

文章编号: 1001-3806(2002)05-0364-03

高阶双曲余弦-高斯光束的传输性质*

朱开成^{1,2,3} 唐慧琴^{1,3} 孙星明³

(¹中南大学应用物理与热能工程系,长沙,410083) (²株洲工学院计算机科学系,株洲,412001)

(³湘潭师范学院物理系,湘潭,411201)

摘要: 引入了高阶双曲余弦-高斯光束,结果表明这类光束在一定参数条件下呈现平顶光束特征。这类光束可用偏心高斯光束或双曲余弦-高斯光束的相干叠加而得到,因而也是傍轴波动方程的解,并讨论了它们在一阶光学系统中的传播性质。

关键词: 双曲余弦-高斯光束;平顶光束;传输

中图分类号: O435 **文献标识码:** A

Propagation of higher-order cosh-Gaussian beams

Zhu Kaicheng^{1,2,3}, Tang Huiqin^{1,3}, Sun Xingming³

(¹ Department of Applied Physics and Heat Engineering, Central South University, Changsha, 410083)

(² Computer Science and Technology Department, Zhuzhou Institute of Technology, Zhuzhou, 412001)

(³ Department of Physics, Xiangtan Normal University, Xiangtan, 411201)

Abstract: Higher-order cosh-Gaussian beams was defined as a higher-order cosh function multiplied by a Gaussian function which may be solutions of the paraxial wave equation for propagation in complex optical systems. The beams can be obtained through coherent combinations of decentered Gaussian beams or cosh-Gaussian beams. And the propagation feature of the beams in free space is also investigated. It is found that the intensity distribution may be flattened.

Key words: cosh-Gaussian beams; flattened beams; propagation

引 言

最近, Casperson 等^[1,2] 引入了所谓的厄米-正(弦)类-高斯光束,他们证明这类光束仍是波动方程在傍轴近似下的解,并且可在实验室中用特殊的切趾光阑或光腔产生;而当这类光束通过一阶 ABCD 光学系统传播时其复曲率半径及平均射线参数均满足 ABCD 定律,只是对场分布引入了一个额外的相移。这类光束的各种特殊情形引起了广泛的研究兴趣,如双曲正(余)弦类-高斯光束、正(余)弦类-高斯光束等^[3]。在这些特殊情形中,双曲余弦-高斯光束因在适当选择参数后可在特定截面上获得具有平顶的场强分布而尤其引人注目^[4~6]。

另外,获得在某个特定截面上场强具有平顶分布的光束在激光的许多应用是有意义的,如激光加工和激光核聚变中,常要用到空间分布的平顶光束,

因而这也一直是引起研究兴趣的主题。近些年来,已提出各种描述平顶场强分布的函数形式,其中最著名的有所谓的超高斯光束。但是描述超高斯光束的特征参数及传播变换只能数值考察,无法得到解析结果。这样,无论从理论上还是从应用的角度,获得既具有平顶场强分布又能解析处理其传播规律与特征参数(至少在傍轴近似下)的光场是很有意义的。基于此,近年来如 Gori 和 Sheppard 等提出了各种平顶光束形式,并有大量的工作讨论它们的传输变换性质^[7~9]。作者引入了一类另外解析形式的光束表达式,它在某些条件下可描述平顶光束。

1 高阶双曲余弦-高斯光束及其传输

定义高阶双曲余弦-高斯光束的数学表达式为双曲余弦的 N 次方与高斯函数的积:

$$E_{\text{ch}N}(x, 0) = \exp(-x^2/w_0^2) \cosh^N(x) \quad (1)$$

而在该输入平面上场的归一化强度分布为:

$$I(x) = A / |E_{\text{ch}N}(x, 0)|^2 = A \exp(-2x^2/w_0^2) \cosh^{2N}(x) \quad (2)$$

* 湖南省教委及中南大学科研基金资助项目。

作者简介:朱开成,男,1958年4月出生。教授。主要从事激光基础理论、光场量子统计性质研究。

收稿日期:2001-09-06;收到修改稿日期:2001-11-07

式中, $A^{-1} = \int |E_{chN}(x, 0)|^2 dx$ 。实际上, 方程(1)还可写为:

$$E(x, 0) = \frac{1}{2^N} \sum_{m=0}^N \frac{N!}{m!(N-m)!} \exp\left[\left(m - \frac{N}{2}\right)^2 \frac{2}{q}\right] \exp\left[-\left(x - \frac{2m - N}{2}\right)^2\right] \quad (3)$$

或

$$E(x, 0) = \frac{1}{2^{N-1}} \sum_{m=0}^{[N/2]} \frac{N! \exp(-x^2)}{\left(\left[\frac{N+1}{2}\right] + m\right)! \left(\left[\frac{N}{2}\right] - m\right)!} \begin{cases} \cosh(2mx) & N \text{ 为偶数} \\ \cosh[(2m+1)x] & N \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (4)$$

式中, w_0 , $x = x/w_0$, 而 $\left[\frac{N}{2}\right]$ 表示括号中的量取整数部分。因此, 方程(3)和(4)表明高阶双曲余弦高斯光束可以写成中心分别位于 $\left(\left(m - \frac{1}{2}N\right), 0\right)$ ($m = 0, 1, \dots, N$) 处、且有相同束腰宽度的 $N + 1$ 个偏心高斯 (decentred Gaussian) 光束以适当权重的相干叠加, 或者通过 $\frac{N}{2} + 1$ 个双曲余弦-高斯光束相干叠加而得。由于傍轴传播波动方程是线性的, 这样上述光束也是满足傍轴传播波动方程的解, 故而这类光束可望在实验上实现。事实上, 利用光束的相干叠加是获得具有新特征光束的有效方法之一^[10,11], 因而, 笔者的讨论不乏理论与实际意义, 此外, 也将高斯光束 ($N = 0$) 与双曲

余弦-高斯光束 ($N = 1$) 给出了统一描述。

依据光束传输理论, 因双曲余弦-高斯光束通过由传输矩阵 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 表征的一阶光学系统传播时遵守 $ABCD$ 定律, 省去不重要的相因子后, 高阶双曲余弦-高斯光束的衍射场分布仍可由广义 Huygens-Fresnel 衍射积分给出:

$$E(x, z) = \frac{i}{B} \int_{-b}^b E(x_0, z=0) \exp\left[-\frac{ik}{2B}(Ax_0^2 - 2x_0x + Dx^2)\right] dx_0 \quad (5)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$ 是波数, 而 λ 是光波波长, b 是狭缝宽度。在无光阑传播情况下, 将方程(1)代入上式并取 $b \rightarrow \infty$, 得到:

$$E(x, z) = \frac{1}{2^N} \sqrt{\frac{q_0}{Aq_0 + B}} \sum_{m=0}^N \frac{N!}{m!(N-m)!} \exp\left[\frac{B(N-2m)^2}{4(Aq_0 + B)}\right] \exp\left[-\frac{q_0 x^2}{q} - \frac{q_0(N-2m)}{Aq_0 + B}x\right] \quad (6)$$

式中, q 与 q_0 分别是输入平面 ($z = 0$) 及传输过程中任意截面 z 上的 q 参数, 其关系由 $ABCD$ 定律给出, 分别为: $q_0 = \frac{i w_0^2}{q}$, $\frac{1}{q} = \frac{C + D/q_0}{A + B/q_0}$ (7)

学系统时的传输规律。对于自由传播情形, 有:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

于是方程(6)可写为:

方程(6)就是高阶双曲余弦-高斯光束通过无光阑光

$$E(x, z) = \frac{1}{2^N} \sqrt{\frac{i N_w}{1 + i N_w}} \exp\left[-\frac{i N_w x^2}{1 + i N_w}\right] \sum_{m=0}^N \frac{N!}{m!(N-m)!} \exp\left[\frac{i N_w(N-2m)x + (N-2m)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 + i N_w}\right] = \frac{1}{2^{N-1}} \sqrt{\frac{i N_w}{1 + i N_w}} \exp\left[-\frac{i N_w x^2}{1 + i N_w}\right] \times \begin{cases} \exp\left[\frac{(2m+1)^2}{4(1+iN_w)}\right] \cosh\left[\frac{(2m+1)i N_w x}{1+iN_w}\right] & N \text{ 为奇数} \\ \exp\left[\frac{m^2}{1+iN_w}\right] \cosh\left[\frac{2mi N_w x}{1+iN_w}\right] & N \text{ 为偶数} \end{cases} \quad (9)$$

式中, $N_w = w_0^2/z$ 是 Fresnel 数。它仍是偏心高斯光束或双曲余弦-高斯光束以不同权重的相干叠加, 但不再有方程(1)的形式, 这说明这类光束在传输变换时不能保持自身的场分布形式不变, 其物理诠释

是变换(6)式中含复宗量双曲余弦函数, 因而, 与实宗量的光束有不同的传输变换行为^[1]。显然, 在 $z \rightarrow \infty$ 的远场, 这类光束演变成:

$$E(x, z) = \frac{1}{2^{N-1}} \exp[-(N_w^2 + i N_w)x^2] \sum_{m=0}^{[N/2]} \frac{N!}{m\left(\left[\frac{N}{2}\right] - m\right)! \left(\left[\frac{N+1}{2}\right] + m\right)!} \times$$

$$\begin{cases} \exp\left[\frac{(2m+1)^2}{4}\right] \cos[(2m+1)N_w x] & N \text{ 为奇数} \\ \exp(m^2) \cos(2mN_w x) & N \text{ 为偶数} \end{cases} \quad (10)$$

2 数值结果与讨论

上述结果虽有解析结果,但仍很复杂。下面用数值方法讨论高阶双曲余弦-高斯光束在传输过程中不同截面上的归一化强度分布。图 1a 是 N 一定、不同 α 值时,输入截面 ($z=0$) 上强度分布;而图 1b 是在适当 N 值时,输入截面 ($z=0$) 上呈现的平顶强度分布。随 N 增大,场的平顶结构变宽。因而高阶双曲余弦-高斯光束在适当的参数条件下具有平顶光束的特点,这给出平顶光束一个另外形式的描述,故而不乏理论和实际意义。

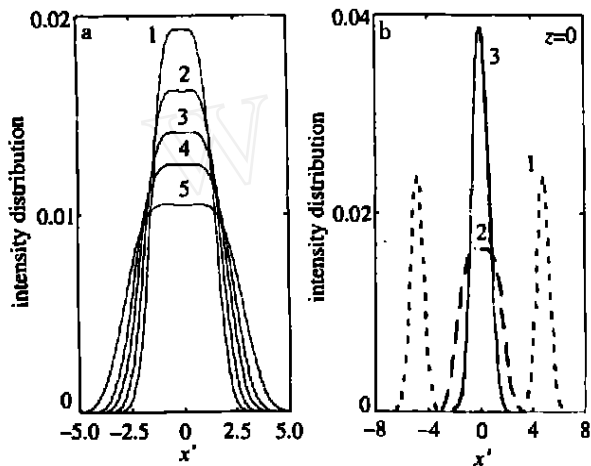


Fig. 1 a - normalized intensity distributions of $I(x)$ versus $x = x/w_0$ at the $z=0$ plane, where N and α are: (1) 4, 0.71; (2) 8, 0.504; (3) 15, 0.367; (4) 25, 0.284; (5) 50, 0.201, respectively
b - normalized intensity distributions $I(x)$ versus $x = x/w_0$ for $N=8$ but different α are (1) 1.2; (2) 0.504; (3) 0.30, respectively, at the $z=0$ plane

在图 2 中,给出了当呈平顶光束位形时在 Fresnel 衍射区(近场衍射情形, $N_w = 1.0$) 及 Fraunhofer 衍射区(远场衍射情形, $N_w = 0.001$) 的相应截面上的光场强度分布。对比图 1b 给出输入平面上的光场强度分布,显然, Fresnel 衍射区的光场强度分布与输入平面上的场强分布几乎没有区别,但在 Fraunhofer 衍射区,场强不再有平顶结构,而是呈现单峰位形。此外,对比图 1a 可知, N 愈小,在 Fraunhofer 衍射区扩展得也愈宽。

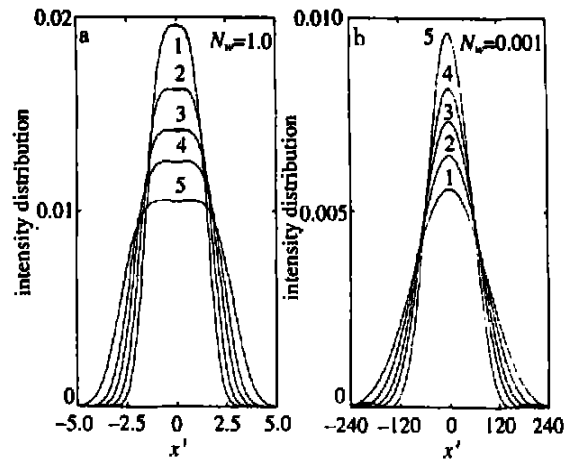


Fig. 2 Same as Fig. 1a, but at the Fresnel diffraction region ($N_w = 1.0$) and the Fraunhofer diffraction region ($N_w = 0.001$), respectively

总之,高阶双曲余弦-高斯光束在适当参数条件下给平顶光束的描述提供了一个新的途径,类似于 Gori 及其它平顶光束,其传输变换等也可解析处理;它可表为偏心高斯光束或双曲余弦-高斯光束的线性叠加,因而满足傍轴传播波动方程。当呈平顶分布时,自由空间传输的近场衍射区(Fresnel 衍射区)的光场强度分布几乎与输入平面上的场强分布结构没有差别,输入平顶场强分布仍呈平顶分布结构。

参 考 文 献

- [1] Casperson L W, Hall D G, Tovar A A. J O S A, 1997, 12: 3341 ~ 3348.
- [2] Casperson L W, Tovar A A. J O S A, 1998, A15: 954.
- [3] L ü B D, Ma H. J Mod Opt, 1999, 46: 719 ~ 723.
- [4] 王喜庆, 柯尊平, 吕百达. 激光技术, 2001, 25(2): 121 ~ 125.
- [5] L ü B D, Zhang B, Ma H. Opt Lett, 1999, 24: 640 ~ 643.
- [6] L ü B D, Ma H, Zhang B. Opt Commun, 1999, 164: 165 ~ 170.
- [7] Gori F. Opt Commun, 1994, 107: 335 ~ 341.
- [8] Sheppard C J R, Saghaei S. Opt Commun, 1996, 132: 144 ~ 152.
- [9] 罗时荣, 吕百达, 张 彬. 光学学报, 2000, 20: 1213 ~ 1217.
- [10] Strohschein J D, Sequin H J J, Capijack C E. Appl Opt, 1998, 37: 1045 ~ 1048.
- [11] L ü B D, Ma H. J O S A, 2000, A17: 2005 ~ 2009.