

文章编号: 1001-3806(2003)06-0520-03

微粒粒度两种表述对其形体影响因子的影响

韩广才 王亚伟

(江苏大学理学院, 镇江, 212013)

摘要: 对任意形体微粒粒度提出了基于椭圆模型的等效面积粒度表述法和内切圆粒度表述法, 基于这两种表述方法, 分别对微粒形体影响因子的表述及其解进行了讨论, 通过对解的动态特征比较, 确立了内切圆粒度表述法是一种任意形体微粒粒度表述的好方法, 并对其数值解进行拟合, 为任意形体微粒特征概率分布函数反演方程提供了较好的反演理论依据。

关键词: 微粒; 特征表示; 形体; 拟合; 反演

中图分类号: O436.2 **文献标识码:** A

The influence of two definitions for arbitrary particles on the shape affecter

Han Guangcai, Wang Yawei

(The Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang, 212013)

Abstract: The equivalent area method and inscribed circle method are put forward based on the ellipse method of arbitrary particles for expressing their sizes, the expressions of their shape affecter and solution of them are studied upon above methods. We think the inscribed circle method as a good expressing for arbitrary particles' size after compared them with each other in their dynamical character. Then, a good gist is established to measure the function of particles' character in theory through the shape affecter drafting.

Key words: particles; character denotation; shape affecter; drafting; inversion

引言

与微粒特性密切相关的技术问题在工业、农业、医学、环境、国防、科研等领域越来越受到重视。例如: 半导体材料内部杂质的控制; 各种燃料雾化装置所喷射的液滴大小及其分布的测试; 病原细胞大小及其分布的检测; 冶金工业粉体出口处粒度和浓度的在线检测; 环保业中除尘效率的评定; 材料表面光学平整度的计量等等, 无不要求对微粒的尺寸和尺寸分布参数进行准确的测量和研究。光学测量微粒粒度分布方法具有测量范围广、精度高、不接触样品、快速、可自动化实时等优点, 因此已被确认为是一种先进的、最具有广泛发展前景的测量方法。其中任何方法都基于某种数学反演模型, 其粒子的模型基本都基于球体进行的。但是, 在真实测量的场合, 被测微粒往往不是理想的球体, 所以其测量结果的精度和准确度将受到影响。为此, 许多专家学者对各种模型的散射特性展开了研究, 亦已取得了一

定的进展^[1,2]。其中微粒特征概率分布函数的表述方法和半椭圆模型有效地表示了任意形体微粒粒度和形体的概率分布^[3], 其微粒粒度分布函数的反演矩阵和实验方法的研究完善了微粒特征概率分布函数的表述方法和半椭圆模型在实际测量中的应用^[4]。但是, 该方法中微粒粒度表述方法的优劣性以及与此相关的微粒形体影响因子的动态特征未能从理论上开展比较性研究。对此, 作者针对上述问题开展了研究, 对任意形体微粒粒度提出了基于椭圆模型的等效面积粒度表述法和内切圆粒度表述法, 基于这两种表述方法分别对微粒形体影响因子的表述及其解进行了讨论, 通过对解的动态特征比较, 确立了内切圆粒度表述法是一种任意形体微粒粒度表述的好方法, 并对其数值解进行拟合, 取得了较好的拟合效果, 为任意形体微粒特征概率分布函数测量技术的研究提供了有力的理论支撑。

1 基于椭圆模型的两微粒粒度的表述方法

对于任意形体的 3D 粒子从其散射效果来看, 均可视作由一个 EPO 面(也即为等相位的 2D 散射

作者简介: 韩广才, 男, 1958 年 10 月出生。副教授, 博士研究生。现从事光学测量技术的研究及大学物理的教学工作。

收稿日期: 2003-01-09; 收到修改稿日期: 2003-07-17

截面)所产生的散射^[5]。不同形体、不同取向、不同大小,对应不同形体的EPO面,同时也产生了不同的散射结果,也即存在着不确定性。但对大量粒子组成的系统存在着统计确定性,实际测量中所关心的也正是这种统计分布。因此,可将此面作为粒子形体的标志面,对此面几何特征给予数学表述。

1.1 等效面积微粒粒度表述法

设椭圆面的两轴半径分别为 b, c , 取其等效面积圆半径 a 作为微粒大小的度量(简称为粒度), 即有 $a^2 = bc$ 。令 $\eta = b/c$ 表示微粒椭圆面半径之比, 称为微粒的形体参数。

1.2 内切圆微粒粒度表述法

以椭圆面内的内切圆作为微粒大小的标志面, 其半径 a 定义为微粒粒度, 即有 $a = b$ (设 b 为椭圆短半轴的长度)。同样令 $\eta = b/c$ (即 $\eta = a/c$) 表示微粒椭圆面半径之比, 称为微粒的形体参数。

上述这两种表述方法各有利弊, 前者的定义在不考虑光干涉的情况下容易与光散射等效截面相联系, 易于理解, 但是不能直观地表示出微粒截面的具体大小、形体。后者的定义能直观地表示出微粒截面的具体大小、形体, 但是不能与光散射截面的物理概念相联系。

2 基于两种微粒粒度表述方法的微粒形体影响因子的动态特性对比性研究

2.1 等效面积定义法下的形体影响因子

设光敏区光强分布为 Gaussian 分布, 微粒散射截面为椭圆模型, 微粒穿越光敏区的位置在光敏区的中心处, 考虑到形体影响因子 $T(a, \eta)$ 的物理意义, T 为椭圆截面与圆截面在 Gaussian 分布光敏区中散射时产生的差值, 反映的是微粒由于形体的变化而对标准球形粒子散射能量的修正。由于 $\eta = b/c, \pi a^2 = \pi bc$, 形体影响因子函数 $T(a, \eta)$ 推导如下^[3]:

$$T(a, \eta) = \int_0^b \int_0^b \sqrt{b^2 - y^2/c^2} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{R^2}\right] dx dy - \int_0^a \int_0^a \sqrt{a^2 - y^2} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{R^2}\right] dx dy \quad (1)$$

式中, R 为 Gaussian 光敏区半径, 可以求得形体影响因子分布函数如下式:

$$T(a, \eta) = -\frac{1}{4a^2\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^k \Gamma_k a^{2k}}{R^{2k}} \times \Gamma\left[\frac{1}{2}, 2+k, -\frac{a^2}{R^2}\right] \frac{\Gamma(1/2+k)}{\Gamma(1+k)\Gamma(2+k)} \right] - T'(a, 1) \quad (2)$$

当微粒粒度 a 为常数时, 可得 $T(\eta)$ 的分布见图 1, 当微粒形体 η 为常数时, 可得 $T(a)$ 的分布, 见图 2。

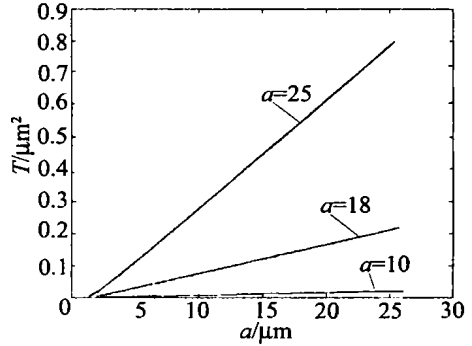


Fig.1 The function T of η with unchanged a

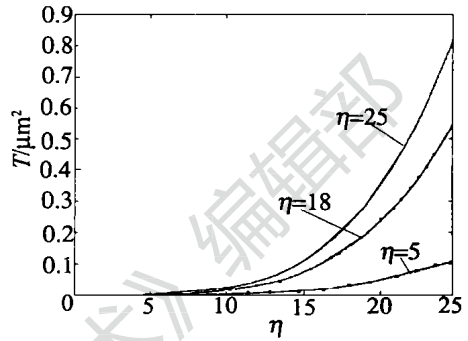


Fig.2 The function T of a with unchanged η

从图 1 与图 2 可以分别看出: 微粒形体影响因子 T 与微粒粒度 a 的响应与微粒形体 η 有关, 形体 η 愈大, 影响因子 T 变化愈大, 且为线性变化; 微粒形体影响因子 T 与微粒形体 η 的响应又与微粒粒度 a 有关, 粒度愈大影响因子 T 变化愈大, 且为非线性变化。

2.2 内切圆定义法下的形体影响因子

同样设光敏区光强分布为 Gaussian 分布, 微粒散射截面为椭圆模型, 微粒穿越光敏区的位置在光敏区的中心处, 由形体影响因子 $T(\eta)$ 的物理意义以及微粒粒度的定义, 有形体影响因子函数 $T(a, \eta)$ 推导如下, 由于 $\eta = b/c, a = b$, 可得:

$$T(a, \eta) = \int_0^a \int_0^a \sqrt{b^2 - y^2/c^2} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{R^2}\right] dx dy - \int_0^a \int_0^a \sqrt{a^2 - y^2} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{R^2}\right] dx dy \quad (3)$$

$$T(a, \eta) = -\frac{1}{4a^2\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^k \Gamma_k a^{2k}}{R^{2k}} \times \Gamma\left[\frac{1}{2}, 2+k, -\frac{a^2}{R^2}\right] \frac{\Gamma(1/2+k)}{\Gamma(1+k)\Gamma(2+k)} \right] - T'(a, 1) \quad (4)$$

当微粒粒度 a 为常数时, 可得 $T(\eta)$ 的分布见图 3, 当微粒形体 η 为常数时, 可得 $T(a)$ 的分布见图 4。

同样从图 3 与图 4 可以分别看出: 微粒形体影

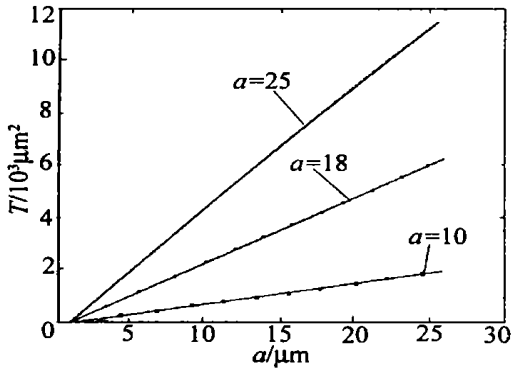


Fig. 3 The function T of η with unchanged a

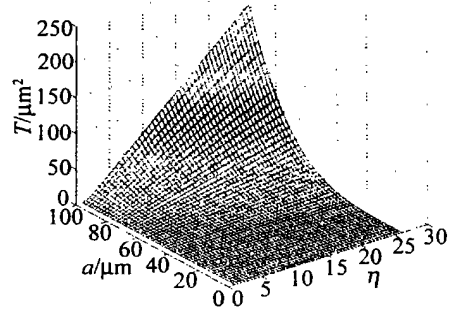


Fig. 5 The distribution T of a and η under the first definition

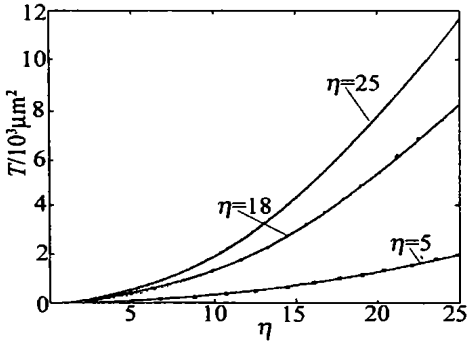


Fig. 4 The function T of a with unchanged η

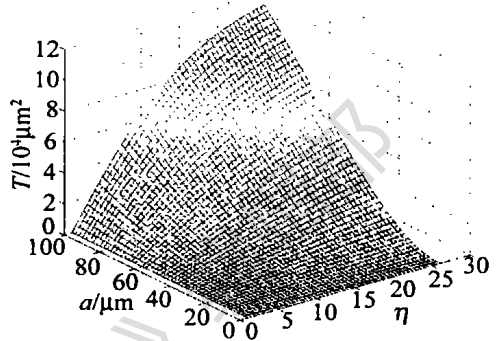


Fig. 6 The distribution T of a and η under the second definition

响因子 T 与微粒粒度 a 的响应与微粒形体 η 有关, 形体 η 愈大, 影响因子 T 变化愈大, 且为线性变化; 微粒形体影响因子 T 与微粒形体 η 的响应又与微粒粒度 a 有关, 粒度愈大影响因子 T 变化愈大, 且为非线性变化。但是上述图 3、图 4 微粒形体影响因子 T 的变化率与图 1、图 2 微粒形体影响因子 T 的变化率不同, 影响的量级不同。所以从定性的意义讲: 微粒形体影响因子 T 的表述及其解在这两种微粒粒度定义的表述下没有本质上的区别。

3 两种微粒粒度表述下的微粒形体影响因子的拟合解

上述研究的结果表明: 微粒形体影响因子 T 是微粒粒度 a 和微粒形体 η 的双变量函数, 因此, 在对任意形体微粒特征分布测量反演方法进行研究时必须考虑微粒形体影响因子 T 与微粒粒度 a 和微粒形体 η 的关系, 在上述两种微粒粒度定义下的微粒形体影响因子 T 的三维分布分别参见图 5 和图 6。

从图 5 和图 6 可以看出两种分布由于影响的量级不同, 所以其三维分布也不尽相同。在对任意形体微粒特征概率分布函数进行反演时, 有反演方程如下: $P(V) = P_s(V) [1 + P(\eta) \Gamma(a, \eta)]$ (5)

$$\Gamma(a, \eta) = \frac{1}{k_1 T(a)} \left[\frac{d \ln T(a, \eta)}{d \eta} \right]^{-1} \quad (6)$$

从中可以看出: 要能够进行反演必须获得微粒形体影响因子 T 函数的解析解, 但是从微粒形体影响因子 T 函数的表示式可以发现是没有解析解的。对此, 只有对其数值解进行多项式拟合, 其拟合结果分别如下。对等效法有:

$$T = 2.65 [(0.0007a^2 - 0.0378a + 0.3085) \eta - (0.0015a^2 - 0.0079a + 0.635)] \quad (7)$$

对内切法有:

$$T = \frac{11}{7} [(0.1106a^2 + 12.984a - 96.4616) \eta + (0.0191a^3 - 0.4326a^2 - 11.9593a + 77.683)] \quad (8)$$

由(7)式、(8)式作三维分布图分别见图 7、图 8。

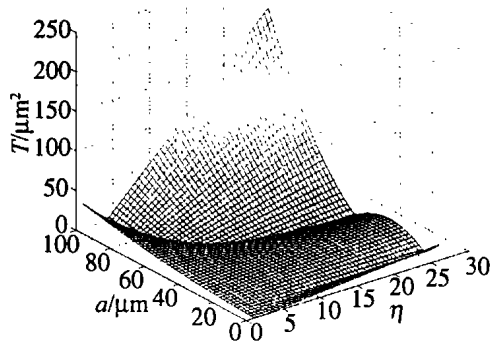


Fig. 7 The distribution $T(a, \eta)$ after drafting under the first definition

(下转第 530 页)

3 结束语

从上面讨论的关于 SPDC 光场的理论研究和应用研究的进展状况可以看出, 在量子光学的非经典光场研究中, SPDC 光场占有重要而独特的地位。它固有的量子起源决定了它在揭示非经典光场量子特性的研究中起着举足轻重的作用, 而它的应用场合不仅是一般经典光场所不能胜任的, 也是其它非经典光场所不能代替的。然而, SPDC 光场的研究历史还不太长, 对其非经典场特性的揭示也不够深刻, 这势必会影响它应用领域的进一步扩大。对于 SPDC 光场的应用研究也基本处于原理实验阶段, 利用它绝对测量探测器量子效率和光源辐射功率的研究虽已取得一定的进展, 但距取代低温辐射计或高温黑体而建立光辐射计量基准还相去甚远; 基于 SPDC 原理已在实验室成功研制出可调谐全固体激光器, 但离实际应用还有一定的差距; SPDC 光场在量子通讯和量子计算中的应用研究更是处于初级阶段。然而, 正是这些在实验室获得的成功应用才显示出 SPDC 光场重要的研究意义和巨大的应用潜力。

参 考 文 献

- [1] Burnham D C, Weinberg D L. *Phys Rev Lett*, 1970, 45(2): 84~ 103.
- [2] Jakeman E, Walker J G. *Opt Commun*, 1985, 55(3): 219~ 232.
- [3] Parity J G, Tapster P R, Jakeman E. *Opt Commun*, 1987, 62(3): 201~ 228.
- [4] Parity J G, Tapster P R. *J O S A*, 1989, 86(6): 1221~ 1243.
- [5] Hong C K, Mandel L. *Phys Rev*, 1985, A 31: 2409~ 2432.
- [6] Friberg S, Hong C K, Mandel L. *Phys Rev Lett*, 1985, 54(18): 2011~ 2032.
- [7] Hong C K, Ou Z Y, Mandel L. *Phys Rev Lett*, 1987, 59(18): 2044~ 2063.
- [8] Ghosh R, Mandel L. *Phys Rev Lett*, 1987, 59(17): 1903~ 1925.
- [9] Ou Z Y. *Phys Rev*, 1988, A 37(5): 1607~ 1622.
- [10] Hardy L. *Phys Rev Lett*, 1994, 73(17): 2279~ 2301.
- [11] Tan S M, Walls D F, Collett M J. *Phys Rev Lett*, 1991, 66(3): 252~ 277.
- [12] Ou Z Y, Mandel L. *Phys Rev Lett*, 1988, 61(1): 54~ 63.
- [13] Ou Z Y, Zou X Y, Wang L J *et al.* *Phys Rev*, 1990, A 42: 2957~ 2971.
- [14] Ou Z Y, Wang L J, Mandel L. *Phys Rev*, 1989, A 40: 1428~ 1446.
- [15] Ou Z Y, Wang L J, Zou X Y *et al.* *Phys Rev*, 1990, A 41(3): 1597~ 1615.
- [16] Keller T E, Rubin M H, Shih Y H *et al.* *Phys Rev*, 1998, A 57(3): 2076~ 2099.
- [17] Zeilinger A, Horne M, Weinfurter H *et al.* *Phys Rev Lett*, 1997, 78(3): 3031~ 3054.
- [18] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K *et al.* *Nature*, 1997, 58(2): 390~ 412.
- [19] 殷一贤. *激光杂志*, 1998, 19(1): 1~ 5.

(上接第 522 页)

显然从图 7 与图 8 的比较可以看出: 基于内切圆微粒粒度表述方法下的微粒形体影响因子 T 函数的拟合结果明显好于基于等效面积微粒粒度表述法下的微粒形体影响因子 T 函数的拟合结果。

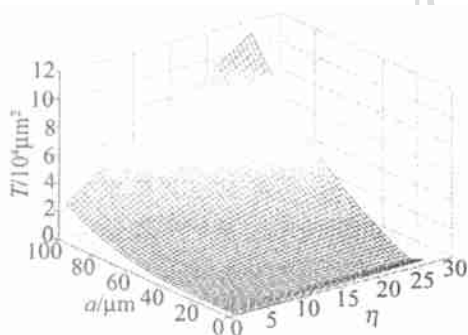


Fig. 8 The distribution $T(a, \eta)$ after drafting under the second definition

4 结 论

(1) 对于等效面积微粒粒度表述法和内切圆微粒粒度表述法这两种定义方法, 微粒形体影响因子 T 的表述及其解在这两种微粒粒度定义的表述下没有本质上的区别。(2) 在应用任意形体微粒特征分布函数反演方程对任意形体微粒特征分布函数进行测量时, 必须获得微粒形体影响因子 T 函数的解析解, 而对微粒形体影响因子 T 函数拟合结果的对比表明内切圆微粒粒度表述方法是一种较好的方法。

参 考 文 献

- [1] Lock J A, Todges J T. *Appl Opt*, 1996, 35(21): 4283~ 4290.
- [2] Asamo S, Sato M. *Appl Opt*, 1980, 19(6): 962~ 974.
- [3] 王亚伟, 贺安之, 刘晓燃. *光学学报*, 2002, 22(3): 363~ 368.
- [4] 王亚伟. *计算物理*, 2002, 19(4): 43~ 47.
- [5] Chen B Q, Stannes J J. *Appl Opt*, 1998, 37(11): 1999~ 2010.