

文章编号: 1001-3806(2003)04-0377-03

石英 1/4 波片旋光特性研究

孔伟金 吴福全 王吉明
(曲阜师范大学激光研究所, 曲阜, 273165)

摘要: 利用光学矩阵的方法推导了石英晶体旋光特性的 Muller 矩阵表示, 并将此表示用邦加球来描述。最后用邦加球描述方法分析了光弹性实验中 1/4 波片的旋光性所产生的误差。

关键词: 旋光; Muller 矩阵; 邦加球; 石英 1/4 波片
中图分类号: O435 文献标识码: A

Rotation character of $\lambda/4$ quartz wave-plate

Kong Weijin, Wu Fuquan, Wang Jiming
(Institute of Laser, Qufu Normal University, Qufu, 273165)

Abstract: Muller matrix for the rotation character of $\lambda/4$ quartz wave-plate is deduced through matrix optic, and the character is described by means of poincare sphere. Finally the error induced by the rotation of $\lambda/4$ quartz wave-plate is analyzed by poincare sphere.

Key words: rotation; Muller matrix; poincare sphere; $\lambda/4$ quartz wave-plate

引 言

单色线偏振光沿着某些晶体(石英)的光轴传播时,其振动状态不变,但其振动面要发生转动。转动的角度 θ 与晶体厚度 l 有如下关系^[1]: $\theta = K \times l$ 。式中, K 是晶体的旋光率,它与晶体的材料、温度以及入射波的波长有关,晶体的这种性质称为旋光性。利用石英晶体做成的 1/4 波片在产生 $\pi/2$ 位相差的同时其振动面要发生旋转,从而在使用中产生误差。在光弹性测试光弹性条纹时用到石英 1/4 波片,从旋光器的 Muller 矩阵入手,利用邦加球具体分析 1/4 波片由于旋光性而给光弹性条纹带来的误差。此种方法比算法更简单,直观。

1 理论分析

1.1 旋转角为 θ 的旋光器其 Muller 矩阵的推导

作者的思路是从椭圆偏振的状态方程出发,利用 Stokes 矢量的定义方法找出旋转前后各个参量之间的换算关系,即可求出旋光器的 Muller 矩阵。设一束椭圆偏振光 S 入射一个旋光器后其偏振态

变为 S' , 其光路如图 1 所示。

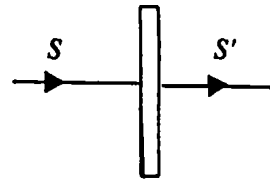


Fig. 1 The effect of polarizing beam through polarization apparatus

设入射椭圆偏振光状态方程用数学公式表示为^[1]:

$$a_y^2 E_x^2 + a_x^2 E_y^2 + 2E_x E_y \cos \delta = \sin^2 \delta a_x a_y \quad (1)$$

该偏振光通过旋光器 Q 后,在出射光偏振态的振动面发生 θ 角度的旋转,可以表示为:

$$a_y'^2 E_x'^2 + a_x'^2 E_y'^2 + 2E_x' E_y' \cos \delta' = \sin^2 \delta' a_x' a_y' \quad (2)$$

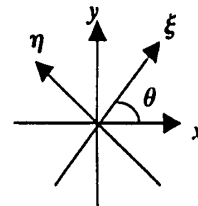


Fig. 2 The rotary relation between $x-y$ and $\xi-\eta$ coordinate system

上面两式是在 $x-y$ 坐标系中表示出来的,可以建立一个相对 $x-y$ 坐标系旋转 θ 后的 $\xi-\eta$ 做坐标系,如图 2 所示,在该坐标系中可以把旋转后的偏振光表示为:

$$a_y^2 E_\xi^2 + a_x^2 E_\eta^2 + 2E_\xi E_\eta \cos \delta = \sin^2 \delta a_x a_y \quad (3)$$

从 $x-y$ 坐标系与 $\xi-\eta$ 坐标系的旋转 θ 角后的关系图

作者简介: 孔伟金,男,1976 年 11 月出生。硕士研究生。主要从事激光偏光理论和偏光技术的研究。

收稿日期: 2002-07-16; 收到修改稿日期: 2002-09-03

可以看出, E_ξ, E_η 与 E_x, E_y 以及旋转角 θ 之间存在如下关系:

$$\begin{cases} E_\xi = E_x \cos \theta + E_y \sin \theta \\ E_\eta = -E_x \sin \theta + E_y \cos \theta \end{cases} \quad (4)$$

将(4)式代入(3)式, 并将 E_x, E_y 整理成(1)式的形式, 使(3)式和(2)式对应的系数相比得到关于 a_x, a_y 与 a'_x, a'_y, δ 和 δ 之间的关系:

$$\begin{cases} a_y'^2 = a_y^2 \cos^2 \theta + a_y^2 \sin^2 \theta + 2a_x a_y \sin \theta \cos \theta \cos \delta \\ a_x'^2 = a_y^2 \sin^2 \theta + a_x^2 \cos^2 \theta - 2a_x a_y \sin \theta \cos \theta \cos \delta \\ 2a_x' a_y' \cos \delta = 2a_x^2 \sin \theta \cos \theta - 2a_y^2 \sin \theta \cos \theta + 2a_x a_y \cos 2\theta \cos \delta \\ a_x'^2 a_y'^2 \sin^2 \delta = a_x^2 a_y^2 \sin^2 \delta \end{cases} \quad (5)$$

利用(5)式的关系和 Stokes 参量的定义方法^[2], 可以求出入射光的 Stokes 参量与出射光的 Stokes 各对应参量之间的关系:

$$\begin{cases} S_0' = a_x'^2 + a_y'^2 = a_x^2 + a_y^2 = S_0 \\ S_1' = a_x'^2 - a_y'^2 = a_x^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + a_y^2 (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) - 4a_x a_y \sin \theta \cos \theta \cos \delta = S_1 \cos 2\theta - S_2 \sin 2\theta \\ S_2' = 2a_x' a_y' \cos \delta \\ S_3' = 2a_x' a_y' \sin \delta = 2a_x a_y \sin \delta = S_3 \end{cases} \quad (6)$$

偏振光经过器件 Q 的过程即光线和器件的相互作用的过程, 设 Q 的 Muller 矩阵为 M_θ , 则此过程用 Stokes 矢量和 Muller 矩阵可表示为: $S' = M_\theta S$ 。将

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}, \text{ 及 } S' = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \cos 2\theta - S_2 \sin 2\theta \\ S_1 \sin 2\theta + S_2 \cos 2\theta \\ S_3 \end{bmatrix} \text{ 代入上式可}$$

得如下形式:

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \cos 2\theta - S_2 \sin 2\theta \\ S_1 \sin 2\theta + S_2 \cos 2\theta \\ S_3 \end{bmatrix} = M_\theta \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

由此可以得到旋转角为 θ 的旋光器的 Muller 矩阵为:

$$M_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

1.2 旋光作用的邦加球表示

用 Stokes 矢量表示偏振光的状态时, 对于完全偏振光有关系式: $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ 。其中, S_0 为光的强度。因此, 在空间正交坐标系的各轴取为

S_1, S_2, S_3 时, 表示偏振光状态的坐标 (S_1, S_2, S_3) 所确定的点则位于以强度 S_0 为半径的球面上。这就是偏振光的邦加球描述^[3]。根据旋光器的 Muller 矩阵可以把石英晶体的旋光作用表示在邦加球上。

从(6)式可以看出, 该 Muller 矩阵中的元素不使入射偏振光的 S_0, S_3 两分量变化, 而对于 S_1, S_2 则表示出了围绕 S_3 轴旋转 2θ 的角度。在邦加球上所描述的偏振态相当于绕 S_3 轴正向旋转 2θ 角由 S 变到 S' 。一束单色平面波的 Stokes 矢量的第 4 分量 $S_3 = S_0 \sin 2\beta$ ^[4], 其中, β 为椭圆率。旋光器的 Muller 矩阵不使 S_3 轴旋转, S_3 轴不变, 即相当于该椭圆光的椭圆率角一定, 形状不变, 只是方位角转动了 θ 。把旋光器的作用表示在邦加球上如图 3。

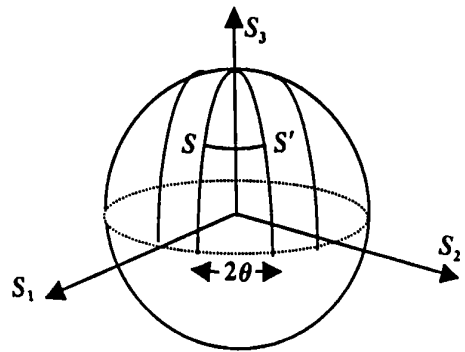


Fig. 3 The express of rotation by using poincare sphere

2 光弹性测试中 1/4 波片具有旋光性的误差分析

利用透明高分子模型在外力作用下而产生的应力条纹, 可以分析物质的内部结构^[5]。在该实验中用到 1/4 波片(石英)。一般情况下, 入射光线不会与波片的光轴完全垂直, 波片具有一定的旋光作用, 从而对光弹性条纹产生一定的误差。利用邦加球的方法可以对该误差进行直观分析。

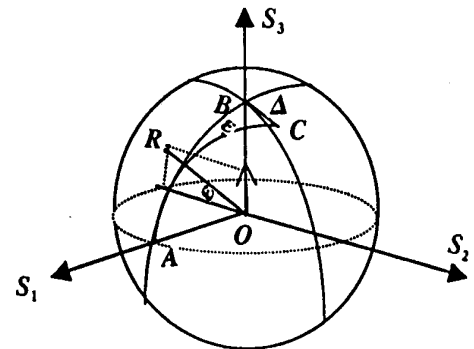


Fig. 4 The change of polarizing state when beam through the $\lambda/4$ wave-plate with rotatory action

在邦加球所描述的偏振态变换中, 1/4 波片的作用是以 S_2 为轴旋转 $\pi/2$, 1/4 波片的旋光作用使

偏振状态绕 S_3 轴转动 2θ 。在邦加球上利用各个旋转矢量则便于求得合成的旋转矢量。如图 4 所示: 1/4 波片给出的旋转矢量的方向为 S_2 轴负方向, 大小为 $\pi/2$, 旋光性给出的旋转矢量方向为 S_3 轴正方向, 大小为 2θ , 则合成的旋转矢量为 OR 。所以, 具有旋光作用的 1/4 波片的总作用效果使偏振光绕 OR 轴正方向旋转 α 角度。由图 4 中可得:

$$\alpha = \sqrt{(\pi/2)^2 + (2\theta)^2} \quad (9)$$

在图上表示出来即是由 A 点移动到 C 点, 从而产生 Δ 的误差。由于角 α 和角 ε (OR 矢量与 $-S_2$ 轴夹角) 之间存在如下关系:

$$\cos \varepsilon = \frac{\pi/2}{\sqrt{(\pi/2)^2 + (2\theta)^2}} \quad (10)$$

在球面三角形 ($\triangle ABC$) 中, 弧 $AB = \pi/2$, 弧 $AC = \alpha$, 弧 $BC = \Delta$, 利用球面三角形公式^[6]可得:

$$\cos \Delta = \cos \pi/2 \cos \alpha + \sin \pi/2 \sin \alpha \cos \varepsilon \quad (11)$$

即:

$$\cos \Delta = \sin \alpha \cos \varepsilon = \sin \frac{\sqrt{(\pi/2)^2 + (2\theta)^2}}{\pi/2} \times \frac{\pi/2}{\sqrt{(\pi/2)^2 + (2\theta)^2}} \quad (12)$$

(7) 式即反映具有旋光性得 1/4 波片在光弹性实验中产生的误差 Δ 和旋转角 θ 之间的关系。一般情

况下, 石英 1/4 波片的旋转角比较小, 可以得到如下计算:

$$\begin{cases} \theta = 1.8^\circ \text{ 时, } \Delta = 2.29^\circ \\ \theta = 4.5^\circ \text{ 时, } \Delta = 5.72^\circ \end{cases} \quad (13)$$

3 讨论

(1) 从上面的讨论可知: 石英 1/4 波片的旋光性对光弹性条纹产生的误差比较小, 但在其它一些对 1/4 波片精度要求比较高的实验中要考虑到此影响。(2) 从 (12) 式可知: 石英晶体由于旋光性产生的误差与旋转角 θ 有关, 而旋转角 θ 又与晶体的材料、温度及入射波长等因素有关。(3) 在应力测试实验中, 可以在光路调节中做微小的转动使旋光性误差得到补偿, 但是旋转过的角度要在 10° 范围以内。

参 考 文 献

- [1] 李国华. 光学. 济南: 山东教育出版社, 1990: 428~ 430.
- [2] 玻恩 M, 沃耳夫 E 著. 光学原理. 北京: 科学出版社, 1978: 50~ 51.
- [3] 陆书龙, 李国华. 曲阜师大学报, 1999: 25(1), 45~ 47.
- [4] 尚世铤, 李国华, 袁树忠 *et al.* 近代物理实验技术. 北京: 高等教育出版社, 1993: 163~ 165.
- [5] 天津大学材料力学教研室. 光弹性原理及测试技术. 北京: 科学出版社, 1980.
- [6] 新谷隆一著. 范爱应, 康昌鹤译. 偏振光. 北京: 原子能出版社, 1994: 131~ 135.

(上接第 376 页)

像散情况比较, 像散使部分相干光 x 方向和 y 方向的束腰不重合, 像散越大, 分离越远; 像散使轴上最大光强点的位置向透镜方向移动, 像散越大, 轴上最大光强点的位置越靠近透镜; 像散使部分相干光的轴上最大光强的数值减小, 像散越大, 轴上最大光强值越小。当像散较小时, 光束的相关性大小对轴上最大光强点的位置和最大光强值的影响比较明显, 当像散较大时, 不同相关性下最大光强变化相对缓

慢。光束相关性减小时, 实际焦点向透镜靠近, 最大光强数值减小, 相关性很小时, 实际焦点向透镜移动更快, 最大光强数值变得很小。

参 考 文 献

- [1] Yoshida A, Asakura T. Opt Commum, 1994, 109: 368~ 374.
- [2] Pu J X, Zhang H H. Appl Opt, 1998, 37(19): 4400~ 4405.
- [3] Alda J, Alonso J, Bernabeu E. J O S A, 1997, A14(10): 2737~ 2747.
- [4] Friberg A T, Turunen J. J O S A, 1988, A5(5): 713~ 720.
- [5] Friberg A T, Sudol R J. Optics Acta, 1983, 30(11): 1075~ 1097.