

文章编号: 1001-3806(2003)05-0473-04

衍射微柱透镜焦深和焦移特性的矢量分析*

冯迪 严瑛白 金国藩 谭峭峰

(清华大学精密仪器系, 北京, 100084)

摘要: 当衍射光学元件的特征尺寸可以与照射光波长比拟时, 必须考虑光波矢量衍射特性。利用矢量分析方法——二维时域有限差分法(FDTD)对有限口径衍射微柱透镜的焦深和焦移特性进行严格矢量分析, 与传统标量分析方法的结果进行了详细比较。分析给出 TE 波垂直入射情况下衍射微柱透镜焦深和焦移与透镜 F 数的关系, 结果表明, 微柱透镜的焦移量要大于标量分析结果, 而二者得出的焦深量基本一致, 这些结论对衍射微透镜的设计和实际应用有一定指导意义。同时分析了透镜面型量化对焦深和焦移的影响, 讨论了矢量分析方法的数值色散、计算空间吸收边界的设置和 FDTD 计算区稳定电磁场向观察面的传播算法。

关键词: 衍射光学; 焦深; 焦移; 时域有限差分方法; 衍射微柱透镜

中图分类号: O436 **文献标识码:** A

Rigorous vector analysis of diffractive micro cylindrical lenses' characteristics of focal depth and focal shift

Feng Di, Yan Yingbai, Jin Guofan, Tan Qiaofeng

(Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing, 100084)

Abstract: The vector diffraction characteristic must be considered to diffractive optical elements whose features are on the order of or smaller than the wavelength of the incident illumination. We present the rigorous vector analysis of diffractive micro cylindrical lenses that are finite in extent using a two dimension finite difference time domain (FDTD) method. Using these effective analysis tools, lens' characteristics of focal depth and focal shift have been analyzed rigorously. The results are compared with the scalar theory and the effects of quantified profiles are presented, respectively. Minimizing the numerical dispersion in the FDTD calculation region, setting the absorbing boundary and calculating the steady state electromagnetic fields' propagation from the FDTD region to the observation plane has been discussed in detail.

Key words: diffraction optics; focal depth; focal shift; finite difference time domain (FDTD); diffractive micro cylindrical lenses

引言

衍射光学元件广泛应用于诸如激光聚焦、耦合、光谱滤波、相关滤波、光束整形、波分复用和信号处理等多个领域^[1]。随着小型化、集成化技术的飞速发展, 特别在红外探测系统、微光机电系统(MOEMS)和光盘读出等光学系统中, 要求光学元件的结构和尺寸日趋精细, 同时微电子技术的发展带动了微型制版术、激光直写技术和电子束直写技术的进一步成熟, 这些技术又为微小结构衍射光学

元件的加工提供了条件。但是当衍射光学元件的特征尺寸接近甚至小于照射光波长时, 光波在光学元件边界的电磁耦合效应大大加强, 这时传统标量衍射理论已经不再适用, 必须在特定的边界条件下严格求解 Maxwell 方程。时域有限差分(finite difference time domain, FDTD)是对 Maxwell 方程进行数值求解的有效方法, 它最早由 Yee 于 1966 年模拟电磁脉冲与理想导体作用的时域响应时提出的^[2], 该法保持 Maxwell 旋度方程中的时间变量不经变换, 而直接在时域-空域中求解, 它能提供方程的齐次部分(瞬态)和非齐次部分(稳态)的全部解答。目前, 利用 FDTD 算法对衍射光学元件特别是衍射微透镜进行严格矢量分析是国际上的一个研究热点, 关于透镜衍射效率的分析、如何提高算法的计算效

* 国家高科技资助项目。

作者简介: 冯迪, 男, 1972 年 4 月出生。博士研究生。目前从事衍射微光学元件的分析、设计和工艺研究。

收稿日期: 2002-12-31; 收到修改稿日期: 2003-01-24

率等得到了较多的关注^[3,4]。随着衍射微透镜在光盘读出系统、共焦显微系统、微光机电系统等领域中应用的拓展,对其聚焦时焦深和焦移情况的分析日显必要,这直接决定着系统接受面的装配误差和获得最佳的能量利用率。笔者在研究二维 FDTD 方法对有限口径的衍射光学元件进行严格分析所涉及的数值色散、计算空间吸收边界的设置和 FDTD 区稳定电磁场向观察面的传播算法等问题的基础上,严格分析了衍射微柱透镜焦深和焦移随透镜 F 数的变化规律,同时研究了量化阶数对透镜焦深和焦移的影响,并与相应标量理论的分析结果进行了详细地比较。考虑实际应用和计算方便,主要分析了 TE 平面波垂直入射的情况。

1 FDTD 算法原理和角谱传播算法

1.1 FDTD 算法原理

在电磁散射问题中,如果入射场和散射体的结构及形状都与某一个方向(比如 z 方向)无关,则散射场也与此方向无关,问题可以简化为二维表达。以横电波(TE)模式为例,电场分量垂直于入射面,此时二维 Maxwell 旋度方程可以表述如下:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right] \\ \frac{\partial H_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_z}{\partial y} + \sigma^* H_x \right] \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_z}{\partial x} - \sigma^* H_y \right] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, E_z , H_x , H_y 分别为电场和磁场分量,它们是空间位置和时间的函数, σ , σ^* 为媒质的电导率和等效磁导率,对于非磁物质(光学材料多属于此)有: $\mu_0 = \mu$, $\sigma^* = 0$, μ , ε 为媒质的磁导率和介电常数。根据 Yee 氏采用的具有二阶精度的中心差商式,对上述 Maxwell 旋度方程进行离散处理后即可在时间和空间域进行计算得到方程的数值解。

1.2 数值稳定性和数值色散

为了保证算法的数值稳定性,必须使时间步长 Δt 和空间步长 Δs 保持一定的关系,1975 年, Taflov^[5] 在对 Yee 氏差分格式进行讨论的基础上,给出了二者在保证算法稳定性条件下应该满足的关系如下:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta s}{v_{\max} \sqrt{n}} \quad (2)$$

式中, v_{\max} 为计算空间中电磁波的最大传播速度。对于衍射光学元件,一般其衍射观察面在空气中, v_{\max} 可以近似等于光速 c 。 n 为空间维数,二维情

况取为 2,实际计算中取 $\sqrt{n} = 2$,这样可以保证数值计算中时间步长小于电磁波传播一个空间步长所需的时间,使因果关系不被破坏,这也就是数值稳定条件的物理意义。

除了保证算法的数值稳定性外,还要尽可能消除由于时域有限差分方程近似 Maxwell 旋度方程所引起的非物理数值色散问题。分析表明,为了降低数值色散的影响,一般要求对应的传输波长小于 10 个空间步长,考虑到本文中分析的衍射光学元件材料为石英,折射率 1.5,取空间步长为真空中波长的 $1/20$,这样可以比较好地降低数值色散的影响。

1.3 吸收边界

由 FDTD 算法的原理可以看出,它其实是在计算机的内存空间中模拟电磁波的传播,为了在有限的计算空间中模拟实际电磁波的无限传播特性,往往要在计算空间截断处设置吸收边界。1994 年, Berenger^[6] 提出了一种有效的吸收边界条件,即完全匹配层(perfectly matched layer, PML),该边界通常引起非常小的数值反射。以 TE 波为例,它通过将 E_z 分解成两个分量: E_{zx} 和 E_{zy} ,在边界上设置匹配层达到对电磁波的吸收目的。PML 的二维 Maxwell 旋度方程如下式:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_y}{\partial x} - \sigma E_{zx} \right] \\ \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left[-\frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_{zy} \right] \\ \frac{\partial H_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} + \sigma^* H_x \right] \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial x} + \sigma^* H_y \right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

匹配层的媒质系数 σ 和 σ^* 满足如下关系式: $\sigma/\varepsilon_0 = \sigma^*/\mu_0$, ε_0 和 μ_0 分别表示真空介电常数和真空磁导率。在本文中的分析实例中, PML 选择为 6 层 Yee 氏网格,理论反射率为 10^{-6} 。

1.4 角谱传播算法

对于衍射光学元件,作者关心的观察面往往远离元件表面,如果将观察面也设置在 FDTD 的计算空间内,无疑会大大增加计算量。如何有效地解决电磁波从计算空间传播到观察面将是一件有意义的事情。由于要分析的衍射微光学元件的整体尺寸较小,其特征尺寸与照明光波长相当,故传统标量理论的傍轴近似和 Fresnel 衍射积分将不再适合。这里采用平面波传播的角谱(angular spectrum, AS)算法^[3,4]。取 FDTD 计算空间中沿场传播方向离开衍

射元件的一个面为输出面, 其复振幅分布可用 FDTD 算法直接求得, 设为 $u(x, 0)$, 传递函数为:

$$H(f_x) = \exp(j2\pi y_0 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} / \lambda) \quad (4)$$

观察面的角谱分布表示为:

$$u(f_x, y_0) = \text{DFT}^{-1}[U(f_x, y_0)] = \text{DFT}^{-1}[U(f_x, 0) \exp(j2\pi z \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} / \lambda)] \quad (5)$$

式中, DFT^{-1} 表示离散傅里叶反变换, $U(f_x, 0)$ 和 $U(f_x, y_0)$ 分别为输出面和观察面的角谱, λ 和 $\cos \alpha$ 分别为入射波长和波沿 x 方向的方向余弦。利用角谱传播算法可以很大程度地减少计算空间、提高计算效率。

2 衍射微柱透镜的焦深和焦移

该节中将主要利用 FDTD 和角谱传播算法分析衍射微柱透镜的焦深和焦移特性。焦深和焦移的表述如图 1 所示, 图 1a 是沿光轴截面的归一化强度分布, 焦斑光强分布如图 1b, 焦深为强度比轴向光强最大点低 20% 的轴向区域, 如图 1a 中粗实线所示, 焦移 Δf 为透镜几何焦距 f_0 与轴向光强最大点到透镜的距离 f_{max} 的偏移, 表示为下式:

$$\Delta f = f_0 - f_{\text{max}} \quad (6)$$

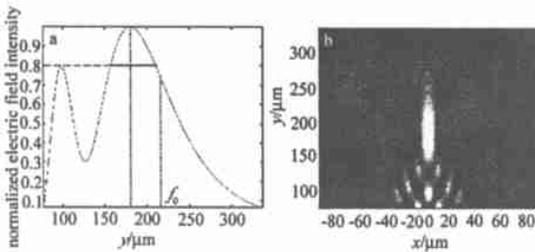


Fig. 1 a—intensity distribution along axial direction b—intensity distribution of the steady state electrical field in a 3 D representation

如果 Δf 为正, 表示实际光强最大值靠近透镜, 反之

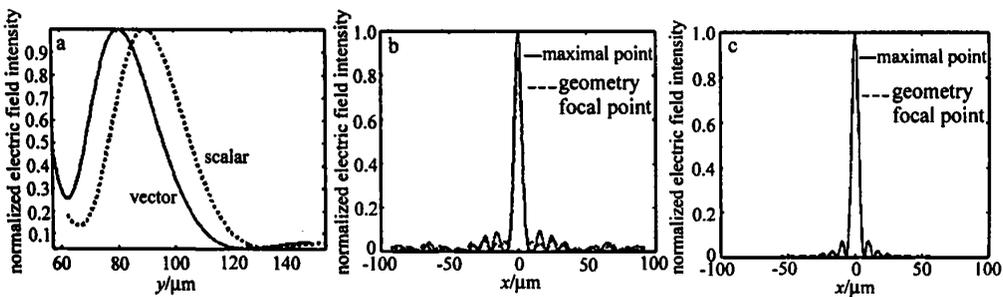


Fig. 3 a—intensity distribution along axial direction b—intensity distribution along vertically axial direction c—intensity distribution along vertical axial direction by using the scalar theory $F = 0.5$

为了进一步研究衍射微柱透镜 F 数与焦深和焦移的变化规律, 又分析了 F 数为 0.7 和 1.1 的两

远离透镜。同时文中 F 数定义为透镜几何焦距与透镜直径的比值。本文中所分析二维柱面透镜的入射波均为垂直入射 TE 平面波, 波长 $\lambda = 10 \mu\text{m}$, 透镜直径 $D = 184 \mu\text{m}$, 材料为石英, 折射率取 1.5。标量衍射理论所要求的衍射孔径远大于照射波长的假设在此不成立的, 只能借助严格的电磁理论进行分析。为了便于比较, 文中还是按标量理论计算了微柱透镜的相应聚焦特性。以下图中的光强分布均已用最大光强值归一。

首先分析 F 数为 0.5 的衍射微柱透镜, 几何焦距 $f_0 = 92 \mu\text{m}$, 透镜面型分布如图 2a 所示。图 2b 是其焦斑光强的三维分布图。轴向光强分布示于图 3a, 其中虚线表示相应的标量计算结果。矢量计算

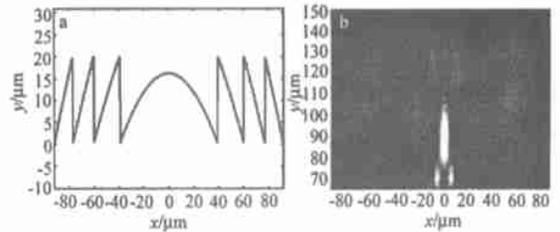


Fig. 2 a—the continuous profiles of micro cylindrical lenses for $F = 0.5$ b—intensity distribution of the steady state electrical field in a 3 D representation

结果表明最大光强点并不在几何焦点处, 焦移为 $+ 11.5 \mu\text{m}$, 最大光强点和几何焦点处垂直光轴的光强分布见图 3b, 可以看出, 两点处的强度分布与标量理论所得到的强度分布(见图 3c)在旁瓣上有较大差距, 此外, 标量计算的透镜焦移很小, 只有 $+ 2.0 \mu\text{m}$, 与矢量计算结果存在差距, 显示出严格矢量分析的必要性。该衍射微透镜的焦深为 $16 \mu\text{m}$, 如图 3a 所示, 按照标量理论计算出的焦深和矢量结果基本一致, 为 $17 \mu\text{m}$ 。考虑到实际加工限制, 分析了 8 台阶量化后透镜的衍射特性, 焦深和焦移分别为: $16.5 \mu\text{m}, + 10 \mu\text{m}$, 与连续面型相差不大。

个微柱透镜。将如上的分析结果和面型量化后的相应结果列于表 1。从表中可以看出, 标量理论和矢

量理论都表明衍射微柱透镜的焦移量和焦深有随 F 数增加而增加的趋势;另外,对于透镜的焦深,标量和矢量的计算结果无太大差距,但是由矢量理论计算的透镜焦移量却远大于标量理论的结果,这说明实际衍射微柱透镜比标量理论预计的有更大的光焦度,焦移皆为正值,说明最大光强点更靠近透镜;对焦斑垂轴面光强计算表明,严格矢量理论得到的旁瓣要大于标量理论的计算结果,且随 F 数减小,差距变大,这是因为 F 数较小有更大的光焦度,透镜

对光场的大角度散射能力加强,更难以将场能聚焦到焦面主瓣内;同时计算发现 8 台阶量化和连续面型的透镜焦移和焦深的差距不明显,但是 8 台阶面型更有利于加工。此外,本文中所得结论的前提是 TE 平面波垂直入射,这与大多数应用情况相符,但是特殊入射情况,比如高斯光束入射、斜入射等等会影响微柱透镜的矢量衍射特性,从而使焦深和焦移发生变化,对这些情况的详细分析是下一步的工作内容。

Table 1 The relationship of focal depth and focal shift with F number of diffractive micro cylindrical lenses/ μm

F number	continuous profile					8 level profile			
	geometric focal length	scalar theory		vector theory		scalar theory		vector theory	
		focal depth	focal shift Δf	focal depth	focal shift Δf	focal depth	focal shift Δf	focal depth	focal shift Δf
0.5	92.0	17.0	+ 2.0	16.0	+ 11.5	17.0	+ 2.5	16.5	+ 10.0
0.7	128.8	25.5	+ 4.5	30.5	+ 22.5	26.0	+ 5.0	30.0	+ 21.5
1.1	202.4	49.0	+ 13.5	47.5	+ 36.5	50.0	+ 11.0	50.0	+ 30.5

3 结 论

利用二维时域有限差分法(FDTD)和空间电磁场传播的角谱理论成功完成了对有限口径衍射微柱透镜焦深和焦移的严格矢量分析。给出了焦深和焦移随透镜 F 数的变化规律,并与标量理论进行了比较,表明衍射微柱透镜相对标量分析结果有更大的焦移量,而焦深变化不大;此外计算了面型量化的影响。这些结论虽然是在 TE 波垂直入射情况下得到的,但符合大多数应用情况,对衍射微透镜的设计和实际应用有指导意义。文中还详细讨论了FDTD

算法的数值色散、数值稳定性和吸收边界设置问题,以及角谱传播算法。

感谢北京理工大学高本庆教授、任武博士、北京大学王长清教授和胡炜博士的热情帮助。

参 考 文 献

- [1] Cordingley J. Appl Opt, 1993, 32: 2538~ 2549.
- [2] Yee K S. IEEE Trans Antennas Propag, 1966, AP14: 302~ 307.
- [3] Prather D W, Shi S Y. Opt Engng, 2000, 39: 1850~ 1857.
- [4] Shi S Y, Tao X D, Yang L Q *et al.* Opt Engng, 2001, 40: 503~ 510.
- [5] Taflove A. Computational electrodynamics: the finite difference time domain method. Boston: Artech House, 1995: 81~ 107.
- [6] Berenger J P. J Comput Phys, 1994, 114: 185~ 200.

• 简 讯 •

调谐范围超过 127nm 的空隙滤波器

一款静电可调谐空隙滤波器由德国卡塞尔大学和瑞士皇家工学院的研究人员联合开发成功,该滤波器的参数为:光波长 1550nm,电压 7.3V,可调谐范围 127nm。该滤波器有多重空隙(2.5 个周期),原材料为 InP,因此,它也能成为按波分复用的可调谐接收器的核心部件。3 层直径为 20 μm 或 40 μm 的 3/4 InP 薄膜按 1/4 空隙间隔放置,由 3 个或 4 个薄而有弹性的悬柱支撑。由于空气和 InP 的折射率差别很大,滤波器能够适应空隙厚度的变化。滤波器的显著特征是直接单模光纤耦合,并以掺铒光纤放大器作为宽带源。当悬柱为 20 μm 时,反射区凹陷的宽度为 3nm(FWHM);悬柱为 40 μm 时,反射区凹陷的宽度为 7nm(FWHM)。由于理论计算得出平膜的 FWHM 为 1nm,所以认为薄膜弯曲是展宽的原因。

(蒋锐 叶大华 供稿)