

文章编号: 1001-3806(2003)04-0374-03

部分相干光通过像散透镜的聚焦特性*

潘留占^{1,2} 吕百达^{1,3}

(¹四川大学激光物理与化学研究所, 成都, 610064)

(²洛阳师范学院物理系, 洛阳, 471022)

(³华中科技大学激光技术国家重点实验室, 武汉, 430074)

摘要: 从部分相干光的传输理论出发, 推导出高斯-谢尔模型(GSM)光束表示的部分相干光通过像散透镜后光强分布的解析表示式, 并进行了数值计算。研究表明, 像散影响部分相干光的聚焦特性。与没有像散情况比较, 像散使部分相干光轴上最大光强的位置移动, 导致实际焦点的光强减小。

关键词: 部分相干光; 像散; 聚焦; 高斯-谢尔模型

中图分类号: O436 文献标识码: A

Focusing properties of partially coherent light passing through an astigmatic lens

Pan Liuzhan^{1,2}, Lü Baida^{1,3}

(¹Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

(²Department of Physics, Luoyang Normal College, Luoyang, 471022)

(³National Laboratory of Laser Technology, HUST, Wuhan, 430074)

Abstract Starting from the propagation law of partially coherent light, an analytical equation of intensity distributions of partially coherent light expressed in terms of the Gaussian Schell model (GSM) beam propagating through an astigmatic lens is derived, and numerical calculations are performed. It is shown that the astigmatism affects the focusing properties of partially coherent light. Compared with the stigmatic lens, the astigmatism gives rise to a shift of the position of on axis maximum intensity, and reduces the intensity at the real focal point.

Key words: partially coherent light; astigmatism; focusing; Gaussian Schell model

引 言

在激光材料加工、激光医学等应用中, 常将激光束聚焦后照到工件或样品上。因此, 对激光束聚焦的研究是很重要的。一些用于聚焦激光束的透镜组会出现各种像差, 如球差、像散和慧差等^[1,2], 其中像散光学系统对光场的影响可用一个相位因子项 $\exp(-ik\Phi)$ 描述^[3]。在实际工作中, 多数情况下激光器发出的是部分相干的多模光束, 比较合乎实际情况的是采用部分相干光模型描述激光束。作者用高斯-谢尔模型(GSM)光束描述部分相干激光^[4], 从部分相干光的传输理论出发, 考虑了像散相位因子的影响, 推导出了 GSM 光束通过简单像散透镜后

光强的一般表示式, 并对轴上最大光强的位置、最大光强的大小随像散和光束的相关性的变化规律作了深入的计算分析, 所得结果具有实际应用意义。

1 理论分析

设焦距为 f 的像散透镜位于 $z = 0$ 处, 入射到像散透镜上的 GSM 光束的交叉谱密度函数为:

$$W(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2) = I_0 \times \exp\left[-\left[\frac{x'^2_1 + x'^2_2}{4\sigma_i^2} + \frac{y'^2_1 + y'^2_2}{4\sigma_i^2}\right]\right] \times \exp\left\{-\left[\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_0^2} + \frac{(y'_1 - y'_2)^2}{2\sigma_0^2}\right]\right\} \quad (1)$$

式中, I_0 为常数, $2\sigma_i$ 为入射源光束的束宽, σ_0 为源光束的空间相关长度, (x'_1, y'_1) 和 (x'_2, y'_2) 是 $z = 0$ 平面上两点的坐标。光学元件的简单像散因子可表示为^[3]:

$$\exp[-ikC_6(x'^2 - y'^2)] \quad (2)$$

C_6 称为像散系数。根据部分相干光的传输公式并

* 华中科技大学激光技术国家重点实验室资助项目。

作者简介: 潘留占, 男, 1964 年 2 月出生。副教授, 博士研究生。主要从事部分相干光、激光传输与变换的研究。

收稿日期: 2002-07-12; 收到修改稿日期: 2003-02-17

考虑像散的影响, 可得到部分相干光通过像散透镜在出射场 z 平面处的光强^[5]:

$$I(x, y, z) = \left(\frac{k}{2\pi B}\right)^2 \iiint W(x_1', y_1', x_2', y_2') \times \exp\{ikC_6[(x_1'^2 - x_2'^2) - (y_1'^2 - y_2'^2)]\} \times \exp\left[-\frac{ik}{2B}\{A((x_1'^2 + y_1'^2) - (x_2'^2 + y_2'^2)) - 2x(x_1' - x_2') - 2y(y_1' - y_2')\}\right] dx_1' dy_1' dx_2' dy_2' \quad (3)$$

式中, (x, y) 为 z 平面上场点的横坐标, A, B, C, D 为透镜系统的变换矩阵元, 对本文中研究的系统有:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

把(1)式、(2)式和(4)式代入(3)式积分之, 最后结果可整理为:

$$z_x = \frac{4(1 + 2fC_6)fk^2\sigma_i^4\sigma_0^2}{4f^2\sigma_i^2 + f^2\sigma_0^2 + 4k^2\sigma_i^4\sigma_0^2 + 16fC_6k^2\sigma_i^4\sigma_0^2 + 16f^2C_6^2k^2\sigma_i^4\sigma_0^2} \quad (10)$$

$$z_y = \frac{4(1 - 2fC_6)fk^2\sigma_i^4\sigma_0^2}{4f^2\sigma_i^2 + f^2\sigma_0^2 + 4k^2\sigma_i^4\sigma_0^2 - 16fC_6k^2\sigma_i^4\sigma_0^2 + 16f^2C_6^2k^2\sigma_i^4\sigma_0^2} \quad (11)$$

(8)式~(11)式表明, 部分相干光束经像散透镜后变为像散椭圆光束, 一般有 $\sigma_x(z) \neq \sigma_y(z)$, $z_x \neq z_y$ 。由于 x 分量和 y 分量是分离的, 故为简单像散。当无像散时, x 分量和 y 分量的束腰重合, 为:

$$z_x = z_y = \frac{4fk^2\sigma_i^4\sigma_0^2}{4f^2\sigma_i^2 + f^2\sigma_0^2 + 4k^2\sigma_i^4\sigma_0^2} \quad (12)$$

这时回到部分相干光通过理想薄透镜(无像差)的情况^[4]。

(2)当 $z = f$ 时, 由(5)式~(7)式可得几何焦点处的束宽和光强:

$$\sigma_x(f) = \sigma_y(f) = 2\sqrt{(2fC_6)^2 + (f^2/4k^2\sigma_i^4)(1 + 4\sigma_i^2/\sigma_0^2)}\sigma_i \quad (13)$$

$$I(0, 0, z) = \frac{I_0}{\sqrt{\left[1 - \frac{z}{f} - 2zC_6\right]^2 + \frac{z^2}{4k^2\sigma_i^4}\left[1 + \frac{4\sigma_i^2}{\sigma_0^2}\right]}} \frac{I_0}{\sqrt{\left[1 - \frac{z}{f} + 2zC_6\right]^2 + \frac{z^2}{4k^2\sigma_i^4}\left[1 + \frac{4\sigma_i^2}{\sigma_0^2}\right]}}} \quad (15)$$

(15)式表明, 聚焦场轴上光强分布由像散因子 C_6 、源光束的束宽 σ_i 、空间相关长度 σ_0 和透镜的焦距 f 和传输距离 z 共同决定。

2 数值计算及分析

本文中, 数值计算所用的波长均为 632.8nm, 源光束的束腰宽度为 1mm, 透镜焦距为 200mm, 所得典型结果如图 1~ 图 5 所示, 图中所有标注 C_6 的单位均为 10^{-3}mm^{-1} 。

$$I(x, y, z) = \frac{I_0}{\sqrt{Q_x Q_y}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_i^2}\left(\frac{x^2}{Q_x} + \frac{y^2}{Q_y}\right)\right] \quad (5)$$

式中,

$$Q_x = \left[1 - \frac{z}{f} - 2zC_6\right]^2 + \frac{z^2}{4k^2\sigma_i^4}\left[1 + \frac{4\sigma_i^2}{\sigma_0^2}\right] \quad (6)$$

$$Q_y = \left[1 - \frac{z}{f} + 2zC_6\right]^2 + \frac{z^2}{4k^2\sigma_i^4}\left[1 + \frac{4\sigma_i^2}{\sigma_0^2}\right] \quad (7)$$

(5)式为 GSM 光束通过像散透镜后的光强分布公式, 是作者得到的主要解析结果。分析(5)式可以得出以下结论:

(1)当 $C_6 \neq 0$ 时, 在 x 方向和 y 方向上, 出射光束的参数不同, x 方向和 y 方向的束宽分别为:

$$\sigma_x(z) = 2\sqrt{Q_x}\sigma_i \quad (8)$$

$$\sigma_y(z) = 2\sqrt{Q_y}\sigma_i \quad (9)$$

出射光束在 x 方向和 y 方向的束腰位置分别为:

$$I(x, y, z) = \frac{I_0}{(2fC_6)^2 + \frac{f^2}{4k^2\sigma_i^4}\left[1 + \frac{4\sigma_i^2}{\sigma_0^2}\right]} \times \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_i^2}\frac{x^2 + y^2}{(2fC_6)^2 + \frac{f^2}{4k^2\sigma_i^4}\left[1 + \frac{4\sigma_i^2}{\sigma_0^2}\right]}\right] \quad (14)$$

(13)式和(14)式表明, 在几何焦点上, 不管是否存在像散, x 分量和 y 分量的束宽相等, 光强为轴对称的高斯分布, 由像散因子 C_6 、透镜的焦距 f 、源光束的束宽 σ_i 和空间相关长度 σ_0 共同决定。

(3)令 $x = y = 0$, 由(5)式~(7)式可得到轴上点的光强分布:

部分相干光束通过像散透镜后光束的束宽随相对传输距离 z/f 的变化如图 1 所示。计算参数 $\sigma_0/\sigma_i = 0.2$, 图中实线 3 为无像散 ($C_6 = 0$) 时的束宽, 其束腰位置在 $z/f = 0.86$ 处, 长虚线 1 和 A 分别为 $C_6 = 0.5 \times 10^{-3}\text{mm}^{-1}$ 时 x 分量和 y 分量的束宽, 短虚线 2 和 B 分别为 $C_6 = 1 \times 10^{-3}\text{mm}^{-1}$ 时 x 分量和 y 分量的束宽。由图 1 可以看出, x 和 y 方向的束腰不重合, 像散越大, 分离越远。

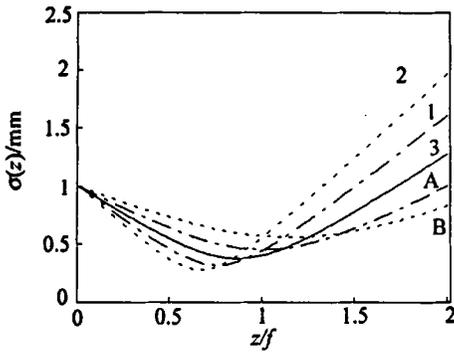


Fig. 1 Beam width of a GSM beam passing through an astigmatic lens as a function of z/f

几何焦面上不同像散系数 C_6 和不同相对空间相关度 σ_0/σ_i 的相对光强分布分别示于图 2a 和图 2b。图 2a 中 4 条线分别对应 $C_6 = 0, C_6 = 0.5 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}, C_6 = 1 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}, C_6 = 1.5 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 和参数 $\sigma_0/\sigma_i = 0.2$ ，图 2b 中 3 条线分别对应 $\sigma_0/\sigma_i = 0.1, \sigma_0/\sigma_i = 0.2, \sigma_0/\sigma_i = 0.5$ 和参数 $C_6 = 0.5 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 。由图 2a 可知，有像散时束宽大于无像散时的束宽；像散越大 (C_6 越大)，光束束宽也越大。图 2b 说明，束宽随相关性增大而减小。

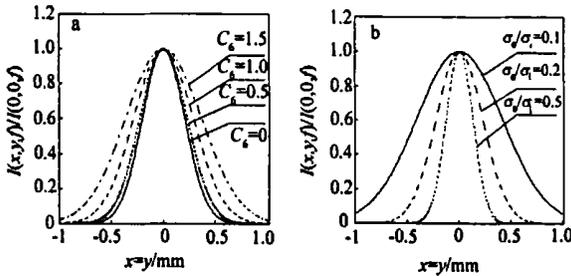


Fig. 2 Relative intensity distributions of a GSM beam passing through an astigmatic lens at the focal plane

a— $\sigma_0/\sigma_i = 0.2$ b— $C_6 = 0.5 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$

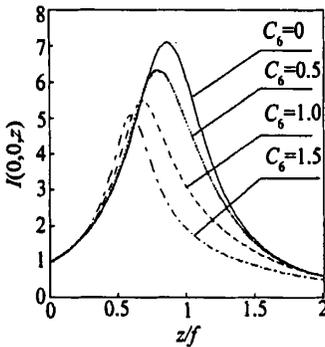


Fig. 3 Axial intensity distributions of a GSM beam passing through an astigmatic lens as a function of z/f

图 3 为轴上光强分布，其中 $\sigma_0/\sigma_i = 0.2, I_0$ 取为 1，4 条线分别对应 $C_6 = 0, C_6 = 0.5 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}, C_6 = 1 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 和 $C_6 = 1.5 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 。数值计算例表明，像散影响轴上最大光强

点的位置(称为实际焦点)，与无像散情况相比，最大光强点的位置向透镜方向移动，像散越大，越靠近透镜。同时，像散越大，轴上最大光强值随之减小。这些特性与高斯光束通过像散透镜后有共同的特点。

在图 4 和图 5 中分别给出了轴上最大光强的大小及其相对位置 (z/f)_{max} 随相对空间相关度 σ_0/σ_i 和像散系数 C_6 的变化， I_0 取为 1。图 4a 中 3 条线分别对应 $C_6 = 0.5 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}, C_6 = 1 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 和 $C_6 = 1.5 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ ，图 4b 中 4 条线分别对应 $C_6 = 0, C_6 = 0.5 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}, C_6 = 1 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 和 $C_6 = 1.5 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 。图 4 表明，当 σ_0/σ_i 减小时，实际焦点都向透镜靠近，相关性很小时，实际焦点向透镜移动更快；当 σ_0/σ_i 一定时，不同像散对应的最大光强的数值不同，相关性减小时，最大光强的数值变得很小。图 5a 和图 5b 中 3 条线分别对应 $\sigma_0/\sigma_i = 0.1, \sigma_0/\sigma_i = 0.2$ 和 $\sigma_0/\sigma_i = 0.5$ 。图 5 表明， C_6 较小时，不同相对空间相关度 σ_0/σ_i 下实际焦点位置和对应的最大光强值差别都很明显，而当 C_6 较大时，最大光强值变化相对缓慢。

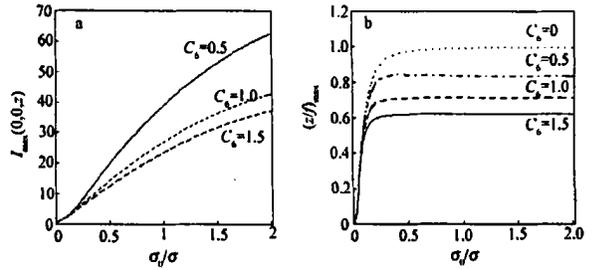


Fig. 4 a—maximum axial intensities b—their relative positions of a GSM beam passing through an astigmatic lens as a function of the relative spatial correlation σ_0/σ_i

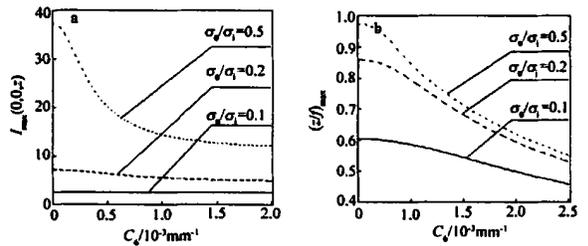


Fig. 5 a—maximum axial intensities b—their relative positions of a GSM beam passing through an astigmatic lens as a function of the astigmatic coefficient C_6

3 结论

部分相干光通过简单像散透镜后，在透镜的几何焦面上光强为高斯分布，其它位置处 x 方向和 y 方向的束宽不相等，光强为椭圆高斯分布。与没有

(下转第 379 页)

偏振状态绕 S_3 轴转动 2θ 。在邦加球上利用各个旋转矢量则便于求得合成的旋转矢量。如图 4 所示: 1/4 波片给出的旋转矢量的方向为 S_2 轴负方向, 大小为 $\pi/2$, 旋光性给出的旋转矢量方向为 S_3 轴正方向, 大小为 2θ , 则合成的旋转矢量为 OR 。所以, 具有旋光作用的 1/4 波片的总作用效果使偏振光绕 OR 轴正方向旋转 α 角度。由图 4 中可得:

$$\alpha = \sqrt{(\pi/2)^2 + (2\theta)^2} \quad (9)$$

在图上表示出来即是由 A 点移动到 C 点, 从而产生 Δ 的误差。由于角 α 和角 ε (OR 矢量与 $-S_2$ 轴夹角) 之间存在如下关系:

$$\cos \varepsilon = \frac{\pi/2}{\sqrt{(\pi/2)^2 + (2\theta)^2}} \quad (10)$$

在球面三角形 ($\triangle ABC$) 中, 弧 $AB = \pi/2$, 弧 $AC = \alpha$, 弧 $BC = \Delta$, 利用球面三角形公式^[6]可得:

$$\cos \Delta = \cos \pi/2 \cos \alpha + \sin \pi/2 \sin \alpha \cos \varepsilon \quad (11)$$

即:

$$\cos \Delta = \sin \alpha \cos \varepsilon = \sin \frac{\sqrt{(\pi/2)^2 + (2\theta)^2}}{\pi/2} \times \frac{\pi/2}{\sqrt{(\pi/2)^2 + (2\theta)^2}} \quad (12)$$

(7) 式即反映具有旋光性得 1/4 波片在光弹性实验中产生的误差 Δ 和旋转角 θ 之间的关系。一般情

况下, 石英 1/4 波片的旋转角比较小, 可以得到如下计算:

$$\begin{cases} \theta = 1.8^\circ \text{ 时, } \Delta = 2.29^\circ \\ \theta = 4.5^\circ \text{ 时, } \Delta = 5.72^\circ \end{cases} \quad (13)$$

3 讨论

(1) 从上面的讨论可知: 石英 1/4 波片的旋光性对光弹性条纹产生的误差比较小, 但在其它一些对 1/4 波片精度要求比较高的实验中要考虑到此影响。(2) 从 (12) 式可知: 石英晶体由于旋光性产生的误差与旋转角 θ 有关, 而旋转角 θ 又与晶体的材料、温度及入射波长等因素有关。(3) 在应力测试实验中, 可以在光路调节中做微小的转动使旋光性误差得到补偿, 但是旋转过的角度要在 10° 范围以内。

参 考 文 献

- [1] 李国华. 光学. 济南: 山东教育出版社, 1990: 428~ 430.
- [2] 玻恩 M, 沃耳夫 E 著. 光学原理. 北京: 科学出版社, 1978: 50~ 51.
- [3] 陆书龙, 李国华. 曲阜师大学报, 1999: 25(1), 45~ 47.
- [4] 尚世铤, 李国华, 袁树忠 *et al.* 近代物理实验技术. 北京: 高等教育出版社, 1993: 163~ 165.
- [5] 天津大学材料力学教研室. 光弹性原理及测试技术. 北京: 科学出版社, 1980.
- [6] 新谷隆一著. 范爱应, 康昌鹤译. 偏振光. 北京: 原子能出版社, 1994: 131~ 135.

(上接第 376 页)

像散情况比较, 像散使部分相干光 x 方向和 y 方向的束腰不重合, 像散越大, 分离越远; 像散使轴上最大光强点的位置向透镜方向移动, 像散越大, 轴上最大光强点的位置越靠近透镜; 像散使部分相干光的轴上最大光强的数值减小, 像散越大, 轴上最大光强值越小。当像散较小时, 光束的相关性大小对轴上最大光强点的位置和最大光强值的影响比较明显, 当像散较大时, 不同相关性下最大光强变化相对缓

慢。光束相关性减小时, 实际焦点向透镜靠近, 最大光强数值减小, 相关性很小时, 实际焦点向透镜移动更快, 最大光强数值变得很小。

参 考 文 献

- [1] Yoshida A, Asakura T. Opt Commum, 1994, 109: 368~ 374.
- [2] Pu J X, Zhang H H. Appl Opt, 1998, 37(19): 4400~ 4405.
- [3] Alda J, Alonso J, Bernabeu E. J O S A, 1997, A14(10): 2737~ 2747.
- [4] Friberg A T, Turunen J. J O S A, 1988, A5(5): 713~ 720.
- [5] Friberg A T, Sudol R J. Optics Acta, 1983, 30(11): 1075~ 1097.