

文章编号: 1001-3806(2003)05-0490-03

## 多光阑光学系统对 ChG 光束的变换\*

康小平<sup>1,2</sup> 季小玲<sup>2</sup> 吕百达<sup>2,3</sup>

(<sup>1</sup>琼州大学物理系,五指山,572200) (<sup>2</sup>四川大学激光物理与化学研究所,成都,610064)

(<sup>3</sup>华中科技大学激光技术国家重点实验室,武汉,430074)

摘要: 基于将硬边光阑窗口函数展开为有限个复高斯函数之和的方法,推导出了双曲余弦-高斯光束(ChG)通过多个光阑近轴 ABCD 光学系统的递推传输公式,该公式可用于解析地研究光束通过硬边光阑光学系统的传输特性。给出了数值计算结果,并与直接对 Collins 公式积分的结果进行了比较,显示出使用解析公式有节约大量机时的优点。

关键词: 双曲余弦-高斯光束;多光阑光学系统;递推传输公式;复高斯函数

中图分类号: O435 文献标识码: A

### Transformation of cosh-Gaussian beams passing through a multi-apertured optical system

Kang Xiaoping<sup>1,2</sup>, Ji Xiaoling<sup>2</sup>, Lü Baida<sup>2,3</sup>

(<sup>1</sup> Department of Physics, Qiongzhou University, Wuzhishan, 572200)

(<sup>2</sup> Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

(<sup>3</sup> National Laboratory of Laser Technology, HUST, Wuhan, 430074)

**Abstract:** Based on the expansion of the window function of a hard edge aperture into a finite sum of complex Gaussian functions, the recurrence propagation equation of cosh-Gaussian(ChG) beams through a multi-apertured paraxial ABCD optical system is derived, which permits us to study the propagation of ChG beams through hard edge optics analytically. Numerical results are given and compared with those derived by the straightforward integral of the Collins formula, which shows the advantage of saving the computer time greatly by means of our analytical formula.

**Key words:** cosh-Gaussian(ChG) beam; multi-apertured optical system; recurrence propagation equation; complex Gaussian function

### 引言

在正弦类高斯光束中,因适当选取双曲余弦-高斯光束(ChG)的参数可以得到平顶分布而引起研究兴趣,文献中对这类光束的特性已作了许多计算分析,并提出了产生 ChG 光束的实验方法<sup>[1~4]</sup>。但是,对于有多个硬边光阑的复杂 ABCD 光学系统对 ChG 光束的变换,尚未见有文献报道。采用将硬边光阑窗口函数展开为有限个复高斯函数之和的方法<sup>[5]</sup>,推导出 ChG 光束通过多个硬边光阑限制近轴 ABCD 光学系统的解析传输公式,给出了典型的数

值计算例,与直接用 Collins 公式所作数值积分作了比较,得到了一致的结果,而使用解析公式的主要优点是节约了大量机时。

### 1 传输公式

含多个硬边光阑组的复杂 ABCD 光学系统如图 1 所示。RP<sub>1</sub> 为入射面,RP<sub>2</sub> 为出射面,设各

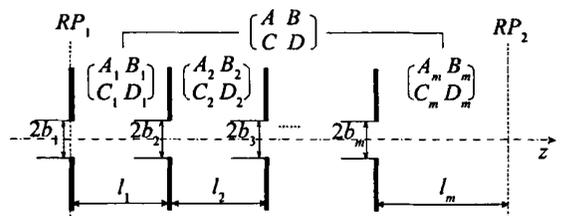


Fig. 1 A multi-apertured ABCD optical system

光阑半宽为  $b_i$ , 相邻两光阑间的传输变换矩阵为

\* 华中科技大学激光技术国家重点实验室资助项目。

作者简介:康小平,女,1964年7月出生。副教授。现从事光学教学和科研工作。

收稿日期:2003-01-09

$\begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix}$ ,  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  和  $D_i$  表示  $A_i B_i C_i D_i$  系统的变换矩阵元 ( $i = 1, 2, 3, \dots, m$ )。

在直角坐标系下, 二维 ChG 光束在入射面  $RP_1$  ( $z = 0$ ) 上的场分布为:

$$E_0(x, 0) = \exp(-x^2/w_0^2) \cosh(\Omega_0 x) \quad (1)$$

式中,  $w_0$  为束腰宽度,  $\Omega_0$  为与 ChG 光束有关的光束参数。

在入射面  $RP_1$  处置于一半宽度为  $b_1$  的硬边光阑的窗口函数为:

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq b_1 \\ 0 & |x| > b_1 \end{cases} \quad (2)$$

将(2)式表示的窗口函数展为复高斯函数之和<sup>[5]</sup>:

$$\text{rect}(x) = \sum_{j=1}^M P_j \exp\left[-\frac{Q_j x^2}{b_1^2}\right] \quad (3)$$

式中,  $P_j$  和  $Q_j$  分别为展开式的系数和复高斯函数系数。当  $M = 10$  时,  $P_j$  和  $Q_j$  取值见文献[5]。

将(1)式、(3)式代入 Collins 公式<sup>[6]</sup>, 经较为复杂的积分计算并整理可求得 ChG 光束通过受光阑

限制  $\begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix}$  光学系统(光阑半宽为  $b_1$ ) 的场分布

$$E_1(x, z) = \sqrt{\frac{ik}{2B_1}} \exp\left[-\frac{ikD_1}{2B_1} x^2\right] \times \sum_{j_1=1}^M \frac{P_{j_1}}{T_{j_1}} \exp\left[\frac{\alpha^2}{4T_{j_1}^2 w_0^2}\right] \exp\left[\frac{-k^2}{4T_{j_1}^2 B_1^2} x^2\right] \times \cosh\left[\frac{ik\alpha}{2T_{j_1}^2 B_1 w_0} x\right] \quad (4)$$

式中,

$$T_{j_1}^2 = \frac{1}{w_0^2} + ik \frac{A_1}{2B_1} + \frac{Q_{j_1}}{b_1^2} \quad (5)$$

式中,  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\lambda$  为波长,  $\alpha = w_0 \Omega_0$  为偏心参数, (4)式即为 ChG 光束通过含 1 个硬边光阑  $ABCD$  光学系统的解析传输公式。它给出了场分布与硬边光阑参数  $P_{j_1}$ ,  $Q_{j_1}$ ,  $M$  和传输矩阵元的依赖关系。

根据 Collins 公式, 经过积分计算可由(4)式得出 ChG 光束通过第 2 个含硬边光阑  $\begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$  的场分布为:

$$E_2(x, z) = \sqrt{\frac{ik}{2B_1}} \sqrt{\frac{ik}{2B_2}} \exp\left[-\frac{ikD_2}{2B_2} x^2\right] \times \sum_{j_1=1}^M \frac{P_{j_1}}{T_{j_1}} \exp\left[\frac{\alpha^2}{4T_{j_1}^2 w_0^2}\right] \sum_{j_2=1}^M \frac{P_{j_2}}{T_{j_2}} \exp\left[\frac{(ik)^2 \alpha^2}{16T_{j_1}^4 T_{j_2}^2 B_1^2 w_0^2}\right] \times$$

$$\exp\left[\frac{-k^2}{4T_{j_2}^2 B_2^2} x^2\right] \cosh\left[\frac{(ik)^2 \alpha}{4T_{j_1}^2 T_{j_2}^2 B_1 B_2 w_0} x\right] \quad (6)$$

式中,

$$T_{j_2}^2 = \frac{k^2}{4T_{j_1}^2 B_1^2} + ik \frac{D_1}{2B_1} + ik \frac{A_2}{2B_2} + \frac{Q_{j_2}}{b_2^2} \quad (7)$$

类似的积分步骤, 可推导出 ChG 光束通过第  $m$  个 ( $m = 2, 3, 4 \dots$ ) 含硬边光阑光学系统传输的递推公式为:

$$E_m(x, z) = \sqrt{\frac{ik}{2B_1}} \dots \sqrt{\frac{ik}{2B_m}} \exp\left[-\frac{ikD_m}{2B_m} x^2\right] \times \sum_{j_1=1}^M \frac{P_{j_1}}{T_{j_1}} \exp\left[\frac{\alpha^2}{4T_{j_1}^2 w_0^2}\right] \sum_{j_2=1}^M \frac{P_{j_2}}{T_{j_2}} \exp\left[\frac{(ik)^2 \alpha^2}{4^2 T_{j_1}^4 T_{j_2}^2 B_1^2 w_0^2}\right] \dots \sum_{j_m=1}^M \frac{P_{j_m}}{T_{j_m}} \exp\left[\frac{(ik)^{2m-1} \alpha^2}{4^m T_{j_1}^4 \dots T_{j_{m-1}}^2 T_{j_m}^2 B_1^2 \dots B_{m-1}^2 w_0^2}\right] \times \exp\left[\frac{-k^2}{4T_{j_m}^2 B_m^2} x^2\right] \cosh\left[\frac{(ik)^m \alpha}{2^m T_{j_1}^2 \dots T_{j_m}^2 B_1 \dots B_m w_0} x\right] \quad (8)$$

式中,

$$T_{j_m}^2 = \frac{k^2}{4T_{j_{m-1}}^2 B_{m-1}^2} + ik \frac{D_{m-1}}{2B_{m-1}} + ik \frac{A_m}{2B_m} + \frac{Q_{j_m}}{b_m^2} \quad (9)$$

在(4)式、(8)式中, 若令  $\alpha = 0$  (即  $\Omega_0 = 0$ ), 可得到高斯光束通过 1 个含硬边光阑  $ABCD$  光学系统的场分布和通过第  $m$  个含硬边光阑  $ABCD$  光学系统传输的递推公式分别为:

$$E_1'(x, z) = \sqrt{\frac{ik}{2B_1}} \exp\left[-\frac{ikD_1}{2B_1} x^2\right] \times \sum_{j_1=1}^M \frac{P_{j_1}}{T_{j_1}} \exp\left[\frac{-k^2}{4B_1^2 T_{j_1}^2} x^2\right] \quad (10)$$

和

$$E_m'(x, z) = \sqrt{\frac{ik}{2B_1}} \dots \sqrt{\frac{ik}{2B_m}} \exp\left[-\frac{ikD_m}{2B_m} x^2\right] \times \sum_{j_1=1}^M \frac{P_{j_1}}{T_{j_1}} \dots \sum_{j_m=1}^M \frac{P_{j_m}}{T_{j_m}} \exp\left[\frac{-k^2}{4T_{j_m}^2 B_m^2} x^2\right] \quad (11)$$

## 2 数值计算及分析

本节以 ChG 光束通过含 3 个光阑-透镜系统  $ABCD$  光学系统的传输为例, 说明(8)式的应用。

图 2 中,  $RP_1$  为入射参考面 ( $z = 0$ ),  $l_1$  和  $l_2$  分别为相邻光阑间的距离,  $l_3$  为第 3 个光阑-透镜所在面  $RP_3$  至出射面  $RP_4$  间的距离。相邻光阑间的变换矩阵为:

$$\begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - l_i/f_i & l_i \\ -1/f_i & 1 \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (12)$$

式中,  $f_i$  为透镜的焦距。将  $f_i, l_i$  值代入上式即可求出相应变换矩阵的矩阵元。

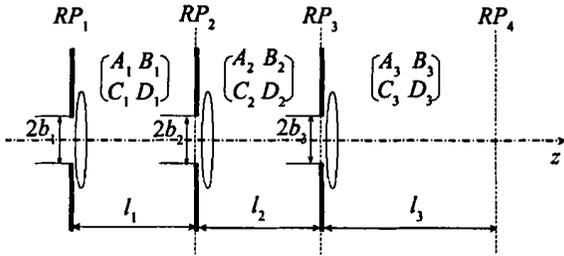


Fig. 2 A three aperture lens optical system

数值计算例如图 3、图 4 所示, 实线为用 (8) 式的计算结果, 圆圈为直接用 Collins 公式作数值积分的结果, 计算参数为:  $\lambda = 1.06\mu\text{m}, w_0 = 1\mu\text{m}, \alpha = \sqrt{2}, f = f_1 = f_2 = f_3 = 1.0\text{m}, l_1 = l_2 = f, b_1 = 1\mu\text{m}, b_2 = 0.8\mu\text{m}, b_3 = 0.8\mu\text{m}$  或  $2.1\mu\text{m}$ , 其余参数见图。

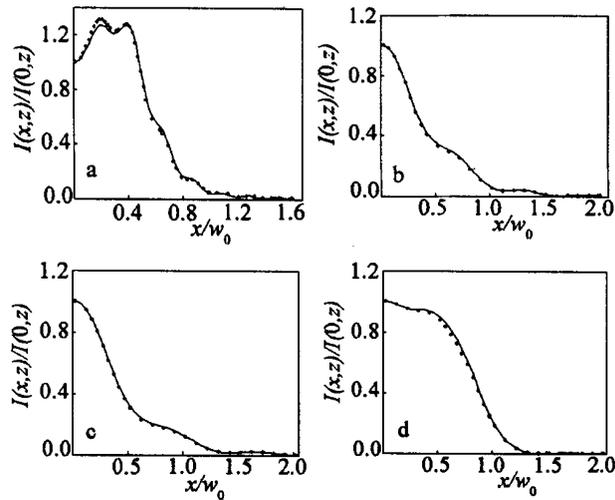


Fig. 3 Relative transversal intensity distributions of a ChG beam passing through a three aperture lens optical system  
 a- $l_3 = 0.3f, b_3/w_0 = 0.8$  b- $l_3 = 0.8f, b_3/w_0 = 0.8$   
 c- $l_3 = f, b_3/w_0 = 0.8$  d- $l_3 = f, b_3/w_0 = 2.1$

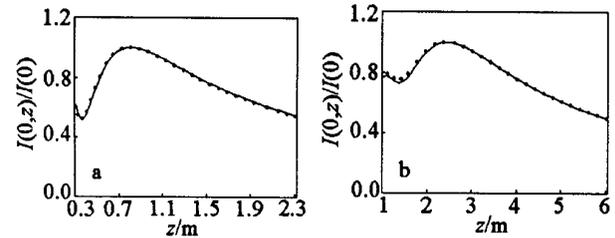


Fig. 4 Relative axial intensity distributions of a ChG beam passing through a three aperture lens optical system  
 a- $b_3/w_0 = 0.8$  b- $b_3/w_0 = 2.1$

图 3 为 ChG 光束的横向相对光强分布, 图 4 为 ChG 光束通过光阑-透镜系统轴上相对光强随传输距离  $z = l_3$  的变化, 图中  $I(0)$  为轴上光强最大值。由图 3、图 4 可以看出, 用解析公式计算的结果与直接用 Collins 公式作数值积分的结果吻合甚好, 在焦面和焦面附近两种计算结果完全一致, 如图 3b、图 3c 和图 3d 所示; 但在靠近薄透镜区有较小的差别, 见图 3a。由此可知, 使用将硬边光阑窗口函数展开为有限个复高斯函数之和的方法得到的解析传输公式可以足够好地描述 ChG 光束通过含多个硬边光阑 ABCD 光学系统的光强分布。产生误差是由有限个复高斯函数之和所作的拟合曲线与实际光阑函数之间的差异造成的。

### 3 结论

采用将硬边光阑窗口函数展开为复高斯函数之和的方法, 在直角坐标系下研究了 ChG 光束通过含多个硬边光阑限制近轴 ABCD 光学系统的变换, 得到了解析的传输公式。令  $\alpha = 0$  时, 退化为高斯光束通过含多个硬边光阑限制近轴 ABCD 光学系统的结果。作为应用例, 计算了 ChG 光束通过含 3 个硬边光阑-透镜光学系统的传输, 解析公式所得结果与直接用 Collins 公式所作数值积分结果一致。所得解析公式的主要优点是可提高计算速度, 节约大量机时。例如, 图 3c 所用机时前者与后者之比为 1: 440, 图 3d 所用机时之比为 1: 1550。计算还表明, 随着光阑数的增多, 所用机时比也增大。对于 4 光阑-透镜光学系统在 Pentium 机上用 (8) 式作数值计算是容易的, 而直接使用 Collins 公式作数值积分却因耗时太多而遇到困难。文中进行的计算是针对二维 ChG 光束进行的, 但所得结论可直接推广用于三维 ChG 光束, 有较为普遍的应用意义。

### 参 考 文 献

- [1] Casperson L W, Hall D G, Tovar A A. J O S A, 1997, A14: 3341 ~ 3348.
- [2] Tovar A A, Casperson L W. J O S A, 1998, A15: 2425~ 2432.
- [3] Lü B D, Ma H. Opt Lett, 1999, 24( 10): 640~ 642.
- [4] 王喜庆, 吕百达. 光学学报, 2001, 21( 10): 1214~ 1217.
- [5] Wen J J, Breazeale M A. J Acoust Soc Amer, 1988, 83: 1752~ 1756.
- [6] Collins S A. J O S A, 1970, 60( 9): 1168~ 1177.