

文章编号: 1001-3806(2003)03-0259-03

## 高斯光束通过多高斯光阑 ABCD 系统的传输\*

赵光普<sup>1,2</sup> 吕百达<sup>2,3</sup>

(<sup>1</sup>宜宾学院电子信息与工程系, 宜宾, 644007) (<sup>2</sup>四川大学激光物理与化学研究所, 成都, 610064)

(<sup>3</sup>华中科技大学激光技术国家重点实验室, 武汉, 430074)

**摘要:** 基于 Collins 公式和 Sylvester 定理, 推导出高斯光束通过多高斯光阑傍轴 ABCD 光学系统的解析传输公式。并以数值计算例对公式的应用加以说明。

**关键词:** 高斯光束; 多高斯光阑; ABCD 光学系统; 传输公式

**中图分类号:** O435 **文献标识码:** A

## Propagation of Gaussian beams through a multi-Gaussian apertured ABCD system

Zhao Guangpu<sup>1,2</sup>, Lü Baida<sup>2,3</sup>

(<sup>1</sup> Department of Electronic Information and Engineering, Yibin College, Yibin, 644007)

(<sup>2</sup> Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

(<sup>3</sup> National Laboratory of Laser Technology, HUST, Wuhan, 430074)

**Abstract:** Based on the Collins formula and Sylvester theorem, the propagation equation of Gaussian beams passing through a multi-Gaussian apertured paraxial optical ABCD system is derived. The application of the equation is illustrated with numerical examples.

**Key words:** Gaussian beam; multi-Gaussian apertured; ABCD system; propagation equation

### 引言

在激光光学中, 一个重要问题是研究光束通过近轴 ABCD 光学系统的传输变换特性。尽管已进行了大量研究<sup>[1-3]</sup>, 但有光阑限制时, 一般都是通过 Collins 公式<sup>[4]</sup>进行数值积分得到。对实际的光学系统, 光束传输中常常受到多光阑的限制。笔者从 Collins 公式出发, 使用 Sylvester 定理<sup>[5]</sup>, 推导出了高斯光束通过有多个高斯光阑 ABCD 光学系统的解析传输公式。给出了计算例, 并对结果作了分析讨论。

### 1 理论推导

在直角坐标系下,  $z=0$  平面上高斯光束的场分布为:  $E(x_0, 0) = \exp(-x_0^2/w_0^2)$  (1)  
式中,  $w_0$  为入射高斯光束的束腰, 为简单起见, 本

文中只研究 1 维情况, 但很容易推广到 2 维情况。

当高斯光束通过  $x$  方向半宽为  $a$  的高斯光阑 ABCD 光学系统时, 其场分布由 Collins 公式<sup>[4]</sup>给出:

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{i}{B}} \int_{-a}^{+a} E(x_0, 0) T(x_0) \times \exp\left[-\frac{i}{B}(Ax_0^2 - 2x_0x + Dx^2)\right] dx_0 \quad (2)$$

式中,  $\lambda$  为光束波长,  $T(x_0)$  为光阑的透射率系数。若将光阑与 ABCD 作为一个系统, 则该系统的变换矩阵为<sup>[5]</sup>:

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A - iB/a^2 & B \\ C - iD/a^2 & D \end{pmatrix} \quad (3)$$

将(3)式代入(2)式得:

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{i}{B}} \int_{-a}^{+a} E(x_0, 0) \times \exp\left[-\frac{i}{B}(Ax_0^2 - 2x_0x + Dx^2)\right] dx_0 \quad (4)$$

现将  $m$  个(3)式所表示的光学系统 ABCD 首尾相连, 其中一个单程的变换矩阵如(3)式所示, 整个系统的变换矩阵为:  $M_{a1} M_{a2} \dots M_{am} = M_a^m$  (5)  
由 Sylvester 定理<sup>[5]</sup>得到:

\* 华中科技大学激光技术国家重点实验室资助项目。

作者简介: 赵光普, 男, 1963 年 5 月出生。副教授。现从事激光光学的教学与科研工作。

收稿日期: 2002-07-12; 收到修改稿日期: 2002-08-28

$$M^m = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^m = \frac{1}{\sin} \begin{bmatrix} (A - i B/a^2) \sin m - \sin(m-1) & B \sin m \\ (C - i D/a^2) \sin m & D \sin m - \sin(m-1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\cos = \frac{A+D}{2} - i \frac{B}{a^2} \quad (7)$$

于是,高斯光束通过多个高斯光阑组成的系统场计算公式为:

$$E(x, z) = \frac{i}{B} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_0, 0) \exp \left[ -i \frac{1}{B} (A x_0^2 - 2 x_0 x + D x^2) \right] dx_0 \quad (8)$$

将(1)式代入(8)式,积分之,并将最后结果整理得:

$$E(x, z) = P \exp(-Qx^2) \quad (9)$$

式中,

$$P = w_0 \frac{i}{B + i A w_0^2} \quad (10)$$

$$Q = i \frac{1}{B} (D - P^2) \quad (11)$$

$$P = w_0 \sqrt{\frac{i \sin}{L \sin m + i \left[ \left( 1 - i \frac{1}{a^2} L \right) \sin m - \sin(m-1) \right] w_0^2}} \quad (14)$$

$$Q = \frac{i \sin}{L \sin m} \left[ \frac{\sin m - \sin(m-1)}{\sin} - P^2 \right] \quad (15)$$

$$\cos = 1 - i \frac{1}{2} \frac{L}{a^2} \quad (16)$$

由于高斯光束的复参数  $q_1$  至  $q_2$  的变换遵从著名的 ABCD 定律,经代数运算,对于确定的  $m$ ,均可求出出射高斯光束束腰位置及腰宽大小。选取入射光束

(9)式即为高斯光束通过多个高斯光阑 ABCD 光学系统的解析传输公式,是本文中得到的主要结果。该公式适用于高斯光束通过多个相同的高斯光阑和 ABCD 组成的近轴光学系统中的传输问题。下面以高斯光束通过多高斯光阑自由空间中的传输为例说明(9)式的应用。

高斯光束在自由空间中传输时,ABCD 变换矩阵为:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$L$  为光阑间距。将(12)式代入(9)式,即可得到高斯光束通过多个高斯光阑在自由空间传输时的解析公式为:  $E(x, z) = P \exp(-Qx^2)$  (13)

式中,

在束腰处,引入参数  $\gamma = a/w_0$ ,当  $m=2$  时,出射光束相对  $z=0$  处束腰位置  $S_2$  及出射光束束腰宽度  $w_{20}$  的解析表达式为:

$$S_2 = L - \frac{4(1 + \gamma^2)^2 L^2 w_0^4}{4 \gamma^2 w_0^4 + 8 \gamma^2 w_0^4 + L^2 \gamma^2 + 2 \gamma^2 L^2 \gamma^2 + 4(4 \gamma^2 w_0^4 + L^2 \gamma^2)} \quad (17)$$

$$w_{20} = w_0 \sqrt{\frac{6 \gamma^2 w_0^4 + 2 \gamma^2 L^2 \gamma^2 + L^2 \gamma^2 + 4(2 \gamma^2 w_0^4 + L^2 \gamma^2)}{8 \gamma^2 w_0^4 + 4 \gamma^2 w_0^4 + 2 \gamma^2 L^2 \gamma^2 + L^2 \gamma^2 + 4(4 \gamma^2 w_0^4 + L^2 \gamma^2)}} \quad (18)$$

$m=3$  时,出射光束相对  $z=0$  处束腰位置  $S_3$  及出射光束束腰宽度  $w_{30}$  的公式为:

$$S_3 = 2L - \frac{4 \gamma^2 (2L - S_2) w_0^4}{4 \gamma^2 w_0^4 + 2 \gamma^2 w_0^2 w_{20}^2 + 2 w_{20}^4 + (-2L + S_2)^2 \gamma^2} \quad (19)$$

$$w_{30} = \sqrt{\frac{2 w_0^2 \gamma^2 w_{20}^2 w_{20}^4 + 2 w_{20}^4 + (-2L + S_2)^2 \gamma^2}{4 \gamma^2 w_0^4 + 2 \gamma^2 w_0^2 w_{20}^2 + 2 w_{20}^4 + (-2L + S_2)^2 \gamma^2}} \quad (20)$$

## 2 数值计算与分析

利用所推得的解析传输公式(9)及用 Collins 公式直接积分两种方法,以  $m=3$  为例,对高斯光束在自由空间中通过 3 个高斯光阑的传输作了数值计算。典型例示于图 1~图 3。计算中设光阑间距  $L$  相等,  $\gamma = 1.06 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 1.2 \text{mm}$ 。图 1 为用两种方法计算的高斯光束通过光学系统后在  $z=3L$  平面上的光强分布及轴上点光强随参数  $\gamma$  的变化曲线,其中点线为直接用 Collins 公式所作数值积分。由

图知,两种方法计算结果完全一致,且当  $\gamma$  一定时,随着  $L$  的增加,出射面上最大光强减小,但光强分布范围加宽。而当  $L$  一定时,出射面最大光强随着  $\gamma$  的增加而增大,最后逐渐趋于一个定值。 $L$  越小,所趋稳定值越大。图 2 为出射光束相对  $z=0$  处束腰位置随光阑间距  $L$  及参数  $\gamma$  的变化曲线。由图 2 得出,出射光束束腰的位置始终位于 1,3 光阑之间。当  $\gamma$  一定时,出射光束束腰的位置  $S_3$  与光阑间距  $L$  之间近似成线性关系。 $L$  越大,  $S_3$  越大,出射光束束腰的位置越远离入射面;当  $L$  一定时,出射光

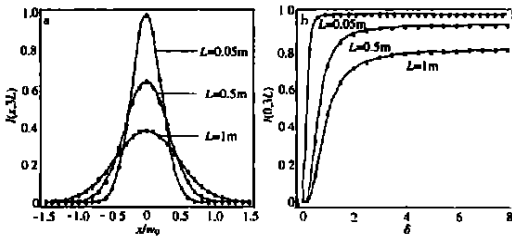


Fig. 1 a—intensity distribution of a Gaussian beam propagating in free space with three Gaussian apertures at the position  $z = 3L$  b—axial intensity of a Gaussian beam propagating in free space with three Gaussian apertures as a function of parameter  $\delta$  at the position  $z = 3L$

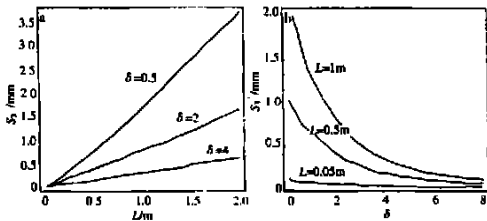


Fig. 2 a—Waist position of a Gaussian beam propagating in free space with three Gaussian apertures as a function of  $L$  b—

束束腰的位置随着  $\delta$  的增大向入射面靠近。但当  $\delta = 4$  时, 改变  $\delta$  值对束腰的位置影响很小, 对  $L = 0.05\text{m}$ , 对  $S_3$  的影响可忽略不计。图 3 为出射光束束腰宽度随光阑间距  $L$  及参数  $\delta$  的变化曲线。由图知,  $L$  对出射光束束腰值  $w_{30}$  影响很小, 但出射光束束腰值却随着  $\delta$  的增大而增大。

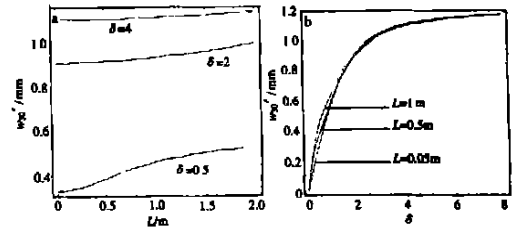


Fig. 3 Waist width of Gaussian beam propagating in free space with three Gaussian apertures versus a— $L$  b—

### 3 结 论

从 Collins 公式出发, 使用 Sylvester 定理, 推导出了高斯光束通过有多个高斯光阑近轴 ABCD 光学系统的解析传输公式。并以高斯光束在自由空间中通过 3 个高斯光阑的传输为例进行了数值计算, 讨论了出射光束光强、束腰位置及大小随系统参数变化规律。由于高斯光阑是常用的软边光阑之一, 而且在有高斯光阑光腔中高斯光束的传输也可等价在有多高斯光阑透镜系列中的传输问题。因此, 本文中所得解析结果具有实际应用意义。

#### 参 考 文 献

[1] Li YJ, Wolf E. Opt Commun, 1982, 42: 151 ~ 156.  
 [2] Tanaka k, Saga N, Hauchi K. Opt Commun, 1985, 24: 1098 ~ 1100.  
 [3] Li YJ. J O S A, 1987, A4: 1237 ~ 1242.  
 [4] Collins S A. J O S A, 1970, A60: 1168 ~ 1177.  
 [5] 吕百达. 激光光学. 成都: 四川大学出版社, 1992.

### 简 讯

### 敬告作者

根据“美国工程信息公司(EI)数据库”的要求, 请作者在投稿时注意:

1. 为了方便联系, 请提供确切的通信地址、单位名称、部门、电话、E-mail 等信息。
2. 应加强对摘要的撰写! 摘要是文章的真正概要, 应该全面、简要: 减少背景类的知识介绍; 不要用修饰语; 不要有实验数据; 不要出现方程、图、表、参考文献、特殊字符等。作者应组织好文章的主要概念并清楚、简要地表达出来, 才能实现摘要应有的作用, 传达重要的可检索信息。

一般的研究性论文其摘要必须包括被报道的研究项目的目的、使用方法、结果和结论, 不应太短; 也不要重复标题中已给出的内容; 不要使用多余的词语, 如“据报道……”, 或“大量的研究表明”; 摘要中不要写作者将来的打算。

对于文献综述, 只需简要说明文章的内容, 而不报道文章中使用的方法及得出的结果。

对于发展现状综述, 除了陈述文章的主题范围外, 还要给出文章得出的结论。

3. 英文摘要相当重要! 最好是中英文一致。原则是平铺直叙。
4. 英文版稿件中应有中文题目、作者姓名、单位、摘要、关键词、中图分类号。

投稿时请注明“投稿”字样! 谢谢合作!