

文章编号: 1001-3806(2002)05-0370-03

截断高斯-谢尔模型光束聚焦特性的快速分析*

楚晓亮 李 强 张 彬

(四川大学电子信息学院, 成都, 610064)

摘要: 以圆形函数可近似展开为有限数目的复高斯函数叠加为基础, 推导出部分相干高斯-谢尔模型(GSM)光束通过圆形光阑透镜的轴上聚焦光强分布的解析计算公式, 并与衍射积分方法所得的结果进行比较分析。结果表明, 复高斯函数叠加的方法能极大地提高计算效率。

关键词: 高斯-谢尔模型(GSM)光束; 圆形光阑透镜; 复高斯函数; 焦移

中图分类号: O435 文献标识码: A

Fast analysis for focusing of partially coherent Gaussian Schell model beam through circular lens with finite aperture

Chu Xiaoliang, Li Qiang, Zhang Bin

(College of Electronic Information, Sichuan University, Chengdu, 610064)

Abstract: Based on the fact that circ function can be expanded by an approximate sum of complex Gaussian functions with finite numbers, the analytical formula for the axial intensity distribution of a partially coherent Gaussian Schell model (GSM) beam through a circular lens with finite aperture was derived. The calculation was made and its results were compared to those of the diffracted integral. The result shows that our method can improve the calculation efficiency.

Key words: Gaussian Schell model (GSM) beam; circular lens with finite aperture; complex Gaussian function; focal shift

引 言

高功率激光器输出的激光通常具有多模结构, 且具有部分相干性。近年来提出的高斯-谢尔模型(GSM)光束是描述部分相干光的一类具有代表性意义的光束, 在一定条件下, 可作为多模激光的一种物理模型, 对其进行研究具有重要意义^[1~3]。在实际工作中, 激光束或多或少地会受到光学系统元件有限尺寸的限制, 因此, 对截断高斯-谢尔模型的研究更具有实用意义。虽然, 高斯-谢尔模型光束在无光阑限制光学系统中传输存在解析公式, 但当光学系统尺寸有限时, 只能通过衍射积分来研究。由于部分相干光是由空间两个不同点的交叉谱函数来描述, 而并非像完全相干光由自由空间某一点的场分布进行描述, 因此, 在柱坐标系下, 相应的衍射积分

公式将由单重积分变为双重积分, 从而增加了计算的难度及计算量。在将圆形函数近似展开为有限数目复高斯函数的叠加基础上, 推导出部分相干高斯-谢尔模型光束通过有限尺寸透镜的轴上光强分布的近似计算公式, 给出了数值计算例, 并与数值积分结果进行了比较。在此基础上, 分析了该方法的使用条件及其优点。

1 理论分析

束腰位于 $z = 0$ 的高斯-谢尔模型光束通过半径为 a , 焦距为 f 的透镜聚焦后的轴上光强分布的衍射积分计算表达式为^[4]:

$$I(0, \Delta z) = 4(\pi N_w - u)^2 \int_0^{a/w_1} \int_0^{a/w_1} \exp(E_1 r_1^2) \times \exp(E_2 r_2^2) I_0 \left[\frac{r_1 r_2}{\alpha^2} \right] r_1 r_2 dr_1 dr_2 \quad (1)$$

式中, $N_w = w_1^2 / \lambda^2$ 为与光束有关的菲涅耳数, w_1 为 GSM 光束的束腰半径, λ 为波长, $\Delta z = (l - f) / f$ (l 为相对于透镜的传输距离), α 为相干参数, I_0 是第 I 类零阶虚宗量贝塞耳函数, 且:

$$E_1 = -1 - (2\alpha^2)^{-1} + iu \quad (2)$$

* 国家自然科学基金资助项目。

作者简介: 楚晓亮, 男, 1977 年 6 月出生。硕士研究生。现从事激光物理与技术和光束传输变换方面的研究工作。

收稿日期: 2001-08-13

$$E_2 = -1 - (2\alpha^2)^{-1} - iu \quad (3)$$

$$u = \pi N_w \Delta z / (1 + \Delta z) \quad (4)$$

为了讨论方便, (1) 式略去了对本文结果没有影响的常数因子。

在柱坐标系下, 可将圆形函数:

$$T(r) = \begin{cases} 1 & 0 \leq r < 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (5)$$

近似展开为有限数目的复高斯函数的叠加^[5], 即:

$$T(r) = \sum_{k=1}^N A_k \exp(-B_k r^2) \quad (6)$$

式中, A_k 是展开系数, B_k 是复高斯系数, 二者可通过优化计算得到。 N 为展开项数目, 当 N 为有限项时, 由展开式计算圆形函数存在一定误差。文献 [6] 中给出了 $N = 10$ 时 A_k 和 B_k 的值, 如表 1 所示。

Table 1 The values of A_k and B_k when $N = 10$

k	A_k	B_k
1	11.428+ 0.95175i	4.0697+ 0.22726i
2	0.06002- 0.08013i	1.1531- 20.933i
3	- 4.2743- 8.5562i	4.4608+ 5.1268i
4	1.6576+ 2.7015i	4.3521+ 14.997i
5	- 5.0418+ 3.2488i	4.5443+ 10.003i
6	1.1227- 0.68854i	3.8478+ 20.078i
7	- 1.0106- 0.26955i	2.5280- 10.310i
8	- 2.5974+ 3.2202i	3.3197- 4.8008i
9	- 0.14840- 0.31193i	1.9002- 15.820i
10	- 0.20850- 0.23851i	2.6340+ 25.009i

于是, 可将 (1) 式表示为:

$$I(0, \Delta z) = 4(\pi N_w - u)^2 \int_0^\infty \int_0^\infty T(r_1) T^*(r_2) \times \exp(E_1 r_1^2) \exp(E_2 r_2^2) I_0 \left[\frac{r_1 r_2}{\alpha^2} \right] r_1 r_2 dr_1 dr_2 \quad (7)$$

式中, * 表示复共轭, 将 (6) 式代入 (7) 式, 并运用积分公式^[7]:

$$\int_0^\infty I_0 \left[\frac{r_1 r_2}{\alpha^2} \right] \exp(E_1 r_1^2) r_1 dr_1 =$$

$$- \exp(-r_2^2 / 4E_1 \alpha^4) / 2E_1 \quad (8)$$

经计算可得 GSM 光束通过有限尺寸透镜聚焦的轴上光强分布为:

$$I(0, \Delta z) = 4\alpha^4 (\pi N_w - u)^2 \times \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^N \frac{A_k A_n^*}{4\alpha^4 (E_1 \delta - B_k)(E_2 \delta - B_n^*) / \delta^2 - 1} \quad (9)$$

$$\text{式中, } \delta = (a/w_1)^2 \quad (10)$$

为光束的截断参数。

分析 (9) 式可知, GSM 光束通过圆形光阑透镜聚焦的轴上光强分布可表示为有限数目的高斯函数的叠加。这样, 便将 (1) 式的双重积分变为 (9) 式的有限项数双重求和, 从而大大提高了计算效率, 节约了机时。

轴上光强极大值位置应满足方程:

$$dI/d\Delta z = dI/du \cdot du/d\Delta z = 0 \quad (11)$$

由 (9) 式和 (11) 式, 经过非常繁杂的计算可得到轴上光强极大值位置与透镜几何焦面的相对偏移量 (即焦移^[8,9]) 的计算公式, 但相应的公式很复杂。因此, 可通过对 (9) 式进行数值计算来确定焦移量。

2 数值计算及结果分析

利用 (9) 式做了数值计算, 典型例示于图 1、图 2。为比较方便, 图中还给出了用 (1) 式直接进行衍射积分计算的结果, 在图中用虚线表示。图 1 给出 GSM 光束的轴上聚焦光强分布, (a) $\delta = 0.2$; (b) $\delta = 4.0$; (c) 给出了靠近透镜出射面附近的轴上光强分布, $\delta = 0.2, \beta = 0.9$ 。图 1b 中“ $\times 10$ ”表示对应曲线的光强值在图中放大了 10 倍。图 2 给出了焦移随 GSM 光束的相干参数 $\beta = (1 + 1/\alpha^2)^{-1/2}$ 的变化。计算所用其它参数: $N_w = 5.0, N = 10, A_k$ 和 B_k 的值如表 1 所示。

由图 1 可以看出, 除靠近透镜出射面附近 (例如, 当 $\Delta z = -0.9$ 时, 对于焦距 $f = 1\text{m}$ 的透镜来说,

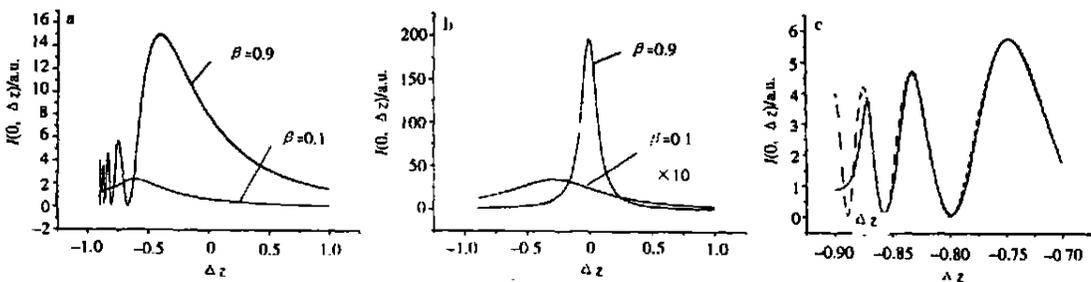


Fig. 1 The axial intensity distributions of GSM beams focused by circular lenses with finite apertures

对应于距离透镜出射面 $l = 0.1\text{m}$ 的位置) 以外, 由 (9) 式和 (1) 式计算得到的轴上聚焦光强分布符合很好。特别是当 GSM 光束的相干参数 β 越小, 即光束的相干性越差时, 二者符合越好。这是由于光束的相干性越好, 透镜的有限尺寸所引起的衍射效应越明显的缘故。由此可见, 笔者所用方法对相干性较差的光束更为适合。虽然, 该方法的计算精度较积分计算略差, 但积分方法计算精度的提高却是以牺牲机时为代价的, 特别是当 GSM 光束的相干性越差以及光束的截断参数越大时, 为了保证计算精度, 积分计算所需的抽样点数大量增加, 从而大幅度增加计算机时。本文中数值计算采用 VC++ 编程, 对于相同的参数和计算精度, 用积分公式 (1) 式计算所用的 CPU 时间是本文中给出的计算公式 (9) 式的 5000 倍以上。

进一步分析图 2 可知, 对于实际工作中非常关心的焦移问题, 上述两种方法所得的结果符合很好, 因此, 在讨论焦移问题时, 可直接采用 (9) 式

进行数值计算, 从而可避免积分计算方法存在的非常耗费机时的缺点, 在保证精度的同时, 又大大节约了计算时间。

3 结论

在将圆形函数近似展开成复高斯函数叠加的基

(上接第 369 页)

统的非线性效应, 影响系统的传输特性。但合理的配置系统的色散分布, 可以有效地抑制系统的非线性效应的影响。

(2) 通过前面几种情况的计算机模拟, DM 孤子在每一种模式中的传输特性都比较理想, 实现了在色散管理周期上恢复孤子的原形。无疑, 对今后系统升级 DM 孤子传输形式具有深远的意义。

参 考 文 献

[1] 吴紫标. 大学物理, 2000, 19(3): 37~ 42.

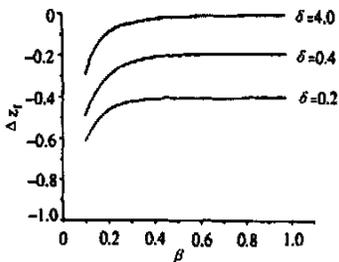


Fig. 2 Focal shift Δz_f varies as a function of coherent parameter β of GSM beams

基础上, 推导出部分相干高斯-谢尔模型光束通过透镜聚焦后的轴上光强分布的近似计算解析公式, 给出了数值计算例, 并与常规的衍射积分方法所得结果进行了比较。研究结果表明, GSM 光束通过圆形光阑透镜聚焦的轴上光强分布可表示为有限数目的高斯函数的叠加。除在很靠近透镜出射面附近以外, 用本文中的复高斯函数叠加方法计算得到的轴上聚焦光强分布与衍射积分所得的结果符合较好, 并且在计算焦移时, 二者符合很好。采用该方法进行计算的优点在于能大幅度地节约机时, 从而有效地提高了计算效率。进一步分析可知, 本方法对于部分相干光的相干性较差以及考察面距离透镜出射面较远时非常适合。若需进一步提高靠近透镜出射面处的计算精度, 一方面可通过适当增加复高斯函数项数 N 来实现, 另一方面, 也可以在透镜出射面附近仍然采用衍射积分来进行计算, 将本文方法与衍射积分方法有机地结合起来, 从而给计算工作带来极大的方便。

参 考 文 献

- [1] Starikov A, Wolf E. J O S A, 1982, 72: 923~ 928.
- [2] Friberg A T, Jsoodol R. Opt Commun, 1982, 41: 383~ 387.
- [3] Friberg A T, Turnuen J. J O S A, 1988, 5(5): 713.
- [4] Lü B D, Zhang B. J Mod Opt, 1995, 42(2): 289.
- [5] Ding D, Liu X. J O S A, 1999, 16(6): 1286~ 1293.
- [6] Wen J, Breazeale M A. J A S A, 1988, 83: 1752~ 1756.
- [7] Erdelyi A, Magnus W, Oberhettinger F *et al.* Table of integral transforms. New York: McGraw-Hill, 1954.
- [8] Li Y, Wolf E. Opt Commun, 1982, 42(3): 151~ 156.
- [9] Li Y, Wolf E. Opt Commun, 1982, 42(4): 211~ 215.

- [2] 钟卫平. 物理, 1999, 28(10): 619~ 623.
- [3] 朱丁安. 电信技术, 1999(4): 11~ 12.
- [4] 钟晓春. 西南交通大学学报, 1998, 33: 202~ 207.
- [5] 张春燕, 叶培大. 北京邮电大学学报, 1997, 20(4): 202~ 207.
- [6] 胡国锋, 黄超译, 李世忱校. 非线性光学. 天津: 天津大学出版社, 1992.
- [7] Govan D S, Foryisak W, Doran N J. Opt Lett, 1998, 23(19): 1523.
- [8] Allestion S B, Harper P, Bennion I. Electronics Letters, 1999, 35(10): 823~ 824.
- [9] 林 宁, 杨伯君, 张晓光 *et al.* 光电子·激光, 2001, 12(2): 185~ 187.
- [10] 清源计算机工作室. Matlab 基础及其应用. 北京: 机械工业出版社, 1999.