)$$

利用(9)式, 就可以讨论二阶导数  $r_2, \theta_2$  与啁啾参量  $C$  的关系了。从文献报道的数据来看, 特制的啁啾镜的  $\theta_2$  为负, 其绝对值在几十个  $(fs)^2$  的水平。换句话说, 实践表明, 几十个  $(fs)^2$  的  $\theta_2$  就足以对飞秒的脉冲产生影响。从(9)式来看, 对比值  $\tau/T$  而言,  $r_2$  的作用与  $\theta_2$  的作用大体上是相当的。

在图 1 中, 画出了在  $r_2/r_0 = 8(fs)^2$  时, 几种不同的  $C$  和  $\theta_2$  组合情况下,  $\tau/T$  随表征输入脉冲宽度的参量  $T$  变化的曲线。从图中可以看得出来, 在啁啾参量  $C$  较小的情况下, 反射系数振幅的二阶导数是可以用来对脉冲进行压缩的。

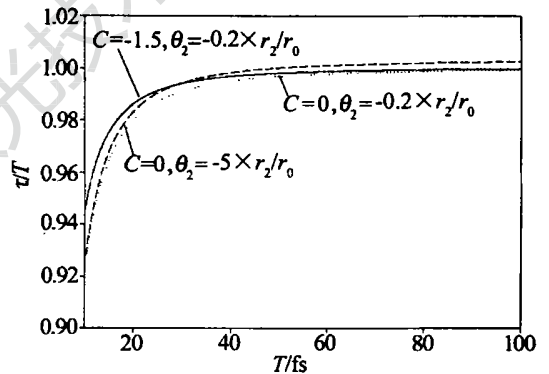


Fig. 1 Compression of different pulses with chirping factor of 0 or -1.5, where  $r_2/r_0 = 8(fs)^2$

## 2 分析与讨论

### 2.1 $r_2$ 趋于 0 的情况

从目前的报道来看, 在超短脉冲系统中, 人们关注的反射镜的反射曲线的特征是高反(接近 1)、宽带(上百 THz)和近乎平顶<sup>[7]</sup>。对这种近乎平顶的反射曲线来说, 参量  $r_2$  趋近于 0。事实上, 目前制作的对多层介质啁啾镜  $r$  的也大致如此, 只不过啁啾镜的  $\theta_2$  较高而已。在这种情况下, (9)式可近似为:

$$(\tau/T)^2 \approx (1 + C\theta_2/T^2)^2 + (\theta_2/T^2)^2 \quad (10)$$

从(10)式来看,  $\tau$  不会趋于 0, 但可以证明, 当  $C$  与  $\theta_2$  反号时,  $(\tau/T)$  小于 1。利用(10)式还可以求得, 如果:

$$\theta_2 = -CT^2/(1+C^2) \quad (11)$$

反射脉冲宽度达到极小值  $T/(1+C^2)$ , 此时高斯脉冲成为变换极限脉冲。由此可见, 具有负 GDD 的反射镜可以压缩具有正啁啾的脉冲, 具有正 GDD 的可压缩负啁啾脉冲。实际的激光系统中, 由于 Kerr 效应的存在, 从激光晶体(放大)介质出来的脉冲可能具有正啁啾, 因而人们可以利用具有负 GDD 的啁啾镜来进行补偿, 实现对脉冲的压缩。虽然如此, 但从(10)式可以看到, 这种压缩的前提是  $C \neq 0$  且  $C$  与  $\theta_2$  反号。如果  $C=0$  的话, 那么 GDD 的作用只能是使反射脉宽变大。

### 2.2 $\theta_2$ 趋于 0 的情况

从前人的报道<sup>[1,7]</sup>以及实际计算来看, 标准的 1/4 波长多层介质高反镜的  $\theta_2$  是很小的, 在中心频率附近相当宽的范围内都维持在不到  $1/(fs)^2$  的水平。在  $\theta_2$  可以忽略不计的情况下, (9) 式可以近似为:

$$(\tau/T)^2 = \frac{(1-x)^2 + C^2x^2}{1 - (1+C^2)x} \quad (12)$$

式中, 已用  $x$  来表示  $r_2/(r_0T^2)$ 。在图 2 中, 画出了  $x = -0.1, 0$  和  $0.1$  情况下,  $(\tau/T)$  随啁啾参量变化的曲线。

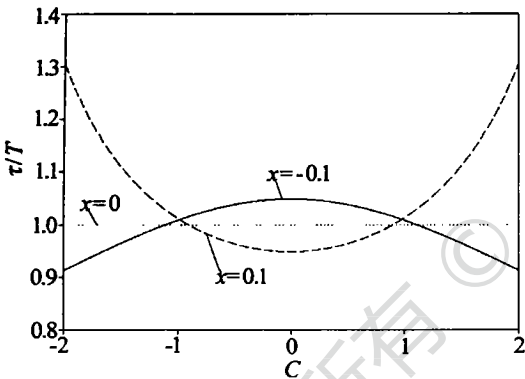


Fig. 2 Variations of  $\tau/T$  with the chirping factor  $C$  for  $x = -0.1, 0$  and  $0.1$ , respectively

事实上, 从(12)式可以看到, 对  $C=0$  的无啁啾脉冲来说, 反射脉冲与入射脉冲的宽度比为:

$$\tau/T = [1 - r_2/(r_0T^2)]^{1/2} \quad (13)$$

(13) 式表明, 反射率在中心频率处下凹的镜子对无啁啾脉冲有压缩作用。一般的 1/4 波长多层镜的反射率曲线是略为凸起的, 即在  $\omega_0$  处  $r$  取极大值,  $r_2 < 0$ 。从图 2 中可以看到, 在啁啾参量  $|C|$  较大的情况下, 这种镜子对脉冲也有压缩作用。事实上, 无论反射率是上凸还是下凹的镜子都能在一定条件下对脉冲起到压缩的作用。由(12)式可以导出在  $x$  取不同值时, 反射镜具有压缩作用的条件是:

$$|C| < [(1-x)/(1+x)]^{1/2} \quad (x > 0) \quad (14a)$$

$$|C| > [(1-x)/(1+x)]^{1/2} \quad (x < 0) \quad (14b)$$

看得出来, 压缩作用是以牺牲一定的反射率为代价的。其实, 实际的镜子反射率都不是平的直线, 而且也做不到百分之百的反射; 再说激光器的反射镜有一定的透射也是正常的。

### 2.3 对 $r_2$ 的估计

为了对  $r_2$  的大小有一个直观的概念, 不妨用一个理想的例子做个估计。假设镜子反射系数中的  $r$  随频率变化的部分可用一个洛仑兹函数来模拟, 即:

$$r = r_0 \{ 1 - a [ 1 + (\omega - \omega_0)^2 / (\delta\omega)^2 ]^{-1} \} \quad (15)$$

式中, 常量  $\delta\omega$  表征反射系数的谱宽, 小量  $a$  表征凹陷的深度(当反射曲线上凸时,  $a$  为负)。对(15)式求导后可知, (1a) 式中的:

$$r_2/r_0 = 2a/(\delta\omega)^2 \quad (16)$$

作为一种估计, 不妨假设反射曲线的谱宽( $2\delta\omega$ )和高斯脉冲的谱宽  $\Delta\omega$  大致相等, 而高斯脉冲的  $\Delta\omega$  与脉宽  $\Delta t$  的乘积等于  $(4\ln 2)$ , 于是由(16)式可求得:

$$r_2/(r_0T^2) \approx 2a/(\ln 2) \quad (17)$$

假设  $a = 0.05$ , 那么由(17)式可得参量  $r_2/(r_0T^2) \approx 0.144$ 。作为对比, 再考查一下(9)式中的  $(\theta_2/T^2)$ 。对于  $\Delta t = 30fs$  的脉冲而言, 如果  $|\theta_2| = 50(fs)^2$ , 那么可算得  $|\theta_2/T^2| \approx 0.154$ 。

虽然目前常用的 1/4 波长介质膜堆高反镜的反射率在中心频率处都是上凸的, 不过现阶段人们往往追求的是二阶导数很小(即反射曲线几乎是“平顶”)的镜子。如果能使反射曲线具有足够大的二阶导数的话, 就可以对具有较大啁啾参量  $|C|$  的脉冲进行压缩。至于对  $|C|$  较小的情况, 反射曲线下凹的镜子可使脉冲得到压缩。为此, 可采用两个高反膜叠加的方法, 适当选择两个膜堆的中心频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$ , 最后可得到一个中心频率大约在  $(\omega_1 + \omega_2)/2$  处反射率下陷深度合适的反射曲线。这种镜子的反射带宽不成问题, 但色散特性却十分复杂, 尤其是二阶色散会在中心频率处发生跳变。要对这一点进行精确的控制, 看来还需作大量的研究。另外一个办法则可考虑在膜料中掺杂某种吸收体, 只要吸收体的共振吸收的中心频率与脉冲匹配, 就可以在宽谱带范围内实现反射下陷, 而下陷的反射率则可用洛仑兹函数来近似。在一般情况下, 掺杂的共振吸收系数  $\alpha_D$  比基质的背景吸收系数  $\alpha_B$  大很多个数量级, 因此, 要实现共振吸收大于背景吸收所需的掺杂浓度依然很低, 事实上, 许多固体激光器的工作介质

(下转第 537 页)

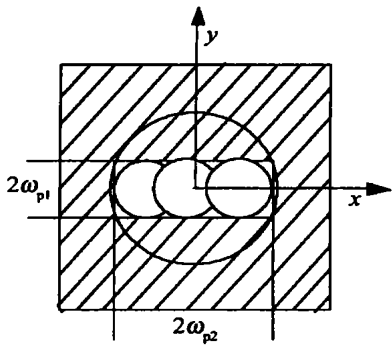


Fig. 5 Model of thermal focal length (square is crystal's cross section, rectangle is pumping laser's facula)

的圆形光斑的排列,用这些小圆形光斑的半径进行热焦距的计算,计算所得结果即为  $y$  方向上的热焦距;(3)  $x$  方向上的热焦距用等效半径为  $\omega_{p2}$  的泵浦光斑进行计算;(4) 谐振腔稳定性取决于光斑尺寸小的方向上的热焦距,即  $y$  方向上的热焦距。

一般情况下,  $\text{Nd:YVO}_4$  晶体总是被切成方形的,又因为该公式是在假设晶体边界为圆对称的前提下推导出来的,所以利用传统的热焦距计算(8)式进行计算本身就有一定的误差。但是这一公式还是可以用来表征热焦距的变化趋势的。

在实验中,泵浦光经过整形聚焦以后,得到的光斑尺寸为:  $1\text{mm} \times 2.4\text{mm}$  (泵浦功率约为  $8\text{W}$ ),  $1.2\text{mm} \times 2.7\text{mm}$  (泵浦功率约为  $20\text{W}$ ),  $1.3\text{mm} \times 3\text{mm}$  (泵浦功率约为  $35\text{W}$ )。这样可以把泵浦光斑分别等效为 2.5, 2.3, 2.4 个半径为  $0.5\text{mm}$ ,  $0.6\text{mm}$ ,  $0.65\text{mm}$  的圆形光斑,即  $\omega_{p1}$  为  $0.5\text{mm}$ ,  $0.6\text{mm}$ ,  $0.65\text{mm}$  (这些等效

光斑略有重叠是出于考虑除去对应这些光斑的泵浦能量以外的那部分剩余泵浦能量)。利用(12)式进行  $x$  方向上的热焦距计算时,等效后,对应不同的总泵浦功率范围,沉积在晶体中的泵浦功率分别为:  $P_{ph1} = P \times 20\% / 2.5$ ,  $P_{ph2} = P \times 20\% / 2.2$ ,  $P_{ph3} = P \times 20\% / 2.5$  ( $P$  为总泵浦功率)。经过对泵浦功率、光斑半径进行折算后,代入(12)式,就可以得到  $y$  方向上的热焦距,所得结果与前面测得的结果变化趋势一致,结果如表 1 所示。

## 4 结 论

利用稳腔条件通过测量所得到的晶体热焦距,与传统热焦距计算(12)式所得结果基本吻合,其变化趋势一致。利用该方法,虽然需要调节临界状态,但是它具有直接以谐振腔稳定性作为标准、简单易行等优点,并且可以利用所得到的热焦距范围进行多次实验测量,把范围缩小到需要的精确程度。因此该方法具有一定的实用性。实验中得出了掺杂为 0.5% 的  $\text{Nd:YVO}_4$  晶体在泵浦功率范围为  $5\text{W} \sim 35\text{W}$  内的一系列热焦距数值。为大功率 LD 泵浦下激光晶体的热焦距计算提供了依据。

## 参 考 文 献

- [1] 郑加安,赵圣之.中国激光,2001,28(8):717~720.
- [2] Innocenzi M E, Yura H T, Fincher C L *et al.* A P L, 1990, 56(19): 1831~1833.
- [3] Zygyus B O, Zhang Q Ch. A P L, 1997, 71(18): 2590~2592.
- [4] Neutenschwander B, Weber R, Weber H P. IEEE J Q E, 1995, 31(6): 1082~1087.

(上接第 533 页)

就属于这种情况。在低掺杂的情况下,杂质对吸收(或增益)特性有显著的影响,而对本底材料的色散特性的影响却很小,这一点可由掺杂介质激光器的谱线加宽因子可以忽略不计这一事实而得到证实<sup>[8]</sup>。于是,采用这种办法就可以制得反射率在中心频率处凹陷而对色散特性没有显著影响的镜子了。

## 参 考 文 献

- [1] Tikhonravov A V, Baumeister P W, Porov K V. Appl Opt, 1997, 36

(19): 4382~4392.

- [2] Szpocs R, Ferencz K, Spielmann C *et al.* Opt Lett, 1994, 19(3): 201~203.
- [3] Brabec T, Krausz F. Rev Mod Phys, 2000, 72(2): 545~591.
- [4] Babic D I, Corzine S W. IEEE J Q E, 1992, 28(2): 514~524.
- [5] Szpocs R, Kohazi kis A, Lako S *et al.* Appl Phys, 2000, B70: S51~S57.
- [6] Agrawal G P. Nonlinear fiber optics. 3rd ed, New York: Academic Press, 1999: 67~69.
- [7] Takada H, Kakehata M, Torizuka K. Appl Phys, 2000, B70: S189~S192.
- [8] Agrawal G P, Dutta N K. Semiconductor lasers. 2nd ed, New York: van Nostrand Reinhold, 1993: 31~32.