

文章编号: 1001-3806(2002)04-0284-03

衍射受限光学系统激光光场的数值模拟*

凌东雄^{1,2} 李俊昌^{1,2} 李行一¹

(¹昆明理工大学激光应用研究所,昆明,650093) (²华中科技大学激光技术国家重点实验室,武汉,430074)

摘要: 采用沿衍射受限界面分割光学系统的方法,对衍射受限光学系统的激光光场进行数值计算,并给出了高斯光束的模拟结果。

关键词: 激光光场计算;衍射受限界面;柯林斯公式;快速傅里叶变换

中图分类号: O438.2;O436.1 **文献标识码:** A

Numerical simulation of laser field across the diffraction-limited optics system

Ling Dongxiong^{1,2}, Li Junchang^{1,2}, Li Xingyi¹

(¹ Institute of Laser Application, Kunming University of Science and Technology, Kunming, 650093)

(² National Laboratory of Laser Technology, HUST, Wuhan, 430074)

Abstract: Laser field across the diffraction-limited optical system has been numerically investigated by separating an optical system as some serial subsystems along the diffraction-limited interface. The simulated results of Gaussian laser beams are presented in the paper.

Key words: laser field calculation; diffraction-limited interface; Collins formula; fast Fourier transform (FFT)

引言

计算光学系统中激光的衍射光场有两种常用的方法,第 1 种方法为按菲涅耳近似公式^[1]直接处理,即逐次计算光波场在自由空间、通过光学系统元件和孔径光阑时的衍射,得到成像空间的衍射场,但该方法计算量较大;另外一种方法是首先写出傍轴光学系统的 $ABCD$ 矩阵,然后利用柯林斯公式^[2]来计算光学系统的衍射光场。由于柯林斯公式将光学系统的衍射积分与 $ABCD$ 矩阵联系起来,使得繁杂的衍射运算大为简化,并且,由于该公式广泛适用于近轴 $ABCD$ 光学系统,因此,诸多研究人员已将其应用于衍射受限光学系统^[3~5]。本文中采用后一种方法对衍射受限界面(如孔径光阑等)光学系统的激光光场进行数值模拟。首先按衍射受限界面分割光学系统,然后再利用柯林斯公式对子光学系统中激光的衍射光场进行分段数值计算。利用这种方法,对高斯光束通过由孔径光阑和透镜的组成的简单光学系

统的空间光场进行了数值计算。

1 柯林斯公式及其讨论

柯林斯将傍轴透镜系统的衍射积分形式用光线矩阵来替代,将用于描述光学谐振腔的衍射理论与描述光线传输的矩阵光学理论联系到一起,使得衍射积分大为简化。柯林斯在满足波方程的光程函数(eikonal function)中引入光线矩阵,并利用入射平面和出射平面能量守恒原理,得到傍轴 $ABCD$ 光学系统的衍射积分形式^[2,6]:

$$E_N(x_N, y_N) = -\frac{ik \exp(i k L_0)}{2 C} \times E_0(x_0, y_0) \exp \frac{ik}{2 C} [L(x_0^2 + y_0^2) D - (x_0 x_N + y_0 y_N) + A(x_N^2 + y_N^2)] dx_0 dy_0 \quad (1)$$

式中, L_0 为光程,波数 $k = 2\pi / \lambda$, λ 为光波长。

对于对称光学系统,光线在输入平面和输出平面的位置满足以下的几何光学光线矩阵:

$$\begin{pmatrix} n_N p_N \\ x_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 p_1 \\ x_0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中, n_N, n_1 分别为入射平面和出射平面的折射率, p_N, p_1 分别为入射平面和出射平面上光线的轴向斜率。

为了说明问题,首先考虑单个薄透镜。假定薄

* 华中科技大学激光技术国家重点实验室研究基金资助项目。

作者简介:凌东雄,男,1964 年 12 月出生。副教授,硕士生导师。主要从事光电信息方面的教学和科研工作。

收稿日期:2001-07-10;收到修改稿日期:2001-10-15

透镜的焦距为 f , 放置在与入射平面和出射平面分别相距为 d_1 和 d_2 处, 则相应的光线矩阵元素为:

$$A = (f - d_1)/f, C = [f^2 - (f - d_1)(f - d_2)]/f, D = (f - d_2)/f \quad (3)$$

由 (2), (3) 式, 得到单透镜系统衍射光场的积分形式:

$$E_2(x_2, y_2) = -\frac{ik}{2} \frac{f e^{ikL_0}}{[f^2 - (f - d_1)(f - d_2)]} E_0(x_0, y_0) \times \exp\left\{ \frac{ikf[(x_0^2 + y_0^2)(f - d_2) - 2f(x_0x_2 + y_0y_2)] + (f - d_1)(x_2^2 + y_2^2)}{2[f^2 - (f - d_1)(f - d_2)]} \right\} dx_0 dy_0 \quad (4)$$

如果 $d_1 = d_2$, 由 (4) 式可知, 输出平面的衍射场为输入光场的傅里叶变换, 这与傅里叶光学的结果是一致的; 再者, 如果 $f \rightarrow \infty$, (4) 式即变为自由空间的菲涅耳衍射积分形式; 另外, 当输入平面和输出平面为共轭面, 即满足几何光学的物、像平面关系时, $C = 0$, 此时, E_0 和 E_N 成比例关系, 或称 E_N 为 E_0 像。由上分析可知, 当积分限 $\rightarrow \infty$, 观测平面是傍轴光学系统的像平面时, 柯林斯公式得到的结果是无衍射受限的理想像光场。

2 衍射受限光学系统激光光场的模拟方法

对无衍射受限光学元件的光学系统, 利用柯林斯公式, 可以精确地计算出衍射光场。再者, 由于柯林斯公式对入射平面光波场的具体形式并无限制, 因此, 柯林斯公式适用于入射平面是衍射受限的光学系统。据此, 可以将任何一个实际光学系统沿其衍射受限界面分割为若干相互串连的子光学系统, 这样, 内部衍射受限界面变为一个入射界面, 而在该入射界面上的光场分布可以由上一子系统的出射光场和该界面的复振幅透过率的乘积来确定。当光波通过光学系统时, 利用柯林斯公式逐级计算光波通过每一个子光学系统入射面(可以是衍射受限界面)光场的衍射, 最后便能较准确地模拟内部存在衍射受限元件的整个光学系统的光波场。

为了说明该计算方法, 考虑如图 1 所示的光学系统。假定用半径为 r_0 , 波长为 λ 的高斯激光束沿

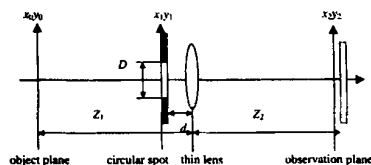


Fig. 1 The sketch of the optical system containing diffraction-limited interface

系统对称轴入射到物平面上。距物平面 Z_1 处有一焦距为 f 、直径较大的薄透镜对该高斯光束进行变换, 在透镜前 d 处放一直径为 D 的圆形孔径光阑, 并在透镜后 Z_2 处放置观测屏。由上节的分析, 如果光学系统各元件对衍射的限制作用可以忽略, 且 $Z_1 = Z_2 = 2f$, 则在观测屏上将探测到物平面光波场

的倒立实像。为了考虑圆孔光阑对光场的限制作用, 采用上述方法将光学系统沿透镜前面的圆孔光阑将光学系统分割为前、后两个光学子系统, 如图 2 所示。图中, 衍射受限界面即圆孔光阑平面。

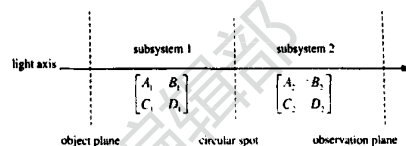


Fig. 2 The scheme of numerical simulation of the diffraction-limited optical system

根据图 1 所示的参数, 可以写出两个光学子系统的光线矩阵元:

$$\begin{aligned} A_1 &= 1, B_1 = 0, C_1 = Z_1 - d, D_1 = 1 \\ A_2 &= 1 - d/f, B_2 = -1/f, C_2 = Z_2 - d(Z_2 - f)/f, \\ D_2 &= -Z_2/f + 1 \end{aligned} \quad (5)$$

光学系统经过上述分割后, 由柯林斯公式 (1), 可写出到达圆孔光阑的光场分布即菲涅耳衍射场:

$$E_1(x_1, y_1) = -\frac{ik \exp[ik(Z_1 - d)]}{2C_1} \exp\left[\frac{ikA_1}{2C_1}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \left\{ E_0(x_0, y_0) \exp\left[\frac{ikD_1}{2C_1}(x_0^2 + y_0^2)\right] \right\} \times \exp\left[-\frac{ik}{C_1}(x_0x_1 + y_0y_1)\right] dx_0 dy_0 \quad (6)$$

式中, $E_0(x_0, y_0)$ 为入射光束的光场分布。令 $x_1 = x_0/C_1$, $y_1 = y_0/C_1$, 并引入傅里叶变换符号 $\mathcal{F}\{\}$, (6) 式变为:

$$E_1(x_1, y_1) = -i C_1 \exp[ik(Z_1 - d)] \times \exp\left[\frac{ikA_1}{2C_1}(x_1^2 + y_1^2)\right] \mathcal{F}\{E_0(x_0, y_0) \exp[iD_1 C_1(x_0^2 + y_0^2)]\} \quad (7)$$

按 (7) 式, 对 $E_0(x_0, y_0)$ 进行相应的傅里叶变换, 即可求得 $E_1(x_1, y_1)$ 的结果, 因此, 通过圆孔光阑后的光场, 即子光学系统 2 入射界面上的光场分布, 可以表示为 $E_1(x_1, y_1)$ 与圆孔光阑的复振幅透过率的乘积。对图 1 所示的圆孔光阑, 复振幅透过率可以用圆域函数来表示:

$$T(x_1, y_1) = \text{circ}(2\sqrt{x_1^2 + y_1^2}/D) \quad (8)$$

采用类似方法对光学子系统 2 进行计算,最后得到像平面上的光场:

$$E_2(x_2, y_2) = -i C_2 \exp[i k(Z_2 + d)] \times \exp\left[\frac{ikA_2}{2C_2}(x_2^2 + y_2^2)\right] F\{E_1(\rho_2, \rho_2) \times T(\rho_2, \rho_2) \exp[i D_2 C_2(\rho_2^2 + \rho_2^2)]\} \quad (9)$$

式中, $\rho_2 = x_2/C_2$, $\rho_2 = y_2/C_2$ 。

对图 1 所示的光学系统,只要利用(5)式~(9)式,即可计算出像平面上的光场,而傅里叶变换可以采用快速傅里叶变换(FFT)方法^[7]来计算。

根据以上分析,对于更一般的衍射受限光学系统,只要沿衍射受限面将光学系统分割为若干个子系统,并确定出每一个衍射受限面对应的复振幅透过率,便可利用柯林斯公式 FFT 方法对衍射光场进行快速模拟。

3 模拟结果及讨论

用 FFT 方法,对图 1 所示光学系统进行了模拟计算。为了直观地获得结果,假定激光束为厄米高斯光束。事实上,对任意的激光束,均可采用上节介绍的方法。计算参数为: $Z_1 = 2f$, $Z_2 = 2f$, $r = 4\text{mm}$, $\lambda = 10.6\mu\text{m}$, $d = 10\text{mm}$, $f = 95\text{mm}$, $D = 7\text{mm}$ 。计算步骤为:首先根据入射光场分布和(5),(7)两式进行 FFT 计算,得到经自由空间到达圆孔光阑时的衍射光场;然后考虑圆孔光阑对光束传播的限制作用,利用圆域函数将边缘部分的光场滤除;最后,利用(5),(7)两式,再次进行 FFT 计算,得到观测平面光场分布。

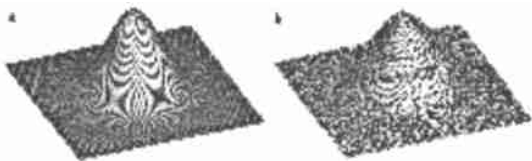


Fig. 3 Simulation results of light field distribution of TEM₀₀ mode ($D = 7\text{mm}$)
a - incident beams across the object plane b - the observation plane

对入射光束为 TEM₀₀, TEM₀₁, TEM₁₁ 模的计算结果参见图 3、图 4、图 5。由图分析可知:像平面上的光场分布与的物平面上入射光束的光场分布有较大的差异。因此,当透镜前存在圆孔光阑时,由于该光阑对衍射的限制作用,在像平面上不能获得理想的像。还对不同直径的圆孔光阑进行了计算,结果表明:若 $D > 12\text{mm}$,在像平面上的光场为理想的像,参见图 6 ($D = 12\text{mm}$)。另外,对入射光束光场

和到达圆孔光阑平面的光场进行了比较,结果发现,除了位相变化外,两界面上的光场分布完全一致,这一结果证实了高斯光束在自由空间中具有良好的传输特性。

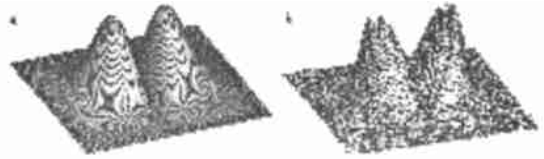


Fig. 4 Simulation results of light field distribution of TEM₀₁ mode ($D = 7\text{mm}$)

a - incident beams across the object plane b - the observation plane



Fig. 5 Simulation results of light field distribution of TEM₁₁ mode ($D = 7\text{mm}$)

a - incident beams across the object plane b - the observation plane

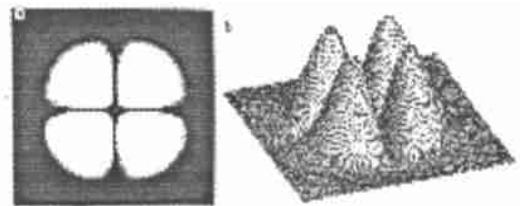


Fig. 6 Light field distribution of TEM₁₁ mode across the observation plane ($D = 12\text{mm}$)

4 结论

(1) 由于元件的孔径效应和光阑等元件对衍射的限制作用,在像平面不能得到理想的像。(2) 若光学系统内部存在限制衍射的元件,只要沿该元件所在界面将光学系统分割为若干个子系统,并确定出每一界面对应的复振幅透过率,便能利用柯林斯公式对衍射光场进行分段模拟。

参考文献

- [1] 高隽,王浩,陆阳 *et al.* 中国激光,1997,24:957~960.
- [2] Collins S A. J O S A, 1970,60:1168.
- [3] L ÜB D, Ma H. Opt Commun, 1999,164:165~170.
- [4] Belafhal A, Ibnchaikh M. Opt Commun, 2000,186:269~276.
- [5] 王喜庆,吕百达. 物理学报, 2001,50(4):682~685.
- [6] 卢亚雄,杨亚培,陈淑芬. 激光束传输与变换技术. 成都:电子科技大学出版社,1999.
- [7] 黄贤武,王加俊,李家华. 数字图像处理与压缩编码技术. 成都:电子科技大学出版社,2000.