

文章编号: 1001-3806(2002)04-0277-02

激光光斑的高斯拟合

孔 兵 王 昭 谭玉山

(西安交通大学激光与红外研究所,西安,710049)

摘要: 给出了激光光斑的高斯拟合及其改进算法,实验表明,拟合曲线与原始实验数据达到很好的逼近,而且还可以估计出饱和区的实际光强。

关键词: 激光光斑;高斯拟合;最小二乘原理

中图分类号: O435 文献标识码: A

Gaussian fitting technique of laser spot

Kong Bing, Wang Zhao, Tan Yushan

(Institute of Laser & Infrared Technology Application, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049)

Abstract: The algorithm of Gaussian fitting and an ameliorated one are presented. The experiment results show that the fitting curve approximates to the original experiment data, the intensity of saturation area can be estimated.

Key words: laser spot; Gaussian fitting; least square method (LSM)

引 言

随着激光的日益广泛应用,不仅对光束质量提出了各种不同的需求,同时,对光束质量的检测也提出了更高的要求^[1]。对于大多数需要分析的光束而言,其理想的光斑光强分布应该满足高斯分布^[2],基于这一前提,提出了激光光斑的高斯拟合算法及其改进算法,并以求取激光光斑在一定强度下的光斑直径为例介绍这种算法的应用。

1 高斯拟合原理

假设激光光斑在一维空间(x)的光强分布符合高斯分布,采样序列为: $(x_1, I_1), (x_2, I_2), \dots, (x_N, I_N)$ 。

取高斯模板函数为:

$$I = H \exp\{- (x - x_0)^2 / \sigma^2\} + I_0 \quad (1)$$

式中, H, x_0, σ^2, I_0 为待定参数。

$$\text{参数 } I_0 \text{ 定为: } I_0 = \min\{I_1, I_2, \dots, I_N\} \quad (2)$$

$$\text{对(1)式变形整理得: } y = ax^2 + bx + c \quad (3)$$

式中,

作者简介:孔 兵,男,1975 年 8 月出生。博士研究生。现从事高精度三维测量、数字图像处理等方面的研究工作。

收稿日期:2001-07-02;收到修改稿日期:2001-08-03

$$\begin{cases} y = - \ln(I - I_0) \\ a = 1/\sigma^2 \\ b = - 2x_0/\sigma^2 \\ c = x_0^2/\sigma^2 - \ln(H) \end{cases} \quad (4)$$

根据最小二乘原理^[3],参数 a, b, c 由下式确定:

$$\begin{bmatrix} \overline{x^2} & \overline{x} & 1 \\ \overline{x^3} & \overline{x^2} & \overline{x} \\ \overline{x^4} & \overline{x^3} & \overline{x^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{y} \\ \overline{xy} \\ \overline{x^2 y} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中,

$$\begin{cases} \overline{x^n} = \sum_{i=1}^N x_i^n / N \quad (n = 1, 2, 3, 4) \\ \overline{x^m y} = \sum_{i=1}^N x_i^m y_i / N = \\ - \sum_{i=1}^N x_i^m \ln(I_i - I_0) / N \quad (m = 0, 1, 2) \end{cases} \quad (6)$$

由(4)式便可求出(1)式中的各参数如下:

$$\begin{cases} \sigma^2 = 1/a \\ x_0 = - b/2a \\ H = \exp\{b^2/4a - c\} \end{cases} \quad (7)$$

2 实验装置及光斑直径的确定

实验装置如图 1 所示,扩束后的激光照在白色接受屏上,由 CCD 摄像机对屏上的激光接收输入计算机进行分析处理。激光光源采用稳频特性较好的

He-Ne 激光器,稳定工作电流为 12mA,稳定输出功率为 24mW。图 2 为接收到的一帧光斑图像(加入标记处理),图像中存在一些较大的散斑噪声及 CCD 本身存在电子噪声(白噪声)。

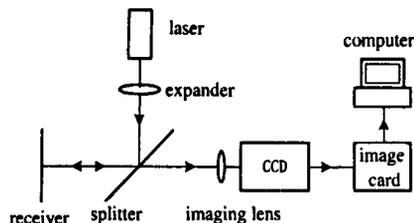


Fig. 1 The experiment setup

首先,提取光斑中心,假定图像尺寸为 $M \times N$,光斑中心按照重心法来确定,如下式:

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M j \cdot I(i, j)}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I(i, j)}$$

$$y_0 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M i \cdot I(i, j)}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I(i, j)}$$

按照(8)式确定的光斑中心如图 2 中的十字线所示。

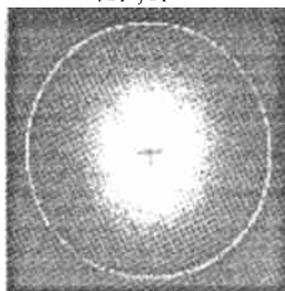


Fig. 2 The laser spot

其次,沿通过光斑中心的横线作出光强在一维空间(x)的分布如图 3a 中的虚线所示,由于测量中采用固体摄像机 CCD 接收光强,接收到的光强为无量纲的灰度值(0~255)。在此采用窗口为 9 的中值滤波,如图 3b 中的点划线所示,可以获得较好的降噪效果。图像采集卡的有效数据位数为 8 位,当光强太强时,容易导致数据饱和,反映在图 3 中在原始及中值滤波光强分布曲线中的峰值出现较宽的一段平直区。当由滤波曲线采用(5)式计算高斯参数时,该饱和区将会对计算出的参数具有较大的影响,另外,由于采用高斯拟合时应用到自然对数函数,故也要去掉使得在自然对数中出现 0 或负数的那些点,因此,在应用(5)式对其系数(6)式改进如下:

$$\begin{cases} \overline{x^n} = \frac{\sum_{i \in E} x_i^n}{\sum_{i \in E} 1} \quad (n = 1, 2, 3, 4) \\ \overline{x^m y} = \frac{\sum_{i \in E} x_i^m y_i}{\sum_{i \in E} 1} \\ - \frac{\sum_{i=1}^N x_i^m \ln(I_i - I_0)}{\sum_{i \in E} 1} \quad (m = 0, 1, 2) \end{cases} \quad (9)$$

式中, E 表示参与计算的光强点的集合,表示如下:

$$E = \{ (x_i, I_i) \mid I_i < I_{\max} \text{ and } I_i > I_0 \} \quad (10)$$

图 3c 中的实线即为拟合的高斯曲线,图 3d 为 3 种数据的比较,可以看出拟合曲线与滤波曲线达到很好的逼近,而且不受光强饱和的影响,能够估计出饱和区的实际光强(超过饱和值 255)。

最后,根据高斯参数便可进行光斑的分析,在此以求取一定光强(光强归一化后的相对光强)下的光斑直径 d 为例,

$$d = 2 \sqrt{-2 \ln(I_r)} \quad (11)$$

式中, I_r 即为光强归一化后的相对光强。

由于采用高斯拟合的方法,光斑直径可以达到亚像素级的精度,当相对光强为 0.1353 时(图 3 中的横坐标),由(11)式确定光斑直径为 180.4 像素单位,由于整幅图像水平所对应的距离为 90mm,水平方向的像素数为 400,则相应的激光光斑直径约为 40.6mm,如图 2 中的圆所示。

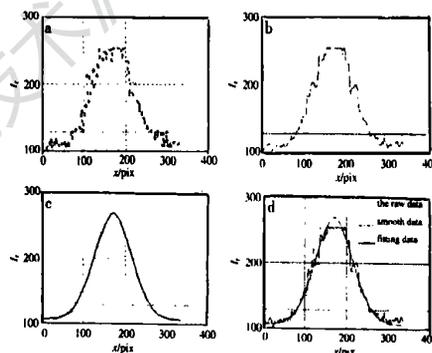


Fig. 3 The intensity distribution

a - the raw intensity b - the smoothed result c - the fitted result d - the comparison

3 结论

给出了光斑的高斯拟合算法,实验表明,改进后的高斯拟合算法不受光斑中饱和区域的影响,拟合曲线与原始实验数据达到很好的逼近,而且可以估计出饱和区的实际光强。

参考文献

- [1] 余兰山. 华中师范大学学报(自然科学版), 1996, 30(1): 46~48.
- [2] 李伦, 巩马理, 刘兴占 *et al.* 激光技术, 2000, 24(6): 405~408.
- [3] 陈明达, 凌永祥. 计算方法(工程类). 西安: 西安交通大学出版社, 1992.