

文章编号: 1001-3806(2003)04-0362-03

利用坐标变换求 Wollaston 棱镜的分束角

朱化凤 宋连科 吴福全 郑春红 彭捍东
(曲阜师范大学激光研究所, 曲阜, 273165)

摘要: 利用光的折射定律和坐标变换对 Wollaston 棱镜的分束角随任意入射角变化关系进行了理论分析。对在不同的入射面内分束角分别随入射角的变化, 对在方位角为 0 的入射面内分束角随结构角的变化做了详细分析并进行了实验测试, 新公式得到的理论结果与实验相符合。

关键词: Wollaston 棱镜; 分束角; 波法线; o 光; e 光
中图分类号: O436.3 文献标识码: A

Calculation of the splitting angle of Wollaston prism by means of coordinate conversion

Zhu Huafeng, Song Lianke, Wu Fuquan, Zheng Chunhong, Peng Handong
(Institute of Laser, Qufu Normal University, Qufu, 273165)

Abstract: The change of the splitting angle of a Wollaston prism with the variation of a random incident angle is theoretically analyzed through reflection law and coordinate conversion. Different from the present documents, the relation between splitting angle and incident angle is put forward when azimuth angle has different fixed value. Experimental results are coincident with the theoretical outcome.

Key words: Wollaston prism; splitting angle; wave normal; o light; e light

引 言

Wollaston 棱镜是最为常见的偏光分束器件之一。它同时具有的起偏和分束的特性使其在许多高性能的精密光学成像系统^[1,2], 激光干涉测量系统^[3]中得到了重要应用。在这些系统中居多的是入射光为会聚光束, 这时相应于一入射光线的两出射光(o 光和 e 光)之间的夹角(分束角), 都与入射光线的入射角有关。分束角的变化对于成像系统和干涉测量系统的测量精度有着直接的影响。

虽然 Wollaston 棱镜用于非正入射的光束中的几何像和偏振像差, 以及光线在特殊入射面上入射时分束角随入射角的变化已被很多人研究过^[3-5], 但空间任意光线入射时分束角的变化却未见报道。文中利用光线追迹和坐标变换, 推导出了分束角与空间任意入射角之间的关系, 并对结构角一定的棱镜在入射光束以空间任意角入射时, 分束角随入射角的变化进行了实验测试, 测试结果与理论分析相

一致。在特殊入射面内, 分束角随入射角的变化, 及在垂直入射时, 分束角随结构角的变化, 与已有的结果相一致。

1 分束角随入射角的变化关系

设任一光线经过 Wollaston 棱镜的光路如图 1、图 2 所示(以方解石棱镜为例)。分别以棱镜的通光面的法线与界面 1(棱镜的通光面)和界面 2(由于胶合面中间所用的胶为各向同性的介质, 在不发生全反射的情况下, 对光路中的光波法线方向没有影响,

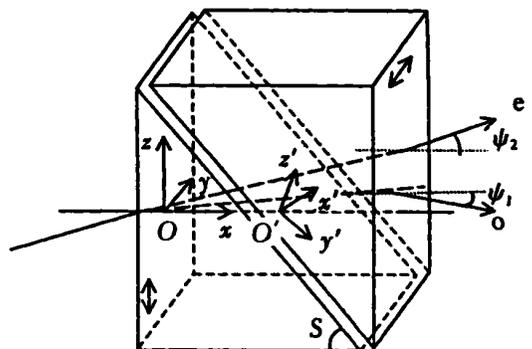


Fig. 1 Transfer of axes and path of wave normal in a Wollaston prism
—represents the direction of the optical axis

所以为了方便起见, 将胶合层看作是一面进行处理)

作者简介: 朱化凤, 女, 1977 年 12 月出生。硕士研究生。主要从事偏光器件与偏光参数测试研究。

收稿日期: 2002-08-19; 收到修改稿日期: 2003-01-06

的交点 O 和 O' 为原点, 建立坐标系 xyz 和 $x'y'z'$ 。
 x, x' 分别平行于相应的界面法线, z, z' 分别平行于
 第 1 块棱镜和第 2 块棱镜的光轴。并且称第 1 块棱
 镜中的 o 光和 e 光为 Wollaston 棱镜的 o 光和 e 光。

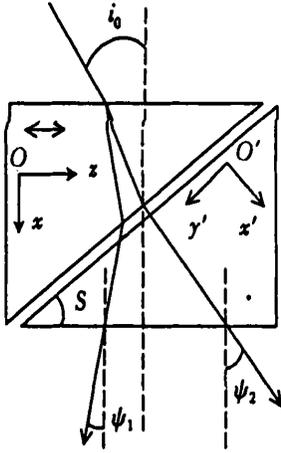


Fig. 2 The path of wave normal with $\varphi_0 = 0^\circ$
 • and ← represent the direction of the optical axis

1.1 e 出射光的波法线

设光线在界面 1 上的入射角为 i_0 , 入射波法线
 为 $K_0(\cos i_0, \sin i_0 \sin \varphi_0, \sin i_0 \cos \varphi_0)$, 其中 φ_0 为方
 位角(入射面与 z 轴正方向之间的夹角)。设在界
 面上的折射角为 i_{e_1} , 则:

$$\sin i_0 = n_{ee} \sin i_{e_1} \quad (1)$$

n_{ee} 满足^[6]: $n_{ee} = n_e \sqrt{1 + \frac{(n_o^2 - n_e^2) \cos^2 \varphi_0 \sin^2 i_0}{n_o^2 n_e^2}}$,
 (n_o, n_e 分别为两个主折射率)。

在界面 1 上折射光的法线矢为:

$$\mathbf{K}_{e_1} = K_{e_1}(\cos i_{e_1}, \sin i_{e_1} \sin \varphi_0, \sin i_{e_1} \cos \varphi_0) \quad (2)$$

当光到达界面 2 时, 按坐标转换可得在 $x'y'z'$ 坐标
 系中 \mathbf{K}_{e_1} 可表示为:

$$\begin{bmatrix} K_{e_{1x}} \\ K_{e_{1y}} \\ K_{e_{1z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos S & 0 & \sin S \\ \sin S & 0 & -\cos S \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{e_{1x}} \\ K_{e_{1y}} \\ K_{e_{1z}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中, S 为结构角, 在这里代表两坐标系特定平面
 yOz 和 $x'O'z'$ 之间的夹角, 设 e 光线在第 1 块晶体
 中的法线矢在 $x'y'z'$ 坐标系中为:

$$\mathbf{K}_{e_2}' = K_{e_2}'(\cos i_{e_2}', \sin i_{e_2}' \sin \varphi_{e_1}, \sin i_{e_2}' \cos \varphi_{e_1}) \quad (4)$$

$$\cos i_{e_2}' = K_{e_{1x}}' \quad (5)$$

$$\tan \varphi_{e_1} = K_{e_{1y}}' / K_{e_{1z}}' \quad (6)$$

e 光在界面 2 上折射角 i_{e_2} 满足:

$$n_{ee} \sin i_{e_2}' = n_o \sin i_{e_2} \quad (7)$$

n_{ee} 的表达式同上。

则 e 光的在界面 2 上折射光线的法线矢在
 $x'y'z'$ 坐标系中可以表示为:

$$\mathbf{K}_{e_3}' = K_{e_3}'(\cos i_{e_2}', \sin i_{e_2}' \sin \varphi_{e_1}, \sin i_{e_2}' \cos \varphi_{e_1}) \quad (8)$$

\mathbf{K}_{e_3}' 在第 2 块晶体中法线矢在 xyz 坐标系中为 \mathbf{K}_{e_3} ,
 则:

$$\begin{bmatrix} K_{e_{3x}} \\ K_{e_{3y}} \\ K_{e_{3z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos S & \sin S & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \sin S & -\cos S & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{e_{3x}}' \\ K_{e_{3y}}' \\ K_{e_{3z}}' \end{bmatrix} \quad (9)$$

在第 2 块晶体中的法线矢在 xyz 坐标系中设为:

$$\mathbf{K}_{e_4} = K_{e_4}(\cos i_{e_3}, \sin i_{e_3} \sin \varphi_{e_2}, \sin i_{e_3} \cos \varphi_{e_2}) \quad (10)$$

$$\cos i_{e_3} = K_{e_{3x}} \quad (11)$$

$$\tan \varphi_{e_2} = K_{e_{3y}} / K_{e_{3z}} \quad (12)$$

在出射界面上有:

$$n_o \sin i_{e_3} = \sin \psi_1 \quad (13)$$

则出射光法线矢 \mathbf{K}_{e_5} 为:

$$\mathbf{K}_{e_5} = K_{e_5}(\cos \psi_1, \sin \psi_1 \sin \varphi_{e_2}, \sin \psi_1 \cos \varphi_{e_2}) \quad (14)$$

1.2 o 出射光的波法线

光在界面 1 上的入射角为 i_0 , o 光在各相应的
 分界面上的入射角和出射角分别用带有下标 o 的角
 度表示。由光的折射定律可得在各界面上入射角和
 折射角之间存在这样的关系:

$$\sin i_0 = n_o \sin i_{o_1} \quad (15)$$

$$n_o \sin i_{o_2}' = n_{eo} \sin i_{o_2} \quad (16)$$

$$n_{eo} \sin i_{o_3} = \sin \psi_2 \quad (17)$$

式中,

$$n_{eo} = n_e \sqrt{1 + \frac{(n_o^2 - n_e^2) \cos^2 \varphi_0 \sin^2 i_{o_2}'}{n_o^3 n_e^2}} \quad (18)$$

利用同样的坐标变换, 可以得到 o 光的波法线在不
 同的介质和不同的坐标系中的表示形式, 由类似于
 (3) 式, (4) 式, (5) 式, (9) 式, (10) 式, (11) 式, (15) 式
 给出。

则两出射光束的夹角即分束角为:

$$\begin{aligned} \Delta \phi &= \arccos(\mathbf{K}_{e_5} \cdot \mathbf{K}_{o_5}) = \arccos(\cos \psi_1 \cos \psi_2 + \\ &\sin \psi_1 \sin \psi_2 \sin \varphi_{e_2} \sin \varphi_{o_2} + \sin \psi_1 \sin \psi_2 \cos \varphi_{e_2} \cos \varphi_{o_2}) = \\ &\arccos[(1 - A^2 - \sin^2 i_0 \sin^2 \varphi_0)^{1/2} (1 - B^2 - \\ &\sin^2 i_0 \sin^2 \varphi_0)^{1/2} + \sin^2 i_0 \sin \varphi_0 + AB] \quad (19) \end{aligned}$$

式中,

$$A = \sin S \sqrt{n_o^2 - \sin^2 i_0 \sin^2 \varphi_0} - M^2 - \cos S \cdot M \quad (20)$$

$$B = \sin S \sqrt{n_o^2 - \sin^2 i_0 \sin^2 \varphi_0} - N^2 - \cos S \cdot N \quad (21)$$

$$M = \sin S \sqrt{n_{ee}^2 - \sin^2 i_0} - \cos S \sin i_0 \cos \varphi_0 \quad (22)$$

$$N = \sin S \sqrt{n_o^2 - \sin^2 i_0} - \cos S \sin i_0 \cos \varphi_0 \quad (23)$$

$$n_{ee} = n_e \sqrt{1 + \frac{(n_o^2 - n_e^2) \cos^2 \varphi_0 \sin^2 i_0}{n_o^2 n_e^2}} \quad (24)$$

$$n_{eo} = n_e \sqrt{1 + \frac{(n_o^2 - n_e^2) \cos^2 \varphi_0 \sin^2 i_0}{n_o^3 n_e^2}} \quad (25)$$

(19)式~(25)式表明,Wollaston棱镜的分束角由入

射光束的入射角 i_0 , 入射面的方位角 φ_0 , 以及棱镜的结构角 S 共同决定。对于特定的 Wollaston 棱镜, 结构角 S 一定, 分束角 $\Delta\psi$ 由方位角 φ_0 , i_0 来决定。

2 实验结果及分析

为了方便起见, 图3中各角度是这样规定的: 在方位角为 φ_0 的入射面内观察, 由界面的法线转到光线, 顺时针方向所成的锐角为正, 逆时针方向所成的锐角为负。

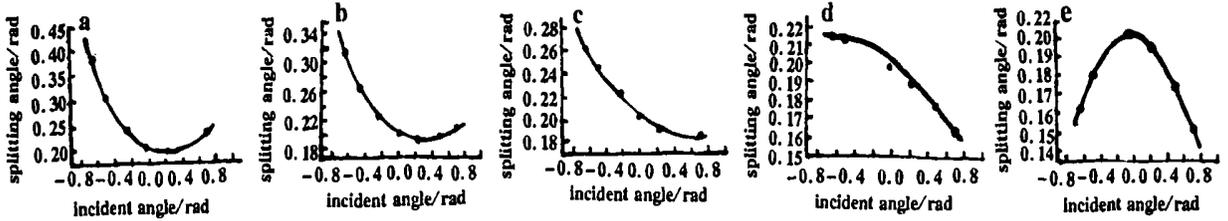


Fig. 3 $\Delta\psi-i_0$ theoretical curve and experimental dot

a- $\varphi_0 = 0^\circ, S = 37^\circ$ b- $\varphi_0 = 30^\circ, S = 37^\circ$ c- $\varphi_0 = 45^\circ, S = 37^\circ$ d- $\varphi_0 = 60^\circ, S = 37^\circ$ e- $\varphi_0 = 90^\circ, S = 37^\circ$

采用 HeNe 激光器做光源, 利用国产的 32J 0.5s 测角仪在不同条件下测量。取结构角为 37° 的 Wollaston 棱镜在方位角为 $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 时, Wollaston 棱镜的分束角随入射角的变化如图 3a~图 3e 所示(实线为理论曲线, 点为实验值)。取 4 只结构角不同的 Wollaston 棱镜, 在入射角和方位角都为 0 的情况下进行测试, 测试结果如图 4 所示(实线为理论曲线, 点为实验取值)。由图 3、图 4 可见, 实验结果与理论结果符合得很好。

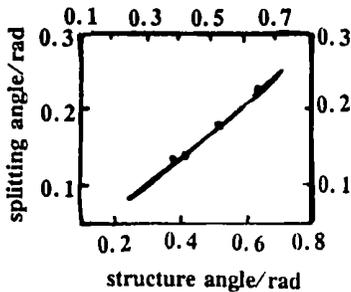


Fig. 4 Theoretical curve and experimental dot with $\varphi_0 = 0^\circ, i_0 = 0^\circ$

3 结论

光线在方位角不同的入射面内入射时, Wollaston 棱镜的分束角随入射角的变化遵从不同的规律。在 55° 附近, 分束角随入射角近似呈线性变化。

在方位角为 90° 时分束角随入射角变化相对来说不大, 此时对于小角度入射, 分束角的几乎不变化。由棱镜的结构可得, 在 φ_0 在 $90^\circ \sim 180^\circ$ 时, 分束角与入射角的关系应遵从与 $0^\circ \sim 90^\circ$ 相反的规律。光线在方位角为 0 的入射面入射时, Wollaston 棱镜的分束角随结构角呈现线形变化, 结构角越大, 分束角越大, 可根据实际要求设计结构角, 但最低点并不是入射角为 0 的点。在结构角一定的情况下, Wollaston 棱镜的分束角随入射角连续可调, 且在入射角为负值时调节范围较大, 这一点与用以往的方法得到的结论完全一致。

利用坐标变换来解决偏光棱镜出射光线的偏离角问题避免了分析法中繁琐的计算, 克服了分析法难以解决的入射面的方位角不为 0 时分束角随入射角变化关系的困难。

参 考 文 献

[1] Garding K G. Appl Opt, 1983, 22(6): 856~ 861.
 [2] 张 琢, 刘丽华, 于瀛洁 *et al.* 理论与实践, 1999, 19(1): 4~ 7.
 [3] Simou M C. Appl Opt, 1986, 25(3): 369~ 376.
 [4] 李国华, 肖胜安, 李继仲 *et al.* 中国激光, 1992, 19(7): 512~ 516.
 [5] 李国华, 肖胜安, 李继仲. 光学学报, 1992, 12(4): 365~ 369.
 [6] 李国华, 吴福全, 于德洪. 曲阜师大学报, 1991, 17(2): 54~ 56.