

文章编号: 1001-3806(2003)04-0302-02

布卡尔球用于表示光偏振态的再研究

马丽丽 李国华

(曲阜师范大学激光研究所, 曲阜, 273165)

摘要: 为了更形象直观地了解偏振光、偏振态等问题, 利用坐标变换介绍了偏振光的另一表示形式——布卡尔球, 对其性质作了深入讨论, 并举例说明。对于解决偏振光通过偏光器件后的偏振态变化的问题, 利用布卡尔球分析解决, 较其它矢量分析法更具明确性直观性。

关键词: 布卡尔球; 椭圆率; 偏振光; 偏振态
中图分类号: O436.3 **文献标识码:** A

Polarized light expressed by Poincare sphere

Ma Lili, Li Guohua

(Institute of Laser Research, Qufu Normal University, Qufu, 273165)

Abstract: In order to explain polarized light and its polarization state visually, Poincare sphere is introduced through coordinate conversion. Its characteristics are throughly discussed and illuminated. To solve the problems such as the polarized state changes after polarized light passes through some polarizing components, Poincare sphere is more visual and definite than other time-vector methods.

Key words: Poincare sphere; ellipticity; polarized light; polarization state

引 言

偏振光的数学表示有多种形式, 如: 电矢量法、Stokes 参量法、Jones 矩阵法等^[1]。但以上几种方法虽能准确表示偏振光各要素之间的定量关系, 但模型抽象。布卡尔球是一种几何表示法, 形象直观且特点突出, 是晶体光学和偏光物理学研究中的一种重要方法。

1 原理分析

表征椭圆偏振, 通常需 3 个独立的物理量: 振幅 a_1, a_2 和相位差 δ , 或长短轴 a, b 和椭圆取向角 ψ 。一般的偏振光可表示为椭圆偏振(线偏振光及圆偏振光是椭圆偏振光的特殊情况)。沿着 z 轴传播的单一谐波表示为^[2]:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_{0x} \cos(t + \phi_x) \\ E_y &= E_{0y} \cos(t + \phi_y) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

变形为:

$$\left. \begin{aligned} E_x/E_{0x} &= \cos t \cos \psi - \sin t \sin \psi \\ E_y/E_{0y} &= \cos t \sin \psi + \sin t \cos \psi \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

把上两式消去 t (将两式平方相加) 得:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 - 2 \frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos \psi = \sin^2 \psi \quad (3)$$

式中, $\psi = \psi - \psi_0$ 。(3) 式表示图 1 所示的椭圆, 即

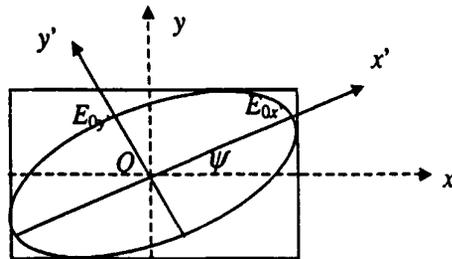


Fig. 1 The presentation of ellipse polarization in rectangular coordinate system

为光矢量末端轨迹方程。其中, ψ 是光振动在 x 方向分量的位相差, 设椭圆长轴与 x 轴夹角为 ψ ($0 < \psi < \pi$), 表示出椭圆的取向。设 x', y' 为沿着椭圆两轴的新坐标轴, 则新坐标与原坐标电矢量的分量关系如下:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= a \cos(t + \phi_0) \\ E_y &= \pm b \sin(t + \phi_0) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中, 正号表示左旋椭圆, 负号表示右旋椭圆。

基于以上几式可以得出:

作者简介: 马丽丽, 女, 1977 年 5 月出生。硕士研究生。主要从事激光偏光技术的研究。

收稿日期: 2002-11-29; 收到修改稿日期: 2003-01-22

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= I \cos 2\psi \cos 2\theta \\ S_2 &= I \cos 2\psi \sin 2\theta \\ S_3 &= I \sin 2\psi \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中, ψ 为椭圆取向角, θ 为表征椭圆形状的椭圆率, 见图 2。

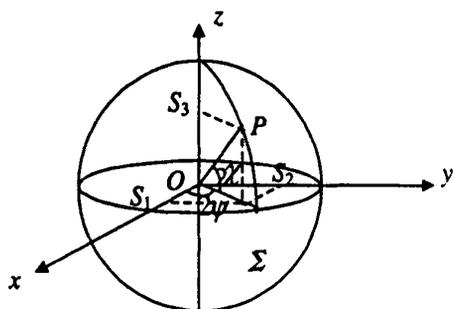


Fig. 2 The parameters of ellipse polarization in the Poincare sphere

(6) 式相当于以 I 为半径的球面上任意点 P 的球面坐标, 此球称为布卡尔球。这样, 一个平面单色波, 当其强度给定时 ($I = \text{常数}$), 对它每一个可能的偏振态, 球面上都有一点与之对应, 反之亦然。由(6)式可知: (1) 右旋椭圆偏振光 $\theta > 0$, 左旋 $\theta < 0$, 因此, 用上半球面上的点表示右旋偏振光; 下半球面上的点表示左旋偏振光; (2) 在赤道平面上意味着椭圆退化为一横线, 因此, 赤道上的点表示线偏振光; (3) 对于圆偏振光 $E_{0x} = E_{0y}$, 当 $\psi = +\pi/2$ 时是右旋圆偏振; 当 $\psi = -\pi/2$ 时为左旋圆偏振, 因此, 北极表示右旋偏振, 南极表示左旋偏振。

图 3 给出了与布卡尔球上某些有代表性的点相对应的等方位线、等椭圆率线和偏振态的形象表示^[3]。

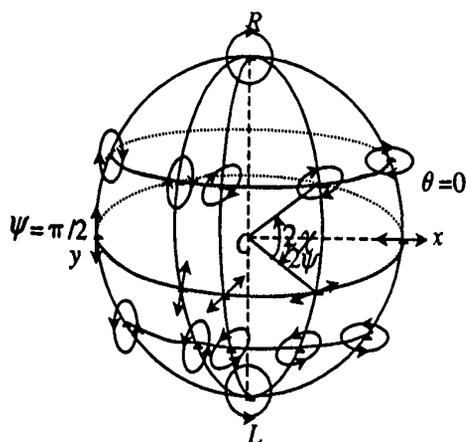


Fig. 3 The presentation of polarized light by Poincare sphere

2 应用举例

当平面偏振光在一系列无吸收的偏振光器件中传播时, 球作图给出一种简便实用的表示方法, 避免在追迹计算因繁琐运算造成的失误, 同时, 还对一些难以理解的偏振现象给以明晰的物理解释^[4]。

如图 4, 设大圆 P_1OP_2 的经度为 0, 它与所选直角坐标系的 x 轴相对应; 纬度与偏振光的椭圆率相联系, 在圆环 P_1TP_2 上的点的偏振光方位角相同但椭圆率不同; 在同一圆环 (如 RQ) 上的椭圆率相同而方位角不等。当偏振光通过双折射器件时, 其偏振态的变化可以通过绕适当的轴作旋转球面而得到: (1) 如当绕 P_1P_2 轴的旋转, M 点将沿平行于 RQ 的轨迹运动相当于偏振光通过一个旋光器件; (2) 绕 OO' 轴旋转可使 M 点在竖直圆线上运动, 相当于一个快轴与 x 轴重合相位差为 $\pi/2$ 的延迟器; (3) M 点沿大圆 OM 运动意味着相位差不变, 但偏振光方位角和椭圆率发生变化, 相当于偏振光以不同的方位角通过一双折射晶片。

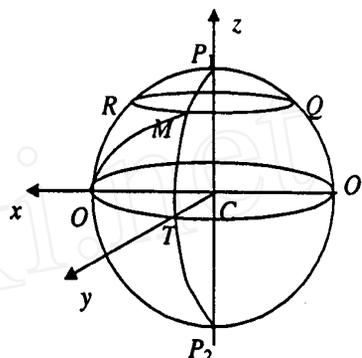


Fig. 4 The changes of polarization caused by the spot's sliding in Poincare sphere

可见, 任意形式的偏振态都可用球面上的点 M 表现, 偏振光的线形变换相当于 M 点在球面上移动。

3 总结

(1) 布卡尔球的引入有多种形式, 1892 年, 布卡尔引入时用复平面与球面之间的映射关系得出, 笔者利用坐标变换和三角函数变换推出布卡尔球及其物理意义。(2) 用图示法详细讨论了布卡尔球上的点与相应偏振态的对应关系, 并用布卡尔球法形象直观地解决了光穿过晶体媒质时后者对前者的偏振态的影响。用布卡尔球解决此类问题独树一帜。

参考文献

- [1] 陆书龙, 李国华. 曲阜师范大学学报 (自然科学版), 1999, 25(1): 76.
- [2] 黄华惠. 光学矩阵方法与傅里叶方法. 上海: 同济大学出版社. 1991: 15 ~ 19.
- [3] 阿查姆 R M A, 巴夏拉 N M. 椭圆偏振光测量术和偏振光. 北京: 科学出版社, 1986: 31 ~ 34.
- [4] 金国藩, 李景镇. 激光测量学. 北京: 科学出版社, 1998: 204 ~ 205.