

文章编号: 1001-3806(2003)06-0517-03

双离轴衍射透镜的矢量设计算法*

冯迪 严瑛白 谭峭峰

(清华大学精密仪器系, 北京, 100084)

摘要: 设计特征尺寸可与照射光波长相比拟的衍射光学器件时, 必须采用严格的矢量设计算法。为克服传统搜索算法计算次数多、收敛速度慢的缺点, 同时结合时域有限差分算法进行光场与衍射器件相互作用的矢量计算, 提出了一种高效的迭代算法。利用该算法, 设计了双离轴透镜, 结果表明, 该算法计算次数少、收敛效果好。

关键词: 衍射光学; 迭代优化算法; 衍射透镜; 时域有限差分方法

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

A vector algorithm for designing double off-axis diffractive lenses

Feng Di, Yan Yingbai, Tan Qiaofeng

(Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing, 100084)

Abstract: A vector algorithm for designing two dimensions, finite aperture, aperiodic diffractive optical elements based on rigorous electromagnetic computation model the finite difference time domain method has been proposed. All aspects relating to the algorithm such as optimization process, the finite difference time domain method, and the diffractive integral, have been discussed. The algorithm can present rigorous design results with reasonable computational cost and good designing results. Two double off-axis diffractive lenses for normally incident TE mode have been designed to illustrate the algorithm. The algorithm is useful for the improvement of vector algorithm for designing diffractive optical elements and the applications of diffractive optical elements.

Key words: diffractive optics; iterative optimization algorithm; diffractive lens; finite difference time domain (FDTD) method

引言

衍射光学器件(DOE)由于其设计灵活、功能多样、质量轻、体积小等优点, 被广泛应用于红外成像、激光聚焦、光束整形和光纤通讯等许多领域。但是当衍射光学器件的特征尺寸接近甚至小于照射波长时, 光波在光学器件边界的电磁耦合效应大大加强, 这时传统标量衍射理论已经不再适用, 必须采用矢量衍射理论在特定的边界条件下严格求解 Maxwell 方程。Yee 于 1966 年提出的时域有限差分(finite-difference time domain, FDTD)方法是对 Maxwell 方程进行数值求解的有效方法^[1], 该法保持 Maxwell 旋度方程中的时间变量, 不经变换而直接在时域-空域中求解, 它能提供方程的齐次部分(瞬态)和非齐次部分(稳态)的全部解答。近年来, 利用 FDTD 算法对

衍射光学器件进行分析和设计是近年来国际研究热点, Jiang 等人利用微遗传算法和 FDTD 方法对衍射光学器件进行了矢量设计^[2], 由于遗传算法是一种搜索算法, 虽然理论上可以得到全局最优解, 但实际设计中收敛速度慢、循环次数多, 导致设计效率比较低; Testorf 等人组合 Gerchberg-Saxton 算法和 FDTD 方法作为衍射光学器件的矢量设计算法^[3], 该算法效率高, 但是设计结果取决于傍轴算法的选择, 限制了算法的灵活性。作者提出一种基于矢量衍射理论设计 DOE 的迭代算法, 克服了上述算法的不足, 具有收敛快、迭代次数少的优点。作者对算法进行了详细介绍, 包括 FDTD 方法、衍射积分和迭代算法, 同时用该算法设计了两个双离轴衍射透镜, 它们在红外焦平面探测系统和微光机电等系统中都有着广泛的应用。考虑到计算量, 文中以二维为例。

1 算法原理

1.1 FDTD 方法

假定所研究的媒质各向同性、线性且与时间无

* 国家高科技资助项目。

作者简介: 冯迪, 男, 1972 年 4 月出生。博士研究生。

现从事衍射微光学元件的分析、设计和工艺研究。

收稿日期: 2003-01-24; 收到修改稿日期: 2003-10-23

关, 在无源区域, Maxwell 方程的两个旋度方程表示为:

$$\begin{aligned} \nabla \times E &= -\mu \frac{\partial H}{\partial t} - \sigma^* H \\ \nabla \times H &= -\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} - \mathcal{E} \end{aligned} \quad (1)$$

式中, E 为电场强度, 单位为 V/m ; H 为磁场强度, 单位为 A/m ; ε 为介电常数, 单位为 F/m ; μ 为磁导率, 单位为 H/m ; σ 为电导率, 单位为 S/m ; σ^* 为等效磁阻率, 单位为 Ω/m 。如果入射场和散射体的结构及形状都与某一个方向(比如 z 方向)无关, 则散射场也与该方向无关, 问题可以简化为二维表达。以横电波(TE)模式为例, 电场分量垂直于入射面, 此时二维 Maxwell 旋度方程在直角坐标系下可以表述如下^[4,5]:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \\ \frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} + \sigma^* H_x \right) \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \sigma^* H_y \right) \end{cases} \quad (2)$$

式中, E_z, H_x, H_y 分别为电场和磁场分量, 它们是空间位置和时间的函数, 对于非磁物质(光学材料多属于此)有: $\mu_0 = \mu, \sigma^* = 0$ 。根据 Yee 氏采用的具有二阶精度的中心差商式, 对上述 Maxwell 旋度方程进行离散处理后, 即可进行数值求解。

为了保证算法的数值稳定性, 对于二维情况可以设定时间步长等于电磁波传播一个空间步长所需时间的一半。为了减少由于有限差分方程近似 Maxwell 旋度方程所引起的非物理数值色散问题, 同时考虑到作者分析的衍射光学器件材料为石英, 折射率 1.5, 取空间步长为真空中波长的 $1/20$ 。要模拟电磁波的传播, 设置了 PML 吸收边界^[6]。

1.2 衍射积分

假定为 TE 单色波垂直照明, 用 FDTD 算法可以得到紧贴 DOE 表面(称为输出面)电磁场分布情况, 设为 U , 尔后电磁波将在自由空间传播, 满足如下的亥姆霍兹方程^[7]: $(\nabla^2 + k^2)U = 0$ (3) 式中, ∇^2 为拉普拉斯算符; k 为波数, 定义为: $k = 2\pi/\lambda$, λ 为照明波长。

这时可以用格林函数代入(3)式得到衍射积分计算观察面的场分布, 如果传播距离和器件口径不满足远大于照射波长的傍轴假设条件, 菲涅耳衍射积分公式将不再成立。在此采用考虑倾斜因子的瑞利-索末菲(R-S)衍射积分公式求解电磁场的传播问题。设由 FDTD 算法得到的输出面场分布为

$U(P_1)$, 观察面的场分布为 $U(P_0)$, 二者的关系表示为如下的 R-S 衍射积分:

$$U(P_0) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma} U(P_1) \times \cos(\bar{n}, \bar{r})(jk - 1/r) \times \exp(jkr)/r ds \quad (4)$$

式中, $\cos(\bar{n}, \bar{r})$ 为倾斜因子, 代表外向法线 \bar{n} 与从观察点 P_0 到输出面采样点 P_1 的矢量之间交角的余弦。 r 是矢量 \bar{r} 的模长。对上述积分公式进行数值求解, 即可逐点获得观察面的场分布。

1.3 迭代算法

根据 FDTD 方法得到 DOE 输出面的场分布, 由 R-S 衍射积分得到观察面的场分布。然后, 就可以通过迭代算法来设计 DOE 的表面位相分布, 使其对入射场进行调制, 在观察面得到所需的场分布。迭代算法的流程图示于图 1, 其可具体表述为: (1) 预设 DOE 的初始位相(0 或者任意随机分布), 用 FDTD 严格求解沿波传播方向紧贴 DOE 的输出面场分布 $U(P_1)$; (2) 由 $U(P_1)$, 根据(4)式计算观察面场分布 $U(P_0)$; (3) 引入远场限制条件, 即以要求的强度分布(目标函数强度分布)取代 $U(P_0)$ 振幅部分, 而保持位相不变, 得到 $U'(P_0)$; (4) 对 $U'(P_0)$ 反变换到输入面, 根据得到场的位相分布调整 DOE 的位相; (5) 对 DOE 新的面型分布, 用 FDTD 分析, 得到新的输出面场分布, 然后重复第(2)步。

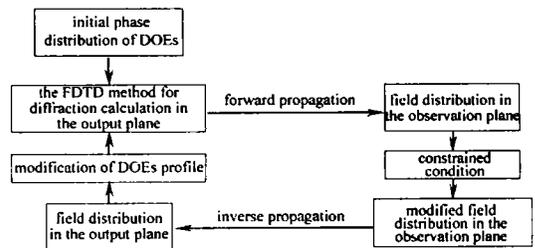


Fig. 1 Iterative optimization algorithm combined with the FDTD method for vector designing DOEs

如此循环直至满意结果, 此时即得到了特定的 DOE 面型分布, 该分布对入射场进行调制, 在观察面产生所需的强度分布。算法结构可以更清楚地表述为: 由 FDTD 算法得到紧贴 DOE 表面的输出面场分布, 该场传播到观察面的分布可以由衍射积分计算, 根据目标函数和迭代算法优化 DOE 的面型分布, 直到满足要求为止。

2 设计实例

在这一节中, 应用文中提出的迭代优化算法设计了两个双离轴衍射透镜。为了评价算法的收敛性, 定义如下的均方根误差 E_{RMS} :

$$E_{RMS} = \left\{ \frac{1}{N_{total} - 1} \sum_{i=1}^{N_{total}} [|u_{target}^{(i)}(x_i)|^2 - |u^{(i)}(x_i)|^2]^2 \right\}^{1/2} \quad (5)$$

式中, $|u^{(i)}(x_i)|^2$ 和 $|u_{target}^{(i)}(x_i)|^2$ 分别为 DOE 实际产生的观察面强度分布和由目标函数确定的强度分布, x_i 为观察面第 i 个采样点的位置坐标, N_{total} 为观察面采样点的总数。这里假定光波从 DOE 的基底入射, 即 TE 模式垂直入射平面波, 波长 $\lambda = 10\mu\text{m}$, 基底材料为石英 (折射率 1.5), 观察面在空气中, 折射率 1.0, FDTD 计算空间以 $N20$ 为采样间隔。设计器件的初始位相均设为 0。考虑大多数接收器只对电场分量敏感, 取电场分量的平方作为光场的强度值。

第 1 个设计实例的参数为: 透镜口径 $160\mu\text{m}$, 透镜表面到观察面的距离 (焦距) 是 $18\mu\text{m}$, 透镜将在观察面上对称地产生两个焦点, 间距为 $52\mu\text{m}$, 分离角度为 $\pm 55.30^\circ$ 。由目标函数决定的归一化光强分布和设计透镜产生的归一化光强分布见图 2a, 其中虚线为目标强度分布, 可见设计结果和目标强度吻合得很好。经过仅仅 10 次迭代后, 均方根误差为 4.26%。设计的离轴透镜面型分布见图 2b。考虑

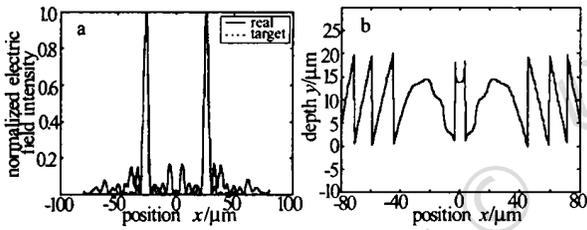


Fig. 2 a—the normalized electrical field intensity at the focal plane for the target distribution and the real distribution made by our designed lens b—the designed lens' profile

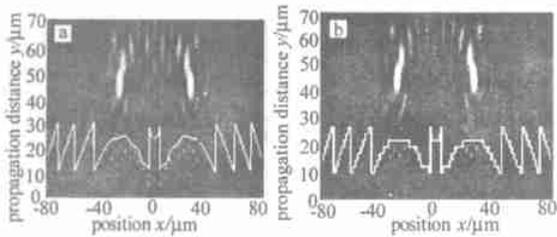


Fig. 3 The optical field intensity distributions plotted in a gray level representation

a—for the continuous profile b—for the 8 level quantified profile

到实际加工限制, 分析了面型 8 台阶量化后光场衍射情况, 连续面型和量化面型衍射光场的三维灰阶分布示于图 3a 和图 3b 中, 其中颜色越黑表明光强

越小, 反之, 颜色越白表明光强越大。可见量化后, 透镜仍然有良好的聚焦效果, 且更有利于加工。

第 2 个设计实例的参数为: 透镜口径 $160\mu\text{m}$, 焦距 $140\mu\text{m}$, 透镜在焦面将不对称地产生两个间距 $146\mu\text{m}$ 的焦点, 其分离角度分别为 $+30.66^\circ$ 和 -24.23° 。经 10 次迭代后, 均方根误差为 5.56%。目标强度分布和设计透镜产生的光强分布经归一化处理示于图 4a 中, 二者在傍瓣有少许差别, 但主瓣的一致性很好。设计的透镜面型分布见图 4b 所示。两个设计实例表明了文中所提算法的正确性和高效性。

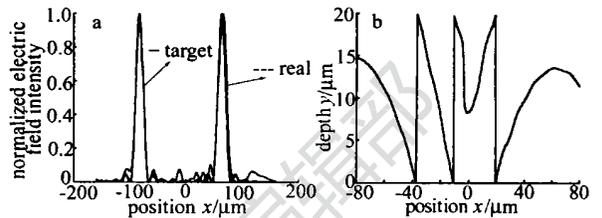


Fig. 4 a—the normalized electrical field intensity at the focal plane for the target distribution and the real distribution b—the designed lens' profile

3 结论

衍射光学器件的矢量设计是目前国际上的一个研究热点。作者提出了一种基于二维时域有限差分方法的有效迭代设计算法, 利用该算法成功设计了两个双离轴衍射透镜。该算法克服了传统搜索算法收敛速度慢、循环次数多的缺点, 设计光强分布与目标光强分布吻合得很好, 设计实例证明了算法的快速收敛特性和良好的设计效果, 是一种对衍射光学器件进行矢量设计的有效算法, 是对衍射光学器件的矢量设计理论的有益拓展。所设计的器件在红外焦平面探测系统和微光机电系统等领域中有着广泛的应用背景。同时对算法涉及的 FDTD 方法和迭代算法等给予了详细讨论。

感谢北京理工大学高本庆教授和任武博士, 北京大学王长清教授和胡炜博士的热情帮助。

参考文献

- [1] Yee K S. IEEE Trans Antennas Propag, 1966, AP 14: 302~ 307.
- [2] Jiang J, Nordin G P. Optical Express, 2000, 7: 237~ 242.
- [3] Testorf M E, Fiddy M A. J O S A, 2001, A 18: 2908~ 2914.
- [4] 王长清, 祝西里. 电磁场计算中的时域有限差分法. 北京: 北京大学出版社, 1994: 20~ 43.
- [5] 高本庆. 时域有限差分法. 北京: 国防工业出版社, 1995: 4~ 8.
- [6] Berenger J P. J Comput Phys, 1994, 114: 185~ 200.
- [7] 顾德门著. 傅里叶光学导论. 北京: 科学出版社, 1976: 17~ 26.