

文章编号: 1001-3806(2003)03-0220-03

厄米-高斯光束通过光阑-透镜系统的聚焦特性*

彭润伍 吕百达

(四川大学激光物理与化学研究所,成都,610064)

摘要: 使用 Collins 公式研究了厄米-高斯光束通过光阑-透镜分离光学系统的聚焦特性。利用数值计算详细分析和说明了偶数模厄米-高斯光束的轴上光强分布和焦移。分析得出,选择恰当的光束和光学系统参数可引起焦移相反或无焦移。特别是对于 TEM₂₂ 模厄米-高斯光束,在几何焦面两边存在两个相等的轴上光强极大点,故存在两个符号相反的焦移。

关键词: 厄米-高斯光束;光阑-透镜分离光学系统;聚焦特性;焦移

中图分类号: TN241 **文献标识码:** A

Focusing properties of Hermite-Gaussian beams passing through an aperture-lens system

Peng Runwu, Lü Baida

(Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

Abstract: The focusing properties of Hermite-Gaussian (H-G) beams in passage through an aperture-lens separation optical system are studied based on the Collins formula. The axial intensity distribution and focal shift of H-G beams with even mode numbers are analyzed and illustrated with detailed numerical examples. It is found that the inverse focal shift and focusing without focal shift can be achieved by a suitable choice of the beam and optical system parameters. In particular, for the TEM₂₂-mode H-G beam, there may be two equal axial maximum intensity points located on two sides of the geometrical focal plane, thus there are two focal shifts with opposite signs.

Key words: Hermite-Gaussian beam; aperture-lens separation optical system; focusing property; focal shift

引言

当会聚光束通过光阑发生衍射后,其光强极大值点不在几何焦点上,而是更靠近透镜一些。这是熟知的焦移现象,对此已有广泛的研究^[1~11]。其中大部分讨论的是光阑和透镜位于同一平面的情况,得出焦移朝向透镜并主要受菲涅耳数影响的结论。只有少部分讨论光阑-透镜分离系统,得出焦移可能相反或消失,但其讨论对象仅是平面波^[11]。而在激光的实际应用中常遇到多模高斯光束,所以对多模高斯光束焦移的讨论有很大的实际意义。

笔者对厄米-高斯光束通过光阑-透镜分离光学系统的聚焦特性作了研究。首先,使用 Collins 公式推导了厄米-高斯光束通过光阑-透镜分离光学系统

的光强分布,得出了其焦移的表达式。然后,利用得出的公式进行了数值计算,并对所得结果作了深入分析,得到一些新的结果。

1 厄米-高斯光束通过光阑-透镜分离光学系统的光强分布

假设厄米-高斯(H-G)光束通过如图 1 所示的光阑-透镜分离光学系统,并设 H-G 光束束腰位于光阑

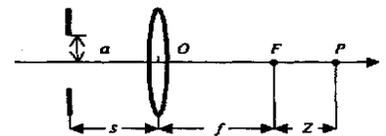


Fig. 1 A schematic illustration of the aperture-lens separation optical system

平面处。图中正方形硬边光阑的边长为 $2a$,光阑与焦距为 f 的薄透镜的距离为 s , F 为薄透镜的后焦点, Z 为观察点 P 到 F 的距离, O 为薄透镜的中心。设入射光阑平面的 H-G 光束场分布为:

$$E_{mn}(x_0, y_0) = H_m\left(\sqrt{2}\frac{x_0}{w_0}\right) H_n\left(\sqrt{2}\frac{y_0}{w_0}\right) \times$$

* 华中科技大学激光技术国家重点实验室资助项目。

作者简介:彭润伍,男,1971 年 5 月出生。硕士研究生。从事激光传输变换的研究。

收稿日期:2002-03-12;收到修改稿日期:2002-06-28

$$\exp\left[-\frac{ik}{2q_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] \quad (1)$$

式中, $\frac{1}{q_0} = -i \frac{2}{kw_0^2} = \frac{2}{ikw_0^2}$ 为与入射光束相关的基模高斯光束的复参数, w_0 为 HG 光束对应基模高斯光束的束腰宽度, λ 为波长, k 为波数。 H_m, H_n 为 m 和 n 阶厄米多项式。

从光阑平面到观察点 P 的变换矩阵为:

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Z/f & -sZf + f + Z \\ -1/f & 1 - s/f \end{pmatrix} \quad (2)$$

由 Collins 公式得观察点 P 的场分布为^[11,12]:

$$E_{mn}(x, y, z) = \frac{ik}{2B} \exp[-ik(f+Z)] \times \int_{-a}^a \int_{-a}^a E_{mn}(x_0, y_0) \exp\left\{-\frac{ik}{2B}[A(x_0^2 + y_0^2) - 2(x_0x + y_0y) + D(x^2 + y^2)]\right\} dx_0 dy_0 \quad (3)$$

现在讨论轴上的情况, 即 $x=0, y=0$, 得:

$$E_{mn}(z) = \frac{ik}{2B} \exp[-ik(f+Z)] \times \int_{-a}^a \int_{-a}^a H_m\left(\frac{x_0}{w_0}\right) H_n\left(\frac{y_0}{w_0}\right) \exp\left[-\frac{ikA}{2B}(x_0^2 + y_0^2)\right] dx_0 dy_0 \quad (4)$$

由厄米多项式的奇偶性可知, 当 m 或 n 为奇数时, $E_{mn}(z) = 0$ (m 或 $n = 2k + 1, k = 0, 1, 2, \dots$), 轴上光强为 0。当 m 或 n 为偶数时, 轴上光强才不为 0。这里仅限于讨论 m, n 均为偶数情况。令 $x_1 = x_0/w_0, y_1 = y_0/w_0$, 并且:

$$A = a^2/w_0^2 \quad (5)$$

$$N_w = w_0^2/f \quad (6)$$

表示截断参数, N_w 表示与入射光束有关的基模高斯光束的菲涅耳数。则(4)式可改写为:

$$E_{mn}(z) = \left[\frac{4iN_w}{1 + \frac{Z}{f}\left(1 - \frac{s}{f}\right)} \right] \exp[-ik(f+Z)] \times$$

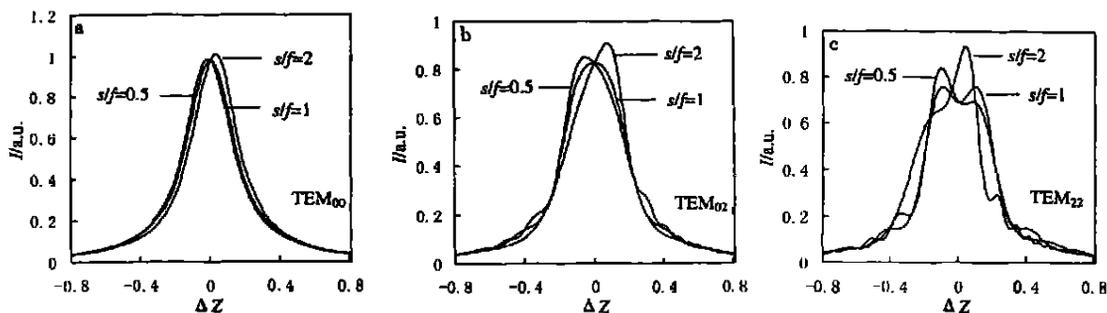


Fig. 2 Axial intensity distribution of Hermite-Gaussian beams

a— $m=0, n=0$ b— $m=0, n=2$ c— $m=2, n=2$

$$\int_0^{\sqrt{A}} \int_0^{\sqrt{A}} H_m(\sqrt{2}x_1) H_n(\sqrt{2}y_1) \exp[-(x_1^2 + y_1^2)] \times \exp\left\{-\frac{iN_w Z/f}{1 + \frac{Z}{f}\left(1 - \frac{s}{f}\right)}(x_1^2 + y_1^2)\right\} dx_1 dy_1 \quad (7)$$

$$\text{轴上光强为: } I_{mn} = E_{mn} \cdot E_{mn}^* \quad (8)$$

2 厄米-高斯光束通过光阑-透镜分离系统的聚焦

$$\text{轴上光强极大值点满足: } dI_{mn}/dZ = 0 \quad (9)$$

轴上光强极大值点位置 Z_{\max} 由上式确定。

在弱截断情况下, 即 $a \gg w_0$ ^[3,6], 衍射效应可以忽略, 几何成像公式 $1/R_2 - 1/R_1 = -1/f$ 近似成立, 其中 R_1, R_2 为透镜入射和出射波面曲率半径, 可得:

$$R_2 = \frac{s + \left(\frac{fN_w}{s}\right)^2}{s} \left[1 - \frac{s}{f} + \frac{2fN_w^2}{s} \right] \quad (10)$$

轴上点相对几何焦点的相对位置为:

$$Z = [f + Z - |R_2|] / |R_2| \quad (11)$$

光强最大值的相对焦移为:

$$z_f = [f + Z_{\max} - |R_2|] / |R_2| \quad (12)$$

当 m 和 n 均为 0, 且 $s/f = 0$ (即光阑与透镜处于同一平面), 可得:

$$z_f = -1 / (1 + 2N_w^2) \quad (13)$$

则回到文献[3]中弱截断情况下的结果。

在强截断情况下, 可直接利用(7)式和(8)式进行数值计算得到轴上光强分布, 进而可得到焦移。由(7)式看出, 轴上光强和焦移受 s/f 、菲涅耳数 N_w 和截断参数 的影响。

3 数值计算和分析

利用(7)~(12)式进行数值计算并作图如下。

图 2 是 $a = 4, N_w = 2$ 时 $TEM_{00}, TEM_{02}, TEM_{22}$ 模的轴上光强分布。从图 2 可看出, 和 N_w 一定时, 轴

上光强极大值 I_{max} 随 s/f 的增大而右移,即远离透镜。对不同的 s/f , TEM_{00} 模的轴上光强都呈对称分布,而 TEM_{02} 和 TEM_{22} 模的轴上光强只在 $s/f = 1$ 时呈对称分布。在 $s/f = 1$ 处, TEM_{22} 模的轴上光强存在数值相等的两个极大值,并且相对几何焦点对称。另外,几何焦点的光强与极大值光强的差值仅约为 8%,从而在 $-0.14 < Z < 0.14$ 的较大范围内可获得光强差值为 8% 的极大光强区域。

图 3 是 $N_w = 4, N_w = 2$ 时 $TEM_{00}, TEM_{02}, TEM_{22}$ 模的相对焦移 z_f 随光阑-透镜分离程度 s/f 的变化。由图 3 可知,在 N_w 不变的情况下,焦移与模序数有关,并且随 s/f 的变化可大于、等于或小于 0。 $s/f = 1$ 是焦移变化的转折点。 $s/f < 1$ 时, $|z_f|$ 随 s/f 的增大而减小, $s/f > 1$ 时, $|z_f|$ 随 s/f 的增大而增大。在 $s/f = 1$ 处, TEM_{00} 和 TEM_{02} 模的焦移为 0,而 TEM_{22} 模则存在相对几何焦点对称的两个焦移点。

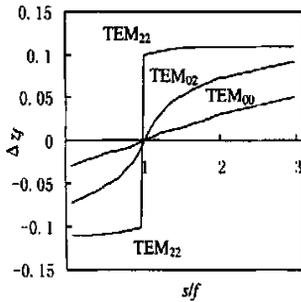


Fig. 3 Relative focal shift z_f varies with s/f

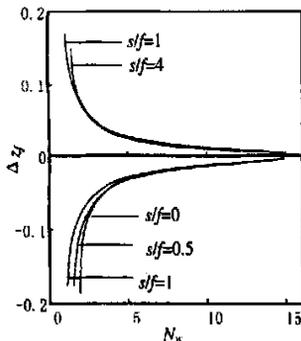


Fig. 4 Relative focal shift z_f varies with Fresnel number N_w

图 4 和图 5 是 TEM_{22} 模的相对焦移 z_f 随 N_w 的变化。从图中看出, $|z_f|$ 随 N_w 的增大而减小。当 $s/f = 1$ 时, $|z_f|$ 在大于 0 和小于 0 的区域有变化相同的曲线。图 6 是 $N_w = 4, N_w = 2$ 时 $TEM_{00}, TEM_{02}, TEM_{22}$ 模的轴上光强极大值 I_{max} 随 s/f 的变化。由图可知, N_w 一定时, $s/f = 1$ 同样是光强极大值 I_{max} 变化的转折点。 $s/f < 1$ 时,

I_{max} 随 s/f 的增大而减小, $s/f > 1$ 时, I_{max} 随 s/f 的增大而增大。在 $s/f = 1$ 处, I_{max} 为最小值。

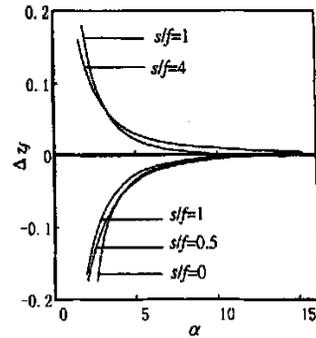


Fig. 5 Relative focal shift z_f varies with truncation parameter

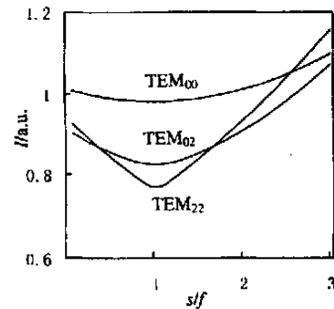


Fig. 6 Maximum axial intensity I_{max} varies with s/f

4 小结

使用 Collins 公式研究了厄米-高斯光束通过光阑-透镜分离光学系统的聚焦特性。由分析得出,光阑-透镜分离程度 s/f 、菲涅耳数和截断参数影响相对焦移的大小、轴上光强分布和轴上光强极大值 I_{max} 的大小。随 s/f 的变化,相对焦移可大于、等于或小于 0。尤其对于 TEM_{22} 模厄米-高斯光束,在几何焦点两边存在两个相等且相对几何焦点对称的轴上极大光强,因此,存在两个符号相反的焦移。

参考文献

- [1] 吕百达. 强激光的传输与控制. 北京:国防工业出版社,1999.
- [2] Li Y, Wolf E. Opt Commun, 1981, 39(4): 211 ~ 215.
- [3] Li Y, Wolf E. Opt Commun, 1982, 42(3): 151 ~ 156.
- [4] Carter W H. Appl Opt, 1982, 21(11): 1989 ~ 1994.
- [5] Givens P M. Opt Commun, 1982, 41: 145 ~ 148.
- [6] Belland P, Crenn J P. Appl Opt, 1982, 21: 522 ~ 527.
- [7] 黄文龙, 吕百达. 四川大学学报(自然科学版), 1994, 31(4): 471 ~ 475.
- [8] 王喜庆, 吕百达. 激光技术, 1996, 20(3): 185 ~ 190.
- [9] Carter W H, Aburdence M F. J O S A, 1987, A4(10): 1949 ~ 1952.
- [10] L ü B D, Huang W, Zhang B et al. Optick, 1995, 99: 8 ~ 12.
- [11] Wenzel R G. J O S A, 1987, A4(2): 340 ~ 345.
- [12] Collins S A Jr. J O S A, 1970, 60(9): 1168 ~ 1177.