

文章编号: 1001-3806(2002)01-0026-03

## (双稳外腔) LD 分析中扰动近似的有效性研究\*

陆 洋 陈建国 李大义  
(四川大学光电系, 成都, 610064)

**摘要:** 在两种不同调制(增益和损耗调制)情况下,对半导体激光器(LD)速率方程组的扰动近似处理有效性进行了分析。结果表明,在电流(或增益)调制情况下,扰动近似法所忽略的二阶小量在量级上确实与保留的一阶小量的平方相当;在损耗调制的情况下,系统变化前后的阈值载流子密度不同,被忽略的二阶小量可能会达到与一阶小量可比拟的程度。以可调谐双稳外腔半导体激光器(ECLD)为例,指明了在损耗调制下,扰动近似分析可能会失效。

**关键词:** 半导体激光器;速率方程;扰动近似;双稳外腔半导体激光器  
**中图分类号:** TN248.5      **文献标识码:** A

### Validity of perturbation approximation in bistable external cavity LDs

Lu Yang, Cheng Jianguo, Li Dayi  
(Department of Optoelectronics, Sichuan University, Chengdu, 610064)

**Abstract:** Studies have been made on the validity of perturbation approximation when analyzing the rate equations of semiconductor lasers respectively subject to small gain and loss modulations. It is found that for a current or gain modulated diode laser, the neglected second order small quantity in the perturbation method is comparable to the square of the retained first order small quantity. For a loss modulation where the threshold carrier density may change, the neglected term may become comparable to the retained first order small quantity. Taking an external cavity laser diode(ECLD) as an example, calculations indicate that the perturbation analysis may become invalid under loss modulation.

**Key words:** semiconductor laser; rate equation; perturbation approximation; bistable ECLD

### 引 言

扰动近似常被用来分析半导体激光器 LD 的动态特性,例如 LD 的小信号调制特性<sup>[1]</sup>,有时也被用来计算描述 LD“接通”(turn-on)行为的某些重要参量<sup>[1,2]</sup>。在动态情况下,光子数密度  $P$  和载流子数密度  $N$  均可表示为一稳态值  $P_s$  和  $N_s$  与一随时间变化的量  $\Delta P$  和  $\Delta N$  之和。当  $\Delta P$  和  $\Delta N$  可以被视为一阶小量时,人们常用扰动近似来分析 LD 的速率方程组。在计算时忽略二阶及高阶小量,于是非线性的速率方程组可以线性化,从而可以获得速率方程的近似解析解。

在实践中,判断能否使用扰动近似的可行办法是考查扰动量的初始值,如果扰动量的初值与相应参量的稳态值之比小于给定值,人们就可以采用扰

动近似法。至于在系统达到稳态前的整个动态过程中,被舍去的高阶小量是否总是小于允许的误差,则关注甚少。

在本文中,我们研究了系统发生微小变化时,扰动近似下所忽略的二阶小量随时间的变化情况。系统的微小变化可以是某一时刻偏置电流突变引起的增益调制,也可以是腔内损耗突变(双稳外腔式激光器(ECLD)的跳变亦可以归结为这种情况)。要说明的是,在本文中,我们研究的微小变化是确定性的变化,而不是随机的扰动。计算结果表明,二阶小量在整个动态过程中,其相对大小的变化与引起扰动的原因有密切关系。对于偏置电流或增益的微小变化而言,二阶小量在量级上确实与扰动近似所保留的一阶小量的平方相当;但对于损耗的微小变化而言,情况却并非如此,被舍弃的二阶小量可能会接近保留下来的一阶小量。在分析强反馈下双稳 ECLD 的跳变过程时,扰动近似法的偏差更大。所以说,扰动近似这一处理方法的有效性因引起系统变化的原因不同而不同,仅用初始扰动量的相对大小作为判断

\* 国家自然科学基金资助项目。

作者简介:陆 洋,女,1977 年 11 月出生。硕士。从事半导体激光与光通信方面研究工作。

收稿日期:2000-11-06

能否使用小信号近似的依据是不充分的。在损耗调制的情况下,用初始扰动量相对大小的平方来分析小信号处理的误差是有问题的。

### 1 分析和讨论

令  $P$  等于光子数密度  $S$  与限制因子  $\Gamma$  之比,忽略自发辐射的贡献,标准的速率方程组<sup>[3]</sup>可写为:

$$dN/dt = I/eV - D(N - N_0)P - N/\tau \quad (1)$$

$$dP/dt = D(N - N_0)P - P/\tau_p \quad (2)$$

式中,常数  $D$  等于微分增益  $a$ , 介质中光速  $v_g$  以及  $\Gamma$  三者的乘积,  $N$  为载流子密度,  $I$  为泵浦电流,  $e$  为电子电荷(绝对值),  $V$  为有源层体积,  $N_0$  为透明载流子密度,  $\tau$  为载流子寿命,  $\tau_p$  为光子寿命。阈值增益  $g_{th}$ , 阈值载流子密度  $N_{th}$  与  $\Gamma\tau_p$  三者之间满足

$$D(N_{th} - N_0) = \tau_p^{-1} \quad (3b)$$

在动态情况下, 一般有  $N = N_s + \Delta N(t)$ ,  $P = P_s + \Delta P(t)$ , 其中  $P_s$  和  $N_s$  为稳态值,  $\Delta N$  和  $\Delta P$  为随时间变化的部份。在小信号近似下  $\Delta N$  和  $\Delta P$  被当作是一阶小量, 并忽略速率方程组中的二阶及高阶小量。于是, (1) 式和 (2) 式构成的方程组可简化为:

$$\frac{d\Delta N}{dt} = -D(N_s - N_0)\Delta P - DP_s\Delta N - \frac{\Delta N}{\tau} \quad (4a)$$

$$d\Delta P/dt = DP_s\Delta N \quad (4b)$$

$$\text{式中, 速率方程组的稳态解为: } N_s = N_{th} \quad (5a)$$

$$P_s = [I\tau/eV - N_{th}]/[D\tau(N_{th} - N_0)] \quad (5b)$$

4a 式和 4b 式均为一阶微分方程组, 在初始条件确定的情况下, 我们可以求得扰动近似下速率方程组的近似解析解。下面我们就通过数值求解速率方程组(1)和(2)来考察被忽略的二阶小量  $\Delta N \Delta P$  的变化情况, 以此判断扰动近似法的适用情况。由于在增益和损耗调制情况下, 系统的变化是不同的, 下边我们将分别予以讨论。

#### 1.1 增益调制

假设在  $t = 0$  时刻, 电流突然由  $(I - \Delta I)$  上升至  $I$ ,  $(I - \Delta I)$  和  $I$  均大于阈值电流  $I_{th}$ , 且  $|\Delta I/I| \ll 1$ 。由于电流引起的是增益变化, 因而电流调制在本质上属于增益调制。为了方便以后的讨论, 我们定义调制系数  $m_I$ :

$$m_I = |\Delta I/(I - I_{th})| \quad (6)$$

同时, 令  $\eta = (\Delta N \Delta P)/(N_s P_s) \quad (7)$

运用龙格-库塔法可以得到  $N, P$  随时间的变化, 进而得到  $\Delta N, \Delta P$  的值。

图 1 显示了  $\eta$  随时间的变化。所用数据如下:  $I = 40\text{mA}$ ,  $m_I = 0.02$ ,  $V = 1 \times 10^{-10} \text{cm}^3$ ,  $\Gamma = 0.3$ ,  $e = 1.$

$6 \times 10^{-19} \text{C}$ ,  $v_g = 7.5 \times 10^9 \text{cm/s}$ ,  $a = 2.5 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ ,  $g_{th} = 85 \text{cm}^{-1}$ ,  $N_0 = 1 \times 10^{18} \text{cm}^3$ 。数值计算的结果显示,  $\eta$  的最大值也只达到  $10^{-6}$  数量级, 而  $|\Delta P_0/P_s| = 0.02$ 。可见在此种调制情况下, 只要电流跳变幅

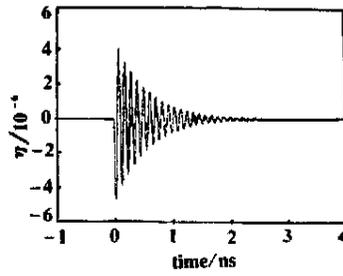


Fig. 1 Calculated time variation of  $\eta$  for a gain switched diode

度可以被认为是一阶小量, 将  $\Delta N \Delta P$  作为二阶小量是合适的。由此可以得出结论: 在电流微小跳变引起的增益调制的情况下, 扰动近似中被舍去的量确实是二阶或高阶小量, 计算误差也大致可用一阶小量的平方来估计。

#### 1.2 损耗调制

除增益调制外, 损耗或者阈值的微小变化也会引发动态过程。假设变化前阈值载流子密度为  $N_{th1}$ , 变化后的阈值载流子密度变为  $N_{th2}$ , 对应的稳态输出为  $P_{s1}$  和  $P_{s2}$ , 调制系数为:

$$m_l = |(N_{th1} - N_{th2})/N_{th2}| \quad (8)$$

此处,  $\Delta N_0 = (N_{th1} - N_{th2})$  与  $N_{th2}$  (或者  $N_{th1}$ ) 之比以及  $\Delta P_0 = (P_{s1} - P_{s2})$  与  $P_{s2}$  (或者  $P_{s1}$ ) 之比都足够小, 使用扰动近似似乎是合理的。下边, 我们将用数值方法计算损耗调制下小信号分析所忽略的  $\Delta N \Delta P$ , 看它在整个动态过程中是否始终保持为二阶小量。

与增益调制相似, 在图 2 中我们显示了损耗调制下  $\eta$  随时间的变化。除了  $g_{th}$  外, 所用数据与增益调制情况下是完全一致的。

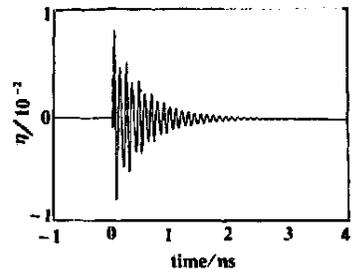


Fig. 2 Calculated time variation of  $\eta$  for a loss switched diode

我们假定电流  $I$  固定在  $40\text{mA}$ , 并且  $m_l = 0.02$ 。由初始条件可知  $|\Delta N_0/N_{th2}| = 0.02$ ,  $|\Delta P_0/P_{s2}| = 0.048$ ,  $\eta_0 = -9.627 \times 10^{-4}$ , 但由图 2 可知,  $\eta$  的最大值  $\eta_{max}$  也已经接近  $10^{-2}$  数量级, 此时再将其作为二阶小量忽略不是很合适。我们也曾计算过  $\Delta P$  与  $P_{s2}$  以及  $\Delta P_0$  的之比的最大值, 它们分别为  $|\Delta P/P_{s2}|_{max} = 0.939$ ,  $|\Delta P/\Delta P_0|_{max} = 19.196$ , 这说

明在整个动态过程中,光子数密度变化量的最大值  $\Delta P_{\max}$  要比其初始值  $\Delta P_0$  大一个数量级。由此得出结论:在损耗调制下,尽管  $\Delta P_0/P_{s2}$  只有百分之几,  $\Delta N \Delta P$  的初始值为二阶小量,但是在整个动态过程中,  $\Delta N \Delta P$  并非总是保持为二阶小量。

## 2 强反馈 ECLD

研究表明,强反馈下的可调谐外腔半导体激光器(ECLD)可能具有双稳特性<sup>[4]</sup>,当激光器在跳变点附近振荡时,外反馈频率的扰动可以使 ECLD 由一个振荡状态跳变到另一个振荡状态。分析跳变过程可以看出,动态过程是可以速率方程组来描述的。设跳变前阈值载流子密度为  $N_{thA}$ ,激光二极管内的光子数密度与  $\Gamma$  的比值为  $P_{sA}$ ;跳变后对应参量分别为  $N_{thB}$  和  $P_{sB}$ ,实验中,跳变前后偏置电流  $I$  并不改变。一般说来  $\Delta N_0 = (N_{thA} - N_B)$  与  $N_{thB}$  (或  $N_{thA}$ ) 的比值以及  $\Delta P_0 = (P_{sA} - P_{sB})$  与  $P_{sB}$  (或  $P_{sA}$ ) 的比值并不大,看起来可以使用扰动近似,下边我们分析一下跳变过程。

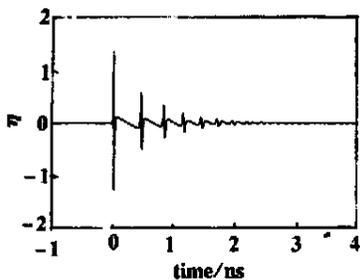


Fig. 3 Calculated time variation of  $\eta$  for an ECLD

参考文献 [5] 研究的是强反馈下的 ECLD,我们使用该文献的数据通过数值求解作出了图 3。该图显示了在  $t=0$  时刻, ECLD 由 A 态跳跃至 B 态时,  $\eta$

随时间的变化。由初始条件可知  $|\Delta N_0/N_{sB}| = 0.161$ ,  $|\Delta P_0/P_{sB}| = 0.318$ 。由图可知,  $\eta_{\max} = 1.396$ , 即  $\Delta N \Delta P$  可以达到比  $N_s P_s$  大的程度,此时是不能再将其作为二阶小量来看待的。换句话说,此时扰

动近似所带来的误差远比初始估计的要大得多。计算表明,在动态过程中,  $|\Delta P/P_{sB}|_{\max} = 23.797$ ,  $|\Delta P/\Delta P_0|_{\max} = 74.852$ ,这说明,  $\Delta P_{\max}$  与  $\Delta P_0$ ,  $P_{sB}$  相比要大得多。即使考虑增益压缩因子  $\epsilon$ , 比如说,在  $\epsilon = 2 \times 10^{-17} \text{cm}^3$  的情况下,尽管振荡次数大大减小,幅度有所降低,但  $\eta_{\max}$  也达到 1.008,  $|\Delta P/\Delta P_0|_{\max}$  达到 33.718。可见,对于强反馈下的双稳 ECLD,用扰动近似的分析其状态跳变时的动态过程是不恰当的。

## 3 结论

通过计算  $\Delta N \Delta P$  的相对变化,我们讨论了扰动近似在增益调制和损耗调制等情况下的有效性问题。结果显示,在动态过程中,扰动近似所忽略的二阶小量并非总是保持为二阶小量,在不同的调制情况下,扰动近似的适用性应具体分析。比如说,在增益调制下,二阶小量的相对值在量级上与扰动近似所保留的一阶小量相对值的平方相当;而在损耗调制下,  $m_1 = 0.02$ , 二阶小量的最大值可能会达到与一阶小量相比拟的程度;在强反馈双稳 ECLD 中,光子数密度的变化量远大于其稳态值  $P_s$ , 扰动近似下所忽略的二阶小量可能比保留下来的一阶小量还大。所以说,扰动近似的有效性是依赖于扰动的本质的,不同调制情况下,某些“小量”的忽略会对这一处理方法的有效性产生严重的影响。

### 参考文献

[1] Agrawal G P, Dutta N K. Semiconductor Lasers. 2th ed, New York: van Nostran Reinhold, 1993.  
 [2] Marcuse D, Lee T P. IEEE J Q E, 1983, 19(9): 1397~ 1406.  
 [3] Huang J, Casperson L W. Opt & Quantum Electron, 1993, 25 (6): 369 ~ 390.  
 [4] Zorabedian P, Trutna W R, Cutler L S. IEEE J Q E, 1987, 23(11): 1855~ 1860.  
 [5] Li Y, Chen J, Li D *et al.* IEEE J Q E, 1999, 35(10): 1694~ 1696.

(上接第 11 页)

集中度更高。所得结论对实际光学系统的设计有参考价值。

### 参考文献

[1] Siegman A E. Appl Opt, 1993, 32(30): 5893~ 5901.

[2] Pu J X, Zhang H H. Opt Commun, 1998, 151: 331~ 338.  
 [3] Pu J X. J Modern Optics, 1998, 45(2): 239~ 247.  
 [4] Alda J, Abriso J, Berrabeu E. J O S A, 1997, A14(10): 2737~ 2747.  
 [5] Collins S A. J O S A, 1970, 60(7): 1168~ 1177.  
 [6] Siegman A E. OSA TOPS, 1998, 17: 184~ 199.