

文章编号: 1001-3806(2002)01-0009-03

像散透镜对超高斯光束的变换特性*

季小玲^{1,2} 吕百达²

(¹四川师范大学电子工程学院,成都,610066) (²四川大学激光物理与化学研究所,成都,610064)

摘要: 利用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分,并考虑像散的影响,对超高斯光束通过像散透镜后的传输特性作了数值计算和讨论,得出一些新的结论。以桶中功率为参数分析了像散超高斯光束的光束质量,并以数值计算例加以说明。

关键词: 超高斯光束;像散;变换特性;桶中功率(PIB)

中图分类号: O435 **文献标识码:** A

Transformation properties of super-Gaussian beams passing through an astigmatic lens

Ji Xiaoling^{1,2}, Lü Baida²

(¹ College of Electric Engineering, Sichuan Teachers University, Chengdu, 610066)

(² Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

Abstract: Based on the generalized Huygens-Fresnel diffraction integral and the effect introduced by astigmatism, the transformation properties of super-Gaussian beams passing an astigmatic lens are studied numerically, and some important results are obtained. The beam quality of astigmatic super-Gaussian beams is analyzed in terms of power in the bucket, and illustrated with numerical examples.

Key words: super-Gaussian beams; astigmatism; transformation properties; power in the bucket (PIB)

引言

激光束通过非理想光学系统的变换是实际工作中经常遇到的问题。其中,球差透镜对高斯光束传输特性和光束质量的影响已做了许多研究^[1~3]。超高斯光束是描述光强分布为平顶的激光的一个数学-物理模型。我们将研究超高斯光束通过以像散透镜为代表的像散光学元件的变换特性。像散元件对光场的影响可用一个相位因子 $\exp(-ik)$ 描述^[4]。我们以广义衍射积分理论为基础,并考虑像散相位因子的影响,对超高斯光束通过像散透镜后的传输特性和聚焦特性作了数值计算和分析。此外,还以桶中功率(PIB)作为光束质量的评价参数,分析了像散对超高斯光束光束质量的影响,所得主要结果对实际光学系统的设计是有用的。

1 分析模型

在柱坐标系中,设入射面上超高斯光束的场分布为:

$$E(r, 0) = \exp[-(r/w_0)^N] \quad (1)$$

式中, $N = 2, 3, 4, \dots$ 是超高斯光束的阶数, w_0 是超高斯光束的束腰宽度。

按文献[4]中的处理方法,光学元件的像散位相因子表示为:

$$\exp[-ik(C_5 r^2 \sin^2 \theta + C_6 r^2 \cos^2 \theta)] \quad (2)$$

式中, C_5, C_6 称为像散系数。

考虑像散的影响,超高斯光束经过变换矩阵为 $\begin{pmatrix} A & C \\ B & D \end{pmatrix}$ 的光学系统的传输行为用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式表示为^[5]:

$$E(r, \theta, z) = C_0 \int_0^{r_0} \int_0^{r_0} E_0(r_0, 0) \exp\left\{-\frac{ik}{2B} [Ar_0^2 - 2r_0 r \cos(\theta - \theta_0)]\right\} r_0 dr_0 d\theta_0 \quad (3)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长。

$$C_0 = \frac{1}{B} \exp\left[-\frac{ikD}{2B} r^2\right] \quad (4)$$

我们以超高斯光束通过像散透镜为例进行数值

* 激光技术国家重点实验室资助项目。

作者简介:季小玲,女,1963年11月出生。硕士,副教授。现从事激光光学的教学与科研工作。

收稿日期:2000-09-01

计算和研究。

将(1)式、(2)式和透镜的 ABCD 矩阵元代入(3)式,得到:

$$E(r, \theta, z) = C_0 \exp[-(r_0/w_0)^N] \times \exp[-ik(C_5 r_0^2 \sin^2 \theta + C_6 r_0^2 \cos^2 \theta)] \times \exp\left\{-\frac{ik}{2z}\left[1 - \frac{z}{f}\right]r_0^2 - 2r_0 \cos(\theta - \theta_0)\right\} r_0 dr_0 d\theta \quad (5)$$

式中, z 为透镜到出射面的距离, f 为透镜的焦距。光强分布为:

$$I(r, \theta, z) = E(r, \theta, z) E^*(r, \theta, z) \quad (6)$$

像散位相因子(2)式在直角坐标 (x, y) 系下可写表示为^[4]:

$$\exp\{-ik[2C_5 xy + C_6(x^2 - y^2)]\} \quad (7)$$

采用矩阵对角化方法,通过坐标轴旋转,将(7)式指数上的二次型化为标准形:

$$\exp\{-ik[C_5^2 + C_6^2(x^2 - y^2)]\} \quad (8)$$

由 $x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha$ $y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha$ 坐标轴的转角 α 由下式确定:

$$\tan 2\alpha = 2C_5/C_6 \quad (9)$$

由(8)式、(9)式可知,像散元件对旋转对称光束传输特性的影响仅由 $C_5^2 + C_6^2$ 决定,而与 C_5 和 C_6 的分别取值无关,但旋转对称光束(例如由(1)式表征的超高斯光束)通过像散透镜后会变成像散光束,其主轴要旋转 α 角,(10)式可知,当 $C_5 = 0$ 时, $\alpha = 0$,光束不旋转; $C_6 = 0$ 时, $\alpha = 45^\circ$,光束旋转 45° 。

像散使波前发生畸变,导致光强分布发生变化。桶中功率从远场光束分布的能量集中度来衡量光束

质量,桶中功率定义为^[6]:

$$P = \int_0^a \int_0^{2\pi} I(r, \theta, f) r dr d\theta \quad (10)$$

式中, a 为圆桶的半径, $I(r, \theta, f)$ 为透镜后焦面上的光强。下面的数值计算表明,像散要改变焦移量,实际焦面上的 PIB 才能更好地反映了光束远场的能量集中度。设轴上最大光强点位置 z_0 所在横截面为实际焦面。(10)式中的 C_5, C_6 取 0,则得到无像散时的桶中功率。

2 数值计算及分析

文中数值计算所用超高斯光束的阶数均为 6, 波长为 $1.06\mu\text{m}$, 束腰宽度为 1mm , 透镜焦距为 200mm 。其它参数见图示。

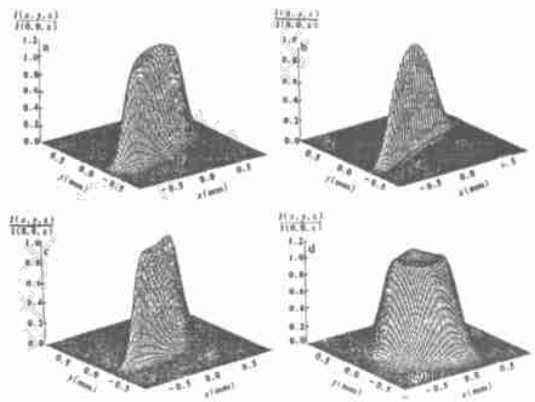


Fig. 1 Relative intensity distributions of a super-Gaussian beam passing through an astigmatic lens
a— $z = 100\text{mm}$ b— $z = 126.5\text{mm}$ (at the real focal plane) c— $z = 150\text{mm}$ d— $z = f = 200\text{mm}$ (at the geometric focal plane)

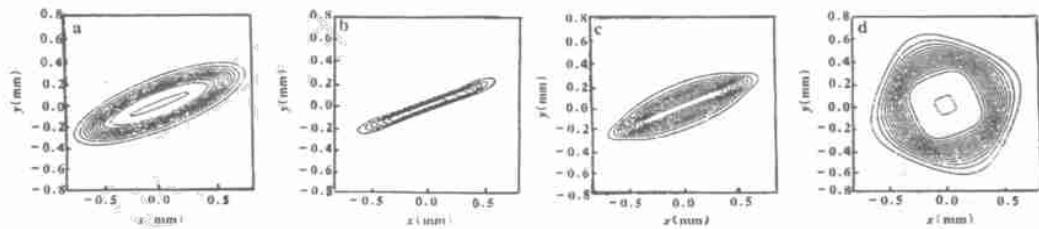


Fig. 2 Contour lines of a super-Gaussian beam passing through an astigmatic lens
a— $z = 100\text{mm}$ b— $z = 126.5\text{mm}$ (at the real focal plane) c— $z = 150\text{mm}$ d— $z = f = 200\text{mm}$ (at the geometric focal plane)

图 1 和图 2 是在 $C_5 = C_6 = 1.0 \times 10^{-3} \text{mm}^{-1}$ 情况下,超高斯光束通过像散透镜后在不同位置处的三维光强分布和对应的等高线分布。众所周知,超高斯光束通过理想光学系统后仍为旋转对称分布。从图可知,超高斯光束通过像散透镜后,光强变为非旋转对称分布。由光强等高线可知,当 z 较小(例如图 2a, $z = f/2 = 100\text{mm}$ 处)时,其等高线近似为椭圆分布,随着 z 的增加,等高线与椭圆分布的差别逐渐增

大,当光束传输到夫琅和费衍射区 ($z = f = 200\text{mm}$) 时,光强等高线与椭圆分布已完全不同(见图 2d)。图 2 还表明,不同位置处等高线主轴的方位均相同,即光斑的方位不会随着传输距离的改变而改变,它由(9)式确定。比较实际焦面和几何焦面上的等高线分布图 2b、图 2c 可知,几何焦面上能量分布的范围大于实际焦面上能量分布的范围,即在有像散的情况下,实际焦面要比几何焦面上的能量集中度高。

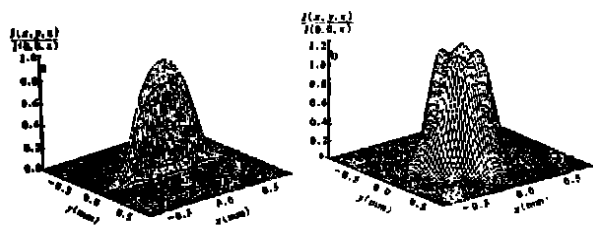


Fig. 3 Relative intensity distributions of a super-Gaussian beam passing through an astigmatic lens
a— $z = 141.8\text{mm}$ (at the real focal plane) b— $z = f = 200\text{mm}$ (at the geometric focal plane)

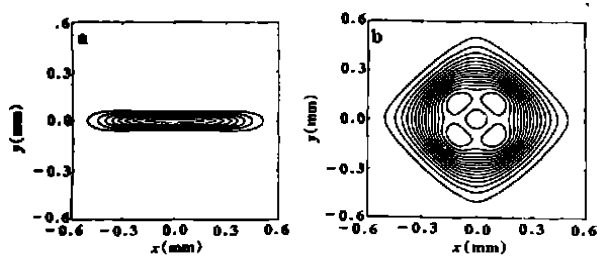


Fig. 4 Contour lines of a super-Gaussian beam passing through an astigmatic lens
a— $z = 141.5\text{mm}$ (at the real focal plane) b— $z = f = 200\text{mm}$ (at the geometric focal plane)

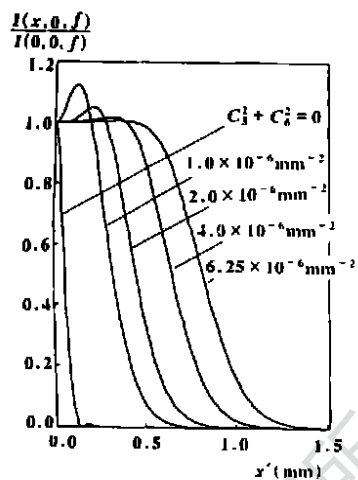


Fig. 5 Relative intensity distributions in the x direction at the geometric focal plane of a super-Gaussian beam passing through astigmatic lenses

从图 2d 和图 4b 还可以看出,几何焦面处光强在 x 和 y 方向上的分布相同。图 5 为几何焦面处 x 方向的相对光强分布,参数为 $C_5^2 + C_6^2 = 0, 1.0 \times 10^{-6} \text{mm}^{-2}, 2.0 \times 10^{-6} \text{mm}^{-2}, 4.0 \times 10^{-6} \text{mm}^{-2}, 6.25 \times 10^{-6} \text{mm}^{-2}$ 。由图 5 可知,有像散时的束宽大于无像散时的束宽,束宽随着 $C_6^2 + C_5^2$ 的增加而增大,而且几何焦面上的光强逐渐趋于平顶分布。图 6 为以无像散时轴上几何焦点处光强 $I_0(0,0,f)$ 归一化的轴上光强分布。由图知,即使在无像散的情况下,也

$C_5 = 0, C_6 = 1.0 \times 10^{-3} \text{mm}^{-1}$ 情况下,实际焦面与几何焦面处的三维光强分布和对应的等高线分布示于图 3 和图 4。可看出,此时光束没有旋转 ($\theta = 0$),且几何焦面上的能量密度要低于实际焦面上的能量密度。这与由图 2b、图 2c 比较得到的结果一致。

存在焦移;像散要改变焦移量,像散越大,焦移量改变也越大,且焦点朝透镜方向移动。例如,当 $C_5^2 + C_6^2 = 0$ 时, $f = z_0 - f = -7.0\text{mm}$; $C_5^2 + C_6^2 = 9.0 \times 10^{-8} \text{mm}^{-2}$ 时, $f = -11.5\text{mm}$; $C_5^2 + C_6^2 = 2.5 \times 10^{-7} \text{mm}^{-2}$ 时, $f = -32.0\text{mm}$; $C_5^2 + C_6^2 = 1.0 \times 10^{-6} \text{mm}^{-2}$ 时, $f = -58.2\text{mm}$; $C_5^2 + C_6^2 = 2.0 \times 10^{-6} \text{mm}^{-2}$ 时, $f = -73.5\text{mm}$ 。

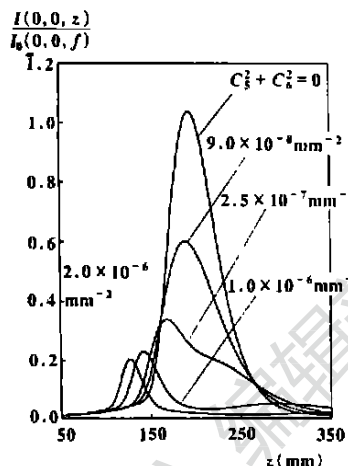


Fig. 6 The axial intensity distributions of a super-Gaussian beam passing through astigmatic lenses

此外,随着像散的增加,轴上最大光强值也要减小。几何焦面上的桶中功率(PIB)曲线示于图 7。从图 7 可知,有像散时的 PIB 大于无像散时的 PIB,像散系数越大,光束的 PIB 越小。这与图 2d 和图 4b

的比较结果在定性上是一致的。

3 结论

研究表明,超高斯光束通过像散透镜后变成像散光束。当传输距离较近时,光斑近似为椭圆,但随着传输距离的增加,光斑逐渐偏离椭圆

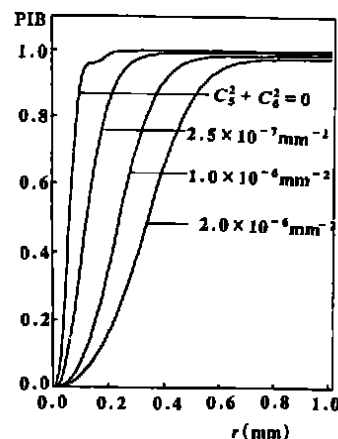


Fig. 7 PIB of a super-Gaussian beam passing through astigmatic lenses at the geometric focal plane

分布,当达到夫琅和费衍射区时,光强在 x 和 y 方向上的分布相同,且其光强随着 $C_6^2 + C_5^2$ 的增大而逐渐趋于平顶分布。光斑的方位由透镜的像散系数唯一确定。像散使超高斯光束的焦移发生变化,像散系数越大,焦移量越大。像散使得超高斯光束的 PIB 降低,且像散越大,光束的 PIB 降低越多。从光束能量的集中度来衡量,像散会使光束质量下降。而且,对像散超高斯光束,轴上最大光强所在处(实际焦面处)的 PIB 比几何焦面上的 PIB 的能量

(下转第 28 页)

明在整个动态过程中,光子数密度变化量的最大值 P_{\max} 要比其初始值 P_0 大一个数量级。由此得出结论:在损耗调制下,尽管 P_0/P_{s2} 只有百分之几, N/P 的初始值为二阶小量,但是在整个动态过程中, N/P 并非总是保持为二阶小量。

2 强反馈 ECLD

研究表明,强反馈下的可调谐外腔半导体激光器(ECLD)可能具有双稳特性^[4],当激光器在跳变点附近振荡时,外反馈频率的扰动可以使 ECLD 由一个振荡状态跳变到另一个振荡状态。分析跳变过程可以看出,动态过程是可以速率方程组来描述的。设跳变前阈值载流子密度为 N_{thA} ,激光二极管内的光子数密度与 N_{thA} 的比值为 P_{sA} ;跳变后对应参量分别为 N_{thB} 和 P_{sB} ,实验中,跳变前后偏置电流 I 并不改变。一般说来 $N_0 = (N_{thA} - N_B)$ 与 N_{thB} (或 N_{thA}) 的比值以及 $P_0 = (P_{sA} - P_{sB})$ 与 P_{sB} (或 P_{sA}) 的比值并不大,看起来可以使用扰动近似,下边我们分析一下跳变过程。

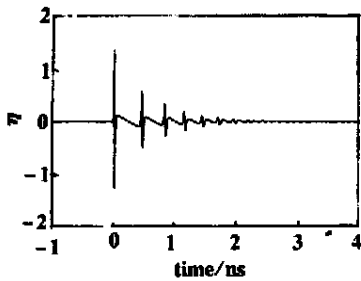


Fig. 3 Calculated time variation of for an ECLD

参考文献 [5] 研究的是强反馈下的 ECLD,我们使用该文献的数据通过数值求解作出了图 3。该图显示了在 $t=0$ 时刻, ECLD 由 A 态跳跃至 B 态时,

随时间的变化。由初始条件可知 $|N_0/N_{sB}| = 0.161$, $|P_0/P_{sB}| = 0.318$ 。由图可知, $\max = 1.396$, 即 N/P 可以达到比 N_s/P_s 大的程度,此时是不能再将其作为二阶小量来看待的。换句话说,此时扰

动近似所带来的误差远比初始估计的要大得多。计算表明,在动态过程中, $|P/P_{sB}|_{\max} = 23.797$, $|P/P_0|_{\max} = 74.852$,这说明, P_{\max} 与 P_0, P_{sB} 相比要大得多。即使考虑增益压缩因子,比如说,在 $= 2 \times 10^{-17} \text{cm}^3$ 的情况下,尽管振荡次数大大减小,幅度有所降低,但 \max 也达到 1.008, $|P/P_0|_{\max}$ 达到 33.718。可见,对于强反馈下的双稳 ECLD,用扰动近似来分析其状态跳变时的动态过程是不恰当的。

3 结论

通过计算 N/P 的相对变化,我们讨论了扰动近似在增益调制和损耗调制等情况下的有效性问题。结果显示,在动态过程中,扰动近似所忽略的二阶小量并非总是保持为二阶小量,在不同的调制情况下,扰动近似的适用性应具体分析。比如说,在增益调制下,二阶小量的相对值在量级上与扰动近似所保留的一阶小量相对值的平方相当;而在损耗调制下, $m_1 = 0.02$,二阶小量的最大值可能会达到与一阶小量相比拟的程度;在强反馈双稳 ECLD 中,光子数密度的变化量远大于其稳态值 P_s ,扰动近似下所忽略的二阶小量可能比保留下来的一阶小量还大。所以说,扰动近似的有效性是依赖于扰动的本质的,不同调制情况下,某些“小量”的忽略会对这一处理方法的有效性产生严重的影响。

参考文献

- [1] Agrawal G P, Dutta N K. Semiconductor Lasers. 2th ed, New York: van Nostran Reinhold, 1993.
- [2] Marcuse D, Lee T P. IEEE J Q E, 1983, 19(9): 1397 ~ 1406.
- [3] Huang J, Casperson L W. Opt & Quantum Electron, 1993, 25(6): 369 ~ 390.
- [4] Zorabedian P, Trutna W R, Cutler L S. IEEE J Q E, 1987, 23(11): 1855 ~ 1860.
- [5] Li Y, Chen J, Li D et al. IEEE J Q E, 1999, 35(10): 1694 ~ 1696.

(上接第 11 页)

集中度更高。所得结论对实际光学系统的设计有参考价值。

参考文献

- [1] Siegman A E. Appl Opt, 1993, 32(30): 5893 ~ 5901.

- [2] Pu J X, Zhang H H. Opt Commun, 1998, 151: 331 ~ 338.
- [3] Pu J X. J Modern Optics, 1998, 45(2): 239 ~ 247.
- [4] Alda J, Alonso J, Bernabeu E. J O S A, 1997, A14(10): 2737 ~ 2747.
- [5] Collins S A. J O S A, 1970, 60(7): 1168 ~ 1177.
- [6] Siegman A E. OSA TOPS, 1998, 17: 184 ~ 199.