

文章编号: 1001-3806(2002)01-0038-03

二次曝光分数傅里叶变换全息图*

曾阳素^{1,2} 张怡霄¹ 高峰¹ 谢世伟¹ 郭永康¹

(¹四川大学物理系, 成都, 610064) (²邵阳师专物理系, 邵阳, 422000)

摘要: 提出了二次曝光分数傅里叶变换全息图, 分析了它的性质, 制作了二次曝光分数傅里叶变换全息图, 讨论了其再现条件的特殊性和它的应用。

关键词: 分数傅里叶变换; 分数傅里叶变换全息图; 二次曝光

中图分类号: O438.2 文献标识码: A

Double exposure fractional Fourier transform hologram

Zeng Yangsu^{1,2}, Zhang Yixiao¹, Gao Feng¹, Xie Shivei¹, Guo Yongkang¹

(¹ Department of Physics, Sichuan University, Chengdu, 610064)

(² Department of Physics, Shaoyang Teacher's College, Shaoyang, 422000)

Abstract: The double exposure fractional Fourier transform hologram (D-EFRTH) is presented and analyzed in the paper. Based on a fabricated D-EFRTH, its performances are analyzed and its special reconstruction condition and applications are discussed.

Key words: fractional Fourier transform(FRT); fractional Fourier transform hologram(FRTH); double exposure

引言

自 1993 年 Mendlovic 和 Ozaktas 等人将分数傅里叶变换(FRT)引入到光学中以后^[1], 引起了人们的极大关注, 目前, 人们对其性质, 光学实现及应用做了多方面的研究^[2~4]。郭永康等人指出^[5], 利用光波经傅里叶变换后在分数域上的场分布与分数阶有关的性质, 可记录一种既包含物体信息又包含有系统参量信息的分数傅里叶变换全息图。在此基础上, 我们进一步提出一种二次曝光分数傅里叶变换全息图(D-EFRTH)。这种全息图和普通全息图不同, 它是在一块感光板上通过二次曝光, 分别记录两个不同的物光波经不同阶的分数傅里叶变换的波前。它需要在两个特定的分数傅里叶变换系统才能分别再现所记录的物体信息, 即再现像分别与再现系统的分数傅里叶变换阶数有关。利用其再现方式的特殊性, 可制成一种新的安全认证系统或防伪系统。

1 二次曝光分数傅里叶变换全息图

1.1 记录

分数傅里叶变换全息图(FRTH)是在分数傅里叶变换域上用全息的方法记录下物光波的分数傅里叶变换分布。二次曝光分数傅里叶变换全息图就是在同一块感光板上记录两个不同物体的分数傅里叶

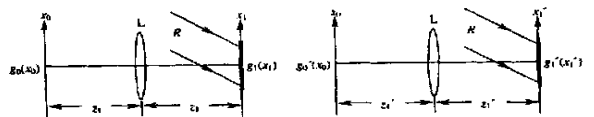


Fig. 1 Recording of D-EFRTH

变换全息图, 如图 1 所示。图中, $g_0(x_0)$ 与 $g'_0(x'_0)$ 是 2 个不同的物函数, $g_1(x_1)$ 与 $g'_1(x'_1)$ 分别对应于 $g_0(x_0)$ 与 $g'_0(x'_0)$ 的 P_1 与 P'_1 阶分数傅里叶变换, 即^[6]:

$$g_1(x_1) + F^{P_1}[g_0(x_0)] = \int_{-\infty}^{\infty} B_{P_1}(x_0, x_1) g_0(x_0) dx_0 \quad (1)$$

$$g'_1(x'_1) = F^{P'_1}[g'_0(x'_0)] = \int_{-\infty}^{\infty} B_{P'_1}(x_0, x'_1) g'_0(x'_0) dx_0 \quad (2)$$

式中, B_{P_1} , $B_{P'_1}$ 分别为相应的 FRT 的核函数。

对于 Lohmann iv 型光学装置^[6], 透镜的焦距 f

* 国家自然科学基金及四川大学青年基金资助项目。

作者简介: 曾阳素, 男, 1958 年 9 月出生。副教授, 博士研究生。从事信息光学等方面的研究。

收稿日期: 2001-03-07

与输入面到透镜的距离 z 应满足条件:

$$f = f_1 / \sin(P\pi/2), z = f_1 \tan(P\pi/4) \quad (3)$$

式中, $f_1 = f \cdot \sin(P\pi/2)$ 称为标准焦距。将 (3) 式代入 (1) 式与 (2) 式, 可得:

$$g_1(x_1) = \int g_0(x_0) \exp\{i\pi(x_0^2 + x_1^2) / [\lambda \sin(P_1\pi/2) \tan(P_1\pi/2)]\} \cdot \exp\{-i2\pi\lambda_0 x_1 / [\lambda \sin^2(P_1\pi/2)]\} dx_0 \quad (4)$$

$$g_1'(x_1') = \int g_0'(x_0) \exp\{i\pi(x_0^2 + x_1'^2) / [\lambda \sin(P_1'\pi/2) \tan(P_1'\pi/2)]\} \cdot \exp\{-i2\pi\lambda_0 x_1' / [\lambda \sin^2(P_1'\pi/2)]\} dx_0 \quad (5)$$

式中, λ 是记录光波长。设 R 为记录时的参考光, 两次曝光时间为 t_1 和 t_2 , 在线性记录条件下, 全息图的振幅透射系数 τ_h 与曝光量成正比, 即:

$$\tau_h \propto t_1 |g_1(x_1) + R|^2 + t_2 |g_1'(x_1') + R|^2 = t_1(|g_1|^2 + |R|^2) + t_1 g_1^* R + t_1 g_1 R^* + t_2(|g_1'|^2 + |R|^2) + t_2 g_1'^* R + t_2 g_1' R^* \quad (6)$$

1.2 再现

由原参考光 R 照明全息图, 将再现出物光波 $g_0(x_0)$ 和 $g_0'(x_0)$ 分别经 P_1, P_1' 阶分数傅里叶变换后的光场。

由 (6) 式得再现光波为:

$$i = t_1[|g_1(x_1)|^2 + |R|^2] + t_1 g_1(x_1)^* R^2 + t_1 g_1(x_1) |R|^2 + t_2[|g_1'(x_1')|^2 + |R|^2] R + t_2 g_1'(x_1')^* R^2 + t_2 g_1'(x_1') |R|^2 \quad (7)$$

(7) 式中第 1, 4 两项包含零级光和晕轮光; 第 2, 5 两项是共轭像项; 第 3, 6 两项是原始像项。单独考虑原始像项:

$$\left. \begin{aligned} t_1 |R|^2 g_1(x_1) &= t_1 |R|^2 F^{P_1} [g_0(x_0)] \\ t_2 |R|^2 g_1'(x_1') &= t_2 |R|^2 F^{P_1'} [g_0'(x_0)] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其复振幅为:

$$A = t_1 |R|^2 g_1(x_1) + t_2 |R|^2 g_1'(x_1') \quad (9)$$

强度为: $I \propto AA^*$ 。

要得到物体 $g_0(x_0)$ 与 $g_0'(x_0)$ 的像, 需对全息图的再现光场实行与原变换阶 P_1, P_1' 相匹配的 P_2, P_2' 阶分数傅里叶变换。两原始像项再分别经 P_2, P_2' 阶分数傅里叶变换到达输出面 x_2 和 x_2' , 其光场分布为:

$$\left. \begin{aligned} g_2(x_2) &= F^{P_2} \{ t_1 |R|^2 F^{P_1} [g_0(x_0)] \} = \\ & t_1 |R|^2 F^{P_1+P_2} [g_0(x_0)] \\ g_2'(x_2') &= F^{P_2'} \{ t_2 |R|^2 F^{P_1'} [g_0'(x_0)] \} = \\ & t_2 |R|^2 F^{P_1'+P_2'} [g_0'(x_0)] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

根据分数傅里叶变换的周期性, 当 $P_1 + P_2 = 4$ 或 $P_1' + P_2' = 4$ 时, 在输出面上将获得物体的等大而正立的像。特别是:

$$\left. \begin{aligned} \text{当 } P_1 + P_2 = 2 \text{ 时,} \\ g_2(x_2) &\propto F^2 [g_0(x_0)] = g_0(-x_0) \\ \text{当 } P_1' + P_2' = 2 \text{ 时,} \\ g_2'(x_2') &\propto F^2 [g_0'(x_0)] = g_0'(-x_0) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

即最后的再现光场是相应的物光场的坐标反演。在 2 个不同输出面上将分别获得与原物等大而倒立的像。如图 2 所示。也就是说, 利用 FRT 的周期性和再现像的位置与再现系统与分数阶有关的特性, 可在不同位置再现出不同物的像, 而其余信息则形成背景噪声。

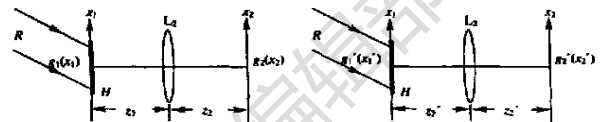


Fig. 2 Reconstruction of D-EFRTH

二次曝光分数傅里叶变换全息图不仅记录了两个不同物体的信息, 而且还记录了相应两个系统的信息, 如透镜的焦距 f , 物体与透镜的距离 z_1, z_2 。其再现有以下特性: 普通二次曝光傅里叶变换全息图只能在一个位置观察其再现像, 且两个再现像互相重叠干扰严重, 而二次曝光分数傅里叶变换全息图的两个再现像一般在两个不同的位置(只有当 $P_1 = P_1', P_2 = P_2', z_1 = z_2'$ 时, 两再现像的位置重合), 两个再现像之间干扰很小; 只需适当选取记录时物体与透镜的距离 z_1, z_1' , 便可使两个再现像之间的距离在很大范围内变化, 即可远可近; 再现时, 如果在二次曝光分数傅里叶变换全息图的后面放上一片 45° 的半透半反镜, 则可在互成 90° 的两个平面上观察其相应的像, 即两个再现的观察方向可发生改变。如果两个物体 $g_0(x_0)$ 与 $g_0'(x_0)$ 分处在物面两个不同位置(如上下或左右错开), 则再现时零级光产生的噪声对某一个再现像的影响可忽略, 且可减少两再现像的交叉影响, 此时某一物体的再现像位置处的背景噪声将大为减少。

2 实验

二次曝光分数傅里叶变换全息图(D-EFRTH)的记录过程分两部进行: (1) 先用经扩束的平行 He-Ne 激光照明透明物体 $g_0(x_0)$ (原川大校徽图案), 参考光 R 与物光大约成 30° 角, 透镜焦距 $f = 300\text{nm}$, 分数傅里叶变换阶为 $P_1 = 1.5$, 第 1 次曝光时间 $t_1 = 5\text{s}$;

(2) 保持参考光 R 与物体的照明光不变, 换上另一透明物体 $g'_0(x_0)$ (人物证件照), 透镜的焦距仍为 $f = 300\text{mm}$, 此时的分数傅里叶变换阶为 $P'_1 = 1.25$, 再对全息干板进行第 2 次曝光, 曝光时间 $t_2 = 6\text{s}$ 。经曝光, 显影, 定影得二次曝光 FRTH。



Fig. 3 Reconstruction of D-EFRTH

a—observe directly from the hologram b—the fractional order $P_1 = 1.5$, $P_2 = 0.5$; $t_1 = 5\text{s}$ c—the fractional order the hologram $P'_1 = 1.25$, $P'_2 = 0.75$; $t_1 = 6\text{s}$

图 3 是用原参考光再现时记录的实验结果。其中图 3a 是直接观察二次曝光分数傅里叶变换全息图的情况, 无法读出所记录的信息。图 3b、图 3c 是再经相应的分数傅里叶变换后(即解码)所观察到的像。图 3b 中再现系统的分数阶为 $P_2 = 0.5$, 相应的 $z_2 = 87.9\text{mm}$, 此时输出面只有一个清晰的像, 即川大校徽, 而另一个物体的像则为模糊的背景噪声, 无法辨认; 图 3c 中, 再现系统的分数阶为 $P'_2 = 0.75$,

相应的 $z'_2 = 185.2\text{mm}$, 此时输出面也只有一个清晰的像, 即人物证件照, 而川大校徽的像则为模糊的背景噪声, 无法辨认。

实验表明, 在同一块感光板上对两个不同物体分别用不同的分数阶 P_1, P'_1 的变换系统记录, 则在其相匹配的 P_1, P'_1 阶变换系统中再现时, 各自输出面的位置是不一样的。

利用二次曝光傅里叶变换全息图再现条件的这些特殊性, 可以制成一种光学安全认证系统, 使其与普通二次曝光傅里叶变换全息图或单次曝光分数傅里叶变换全息图相比具有更高的安全认证可靠性与防伪力度。

参 考 文 献

- [1] Mendlovic D, Ozaktas H M. J O S A, 1993, A10(9): 1875~ 1881.
- [2] Lohmann A W. J O S A, 1993, A10(10): 2181~ 2186.
- [3] Ozaktas H M, Mendlovic D. J O S A, 1995, A12(4): 743~ 751.
- [4] Mendlovic D, Biran Y, Dorsch R G. Appl Opt, 1995, 34(32): 7541~ 7456.
- [5] Guo Y K, Huang Q Zh, Du J L. Opt Acta (in Chinese), 1999, 6(19): 821~ 825.
- [6] Dorsch G, Lohmann A W. Appl Opt, 1995, 34(20): 4111~ 4112.

(上接第 37 页)

经 BOE 衍射, 测得光强分布如图 10 所示。显然, 环外侧光强大与环内侧光强。上述这些现象, 主要是由于束腰半径远大于设计值。

4 结 论

模拟计算结果表明: 随着光斑半径的增大, 环面上输出振幅分布出现内侧低于外侧, 且差别幅度越来越大, 振幅平均值越来越大; 随着光斑半径的减小, 环面上输出振幅分布出现内侧高于外侧, 且差别幅度越来越大, 振幅平均值越来越小; 在预期环振幅为零的区域, 输出振幅变化不大。当 He-Ne 光输入光斑半径偏离设计值在 $\pm 50\mu\text{m}$ 范围内, 环上均匀性的均方误差不超出设计值 ($SE = 0.53\%$) 的 5%。

目前, 光束质量分析仪的测量精度完全满足所设计 BOE 输入光斑半径的容许误差范围的要求; 即

我们所设计的二元光学元件对测量仪器的精度要求并不苛刻。实验结果与理论模拟结果相吻合。

本实验所用二元光学元件是根据我们的设计由中科院成都光电研究所制作完成的。

参 考 文 献

- [1] 金国藩, 严瑛白, 邬敏贤 *et al.* 二元光学. 北京: 国防工业出版社, 1998, 2.
- [2] Veldkamp W B, McHugh T J. Scient Amer, 1992, 266(5): 50~ 55.
- [3] Veldkamp W B. Appl Opt, 1982, 21(17): 3209~ 3212.
- [4] Cong W X, Chen N X, Gu B Y. J O S A, 1998, A15(9): 2362~ 2364.
- [5] 赵丽萍, 邬敏贤, 金国藩 *et al.* 光学学报, 1998, 18(5): 621~ 626.
- [6] 高惠德, 李琦, 董蕴华 *et al.* 光电子·激光, 1998, 9(3): 184~ 186.
- [7] 李琦, 高惠德, 董蕴华 *et al.* 中国激光, 2000, 27(4): 312~ 316.
- [8] Li Q, Gao H D, Dong Y H *et al.* Opt & Laser Technol, 1998, 30(8): 511~ 514.