

文章编号: 1001-3806(2002)06-0466-02

增益克尔介质中扰动功率增益和 B 积分值的关系*

王 道 陆 丹 林晓东 张 菁 陈建国
(四川大学光电系, 成都, 610064)

摘要: 在数值求解具有增益的非线性介质中振幅和位相扰动耦合波方程的基础上, 研究了扰动的功率增益 G 随 B 积分值变化的情况。

关键词: 增益克尔介质; B 积分; 扰动; 功率增益
中图分类号: O437.5 文献标识码: A

Power gain of perturbation traveling inside amplifying nonlinear medium in terms of Breakup-integral

Wang Xiao, Lu Dan, Lin Xiaodong, Zhang Jing, Chen Jianguo
(Department of Optoelectronics, Sichuan University, Chengdu, 610064)

Abstract: Numerical calculations have been used to solve wave equations coupling amplitude and phase of the light, applicable to the amplifying Kerr medium, studies have been made on the power gain of the perturbation varying with the break up integral (i. e. B integral).

Key words: amplifying Kerr medium; Breakup integral; perturbation; power gain

引 言

小尺度自聚焦效应在高功率激光系统中会造成严重的危害, 这一问题已经受到许多人的重视^[1]。用于分析小尺度自聚焦的基本理论是 BT 理论^[2], 后来, 人们常将这一理论运用于指导高功率激光系统的设计, 而且用 B 积分(Breakup integral) 的值来判定小信号调制的最大增长和小尺度自聚焦的严重程度, 目前, B 积分已成为工程设计及应用中广为使用的一个参量。但 BT 理论描述的是没有损耗或增益的情况, 由此往往简单地用 $2\pi\sqrt{IL}/\lambda$ 来表示 B 积分的值($\sqrt{\gamma}$ 为非线性折射系数, I 为光强, L 为光在介质中的传输距离, λ 为光波波长)。实际介质中没有增益或损耗是不可能的, 下面将讨论有增益的情况下扰动的功率增益与 B 积分值之间的关系。

1 扰动的功率增益与 B 积分值

在实际的高功率激光系统中, 整形线偏振种子光要经多级放大器(成布儒斯特角放置) 逐级放大,

因此, 这里重点讨论线偏振光束通过具有增益的非线性介质时扰动的变化情况。

为简单起见, 设入射场为一圆对称线偏振光束 $E(r, z) = A(r, z)e^{iS(r, z)}$, S 和 A 分别表示光场的位相和振幅。那么有小扰动时光场可表示为:

$$S(r, z) = S_0(z) + S_1(z)e^{iqr} \quad (1)$$

$$A(r, z) = A_0(z) + A_1(z)e^{iqr} \quad (2)$$

式中, S_0 和 A_0 为均匀平面波(强背景场) 的位相和振幅, 其对应的扰动量 S_1 和 A_1 满足: $|S_1| \ll S_0$, $|A_1| \ll A_0$, q 为空间频率。可以将所设光场代入如下的非线性近轴波方程:

$$i2k_0(dE/dz + \alpha E/2) + \nabla_{\perp}^2 E - 2k_0^2(\delta n/n_0)E = 0 \quad (3)$$

经过线性化处理后可得到以下的方程:

$$d^2\phi/dz^2 - q^2[\sqrt{\gamma}e^{\beta z}/n_0 - q^2/(4k_0^2)]\phi = 0 \quad (4)$$

式中, $\phi = I_1/I_0$ (I_1 和 I_0 分别为扰动和背景场的强度), 采用归一化单位使强度和振幅的关系是 $I = |A|^2$, $k_0 = 2\pi n_0/\lambda$ 为介质中的波数, β 为介质的增益系数(此处为了防止和下面的扰动增益相混淆而用字母 β 表示), γ 为非线性折射系数。 n_0 为介质折射率。并且:

$$I_0(z) = \bar{I}_0 \exp(\beta z) \quad (5)$$

$$S_0(z) = k_0[\sqrt{\bar{I}_0}/(n_0\beta)] \int \exp(\beta z) - 1 \quad (6)$$

* 国防科技重点实验室基金资助项目。

作者简介: 王 道, 女, 1970 年 6 月出生。硕士研究生。从事光学方面的研究工作。

收稿日期: 2001-11-26; 收到修改稿日期: 2002-03-08

在导出(5)式、(6)式时利用了初始条件 $I_0(z=0) = \bar{I}_0, S_0(z=0) = 0$ 。求出了 $I_1(z)$ 后,可用下式求出 $S_1(z)$: $S_1(z) = k_0 [(dI_1/dz - \beta I_1)/(I_0 q^2)]$ (7)
 在无损耗或增益的情况下 ($\beta = 0$),由(4)式和(8)式可以很容易地求得 $I_1(z), S_1(z)$,在 $0 \leq q < q_c$ ($q_c = 2k_0(\sqrt{I_0}/n_0)^{1/2}$ 为截止频率)的范围内扰动将不稳定地增长,换句话说,扰动将会被放大,为了形象地描述这一过程人们通常引入扰动的增益 G 或增益系数 g ,而空间频率为 $q_m = q\sqrt{2}$ 的成分具有最大的增益 $g_m = k_0 \sqrt{I_0}/n_0$ 。为了使用方便,人们引入了一个简单的量 $B = g_m L = k_0 \sqrt{I_0} L/n_0$ 来判定小信号调制的最大增长和小尺度自聚焦的严重程度,实质上,它表示背景光 I_0 通过长度为 L 的非线性介质后引起的非线性相滞后。在增益介质中,背景光 I_0 随距离的变化而变化, B 值以积分形式给出,亦即通常所谓的 B 积分,于是有:

$$B = k_0 \int_0^L [\sqrt{I_0(z)}/n_0] dz \quad (8)$$

对增益介质,(4)式并没有简单的解析解,为此,采用数值求解法得到 ϕ (或 I_1)和 z 的关系,再由(7)式可得到 $S_1(z)$ 。根据扰动的功率增益 G 的定义^[3]:

$$G = \frac{|S_1(z)|^2 + |A_1(z)|^2}{|S_1(0)|^2 + |A_1(0)|^2} \quad (9)$$

可得到任一空间频率的功率增益 G 随 z 的变化,从而也可得到 G 和 B 积分值的对应关系。由于工程设计和应用中经常将 B 积分值作为一个重要的参量,这里将重点讨论增益介质中 G 和 B 值的关系。

2 计算与讨论

对(4)式进行数值求解,并且利用(7)式~(9)式,可以得到 B 与 L 的关系以及 G 与 B 的关系。

在图 1 和图 2 中,画出了初始背景光强 \bar{I}_0 分别为 $1\text{GW}/\text{cm}^2, 2.5\text{GW}/\text{cm}^2$, 和 $4\text{GW}/\text{cm}^2$ 的情况下 B 积分值与传输距离 L 的关系以及功率增益 G 与 B 积分值的对应关系。作图时使用的参数为: $\lambda = 1.053\mu\text{m}, n_0 = 1.5, \gamma = 2 \times 10^{-16} \text{cm}^2/\text{W}$, 介质增益系数 $\beta = 0.05 \text{cm}^{-1}$ 。为了便于表示,笔者只分析了单一空间频率成分 q 的功率增益,计算中的 q 值采用的是入口处的最快增长频率 $q_{m0} = k_0(2\sqrt{I_0}/n_0)^{1/2}$ 。事实上在增益(或损耗)介质中最快增长频率与位置有关,介质入口和出口处的最快增长频率都不是功率增长最大的空间频率 q_{max} (这一问题笔者在另一篇文章中有专门的论述),这里只是为了方

便计算采用了 q_{m0} ,同时,也考虑到在所考察的距离内 q_{m0} 和 q_{max} 的功率增益差别不是太大。在求解过程中,假设初始只有振幅扰动,即 $S_1(0) = 0, I_1(0)/\bar{I}_0 = 0.01$ 。

将图 1 和图 2 结合起来,可以知道光传播到一定位置时所对应的 B 积分值,同时,也可以知道此时小扰动的功率增长

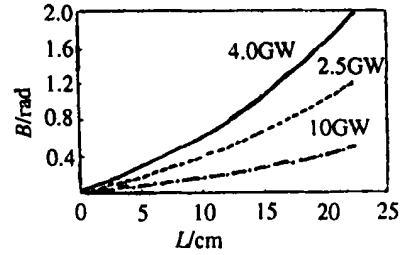


Fig. 1 Relation between the B integral and propagation distance for different background light intensity

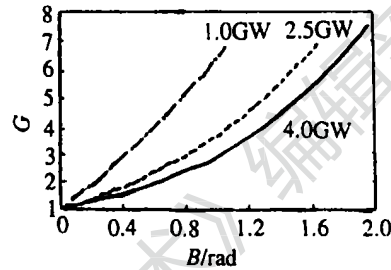


Fig. 2 Variation of the power gain of perturbation with B integral for different background light intensity

倍数。对任一具体的高功率激光系统都可以画出这样两张图,在详细的坐标图内可方便地查到所需的数据。从图 2 可以看到,对一定的 B 值,

初始背景光强越强扰动的功率增益越小。乍一看这似乎有点反常,事实上,从图 1 可以看到,对于一定的 B 值,背景光强较大时,达到确定的 B 值所用的距离要小得多。

在图 3 和图 4 中,分别画出了背景光强为 $2.5\text{GW}/\text{cm}^2$ 时,在具有不同增益系数 β (分别为 $0.02, 0.03$ 和 0.05) 的介质中, B 积分值

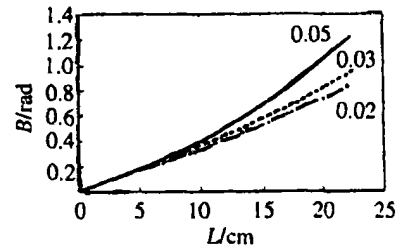


Fig. 3 Relation between the B integral and propagation distance in amplifying medium with different gain coefficient

和传输距离 L 的关系以及扰动的功率增益 G 随 B 积分值变化的关系。使用的其它参数与图 1、图 2 的一致。可以看到, B 值与功率增益 G 都随增益系数的增大而增大,这与前面的表达式及实际情况都是相符的。另外,图 2 和图 4 还表明,在

(下转第 470 页)

(以 $\tau = 5$ 为例) 和固液界面位置随时间变化的影响。图 4 中编号为 1 到 5 的曲线分别相应于吸收系数 μ_a 为 1cm^{-1} , 5cm^{-1} , 7cm^{-1} , 10cm^{-1} 和 30cm^{-1} 的情况, 图 5 中编号为 1 到 3 的曲线分别相应于吸收系数 μ_a 为 1cm^{-1} , 5cm^{-1} 和 7cm^{-1} 的情况。图 4 中

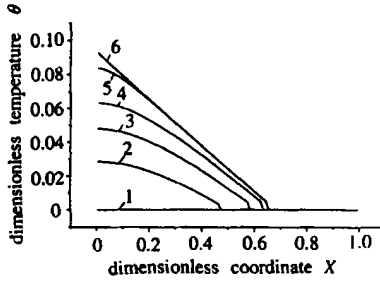


Fig. 4 Temperature distribution with different absorption coefficients ($\tau = 5$)

编号为 6 和图 5 中编号为 4 的曲线则为普通热源加热时的情况。这里的普通热源加热是指那些可以按第 II 类传热边界条件处理的加热方式。

由图可见, 吸收系数越高, 组织解冻过程越趋于普通热源加热时的解冻过程。这是由于吸收系数高意味着进入生物组织的绝大部分激光能量将

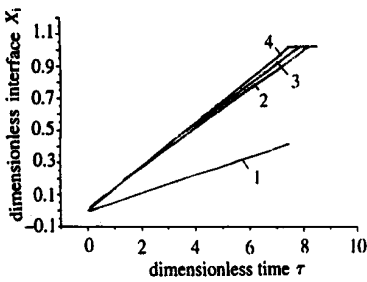


Fig. 5 Solid liquid interface as a function of time with different absorption coefficients ($\tau = 5$)

在很薄的一层组织内就被吸收, 相当于以第 II 类传热边界条件加热, 此时的解冻过程也就接近于第 II 类边界条件加热时的解冻过程。

3 结论

对激光加热时冷冻生物组织内的解冻过程进行了数值模拟。其中, 热传递采用固液相变传热方程予以描述, 激光在组织内的吸收过程则采用 Beer 指数衰减模型加以近似。计算结果发现, 虽然激光对生物组织的加热具有容积加热的特点, 但以激光为热源时生物组织内的解冻过程仍然呈现出与普通热源加热时的解冻过程相似的规律。组织吸收系数对解冻过程影响较大。吸收系数越高, 组织解冻过程越趋于普通热源加热时的解冻过程。

参考文献

[1] Sagi A, Shitzer A. Opt Engng, 1992, 31(7): 1417~ 1423.
 [2] Glenn T N, Rastegar S, Jacques S L. IEEE Transa on Biomedical Engng, 1996, 43(1): 79~ 86.
 [3] Loze M K, Wright C D. Appl Opt, 1998, 37(23): 6822~ 6832.
 [4] 周建华, 刘登瀛, 徐建中. 激光生物学报, 2001, 10(4): 241~ 254.
 [5] Rabin Y, Shitzer A. ASME J Biomechanical Engng, 1997, 119: 146~ 152.
 [6] Date A W. International J Heat and Mass Transfer, 1991, 34(9): 2231~ 2235.
 [7] 周建华, 陈明勇, 陈钟硕. 计算物理, 1996, 13(4): 481~ 488.

(上接第 467 页)
 B 值相同的情况下, 如果其它条件不同, 扰动的功率增益 G 是有差异的。

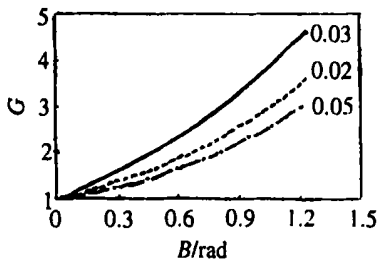


Fig. 4 Variation of the power gain of perturbation with B integral in amplifying medium with different gain coefficient

3 结语

从分析可以看出, B 值相同的情况下, 如果其它条件不同, 扰动的功率增益

G 是有差异的, 一定的 B 值下背景光强越强扰动的功率增益越小、介质增益系数越大扰动的功率增益也越大。文中给出了不同条件下 B 值与功率增益 G 的对应关系, 可以较为直观地看到扰动的增长情况。

参考文献

[1] Campillo A J, Shapiro S L, Suydam B R. A P L, 1973, 23: 628~ 630.
 [2] Bespalov V I, Tanlanov V I. Soviet Physics JETP Lett, 1966, 3: 307~ 310.
 [3] Aikens D, Roussel A, Bray M. SPIE, 1997, 2633: 350~ 360 .