

## 复杂像散高斯光束的变换特性\*

吴 平 吕百达\*\*

(西南交通大学应用物理系, 成都, 610031)

**摘要:** 强调了分析复杂像散高斯光束时应注意的一些重要问题。然后, 通过数值计算以典型例说明复杂像散高斯光束与常规圆高斯光束和简单像散光束完全不同的变换特性, 即: 对复杂像散高斯光束, 束腰不一定位于等相面曲率半径为无穷大的位置, 并且, 即使在自由空间中传输, 也可能有几个束腰。

**关键词:** 复杂像散高斯光束 传输变换特性 广义  $ABCD$  定律

## Transformation properties of general astigmatic Gaussian beams

Wu Ping, L Baida

(Department of Applied Physics, Southwest Jiaotong University, Chengdu, 610031)

**Abstract:** In the paper, some important issues while analyzing general astigmatic Gaussian (GAG) beams are stressed on. Then typical numerical examples are given to illustrate the transformation properties of GAG beams, i. e. for GAG beams, the waist is not certainly located at the position corresponding to the infinite curvature radius of the wave-front and there may be several waists even though in free space, which are different from those of conventional stigmatic Gaussian and simple astigmatic Gaussian beams.

**Key words:** general astigmatic Gaussian (GAG) beam transformation property generalized  $ABCD$  law

## 引 言

近年来, 激光实际应用的需求极大地促进了光束描述和光束变换理论以及测试诊断技术研究的进展, 基于有扭曲的复杂像散光束(亦可称为广义光束)的研究, 采用光束变换矩阵的广义光束分类和广义光束传输不变量的理论框架已经建立<sup>[1]</sup>, 有关普遍描述光束变换和光束传输特性的研究工作不断取得新的进展。于是, 对复杂像散光束中一类有代表性的光束-复杂像散高斯光束又重新引起研究兴趣。作者从分析复杂像散高斯光束的几种等价的研究方法出发, 选取一些典型数值计算例, 重点对复杂像散光束与高斯光束和简单像散高斯光束相异的变换特性作了研究。所得结果不仅有理论意义, 而且对于控制和改善这类激光的光束质量有实际参考价值。

## 1 复杂像散光束的分析方法概要

在对复杂像散高斯光束和复杂像散腔的分析中, 最为普遍使用的方法是复曲率矩阵法(广义  $ABCD$  定律)<sup>[2, 3]</sup>, 该方法的使用受一些条件的限制, 但可以用参考面移动法<sup>[4]</sup>加以推广。

\* 西南交通大学校科学研究基金资助项目。

\*\* 西南交通大学客座教授。

同时, 其它的分析方法, 例如本征光线矢量法<sup>[5]</sup>、复光线数值迭代法<sup>[6]</sup>等也已提出, 并可证明在采用正确的选解方法后, 用这些方法都可以得到相同的数值计算结果, 即这些方法是等价的。其中应特别强调的是: 不同分析方法所对应的选解法则和复杂像散腔的稳定性判据在复杂像散腔设计的数值模拟中都是十分重要的。实际上, 这是在进行数值计算时, 尤其是使用逐次逼近迭代算法中应该注意的一个较为普遍的数学问题。没有正确的选解法则和判断方法, 计算中有时会陷入局部极值, 甚至得出错误的计算结果。限于篇幅, 我们不可能具体讨论这些问题, 详见文献[2~6]。

## 2 复杂像散光束的变换特性

### 2.1 稳定-稳定腔(在 $x$ 和 $y$ 方向上都稳定的光腔)产生的复杂像散高斯光束的变换特性

采用上述方法, 可对复杂像散高斯光束的变换特性进行研究, 现以图 1 所示的光学系统为例加以分析讨论。

图 1 中, 柱面镜  $M_1$  的半径  $R_{1x} = 3.5\text{m}$ ,  $R_{1y} = \infty$ ,  $\theta_1 = 0$ , 柱面镜  $M_2$  的半径  $R_{2x} = 5.5\text{m}$ ,  $R_{2y} = \infty$ ,  $\theta_2 = \pi/3$ , 腔长  $L_x = 1.0\text{m}$ ,  $L_y = 1.10\text{m}$ , 光束由耦合器  $RP$  处输出, 距  $RP$  为  $s = 1.0\text{m}$  的位置有一双轴透镜  $F$ , 其两个主方向  $x, y$  的焦距分别为  $f_x = 0.2\text{m}$ ,  $f_y = 0.5\text{m}$ , 其主轴绕光轴旋转  $\theta_f = \pi/6$ , 在透镜到参考面  $RP'$  的区域内观察光束。

表 1 给出了该光腔往返一周本征值  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  随  $\theta_2$  的变化 ( $\theta_1 = 0$ ), 当  $0 < \theta_2 \leq \pi/2$  时, 这种光腔是复杂像散稳定-稳定腔。

用复曲率矩阵法<sup>[2,3]</sup>、本征光线矢量法<sup>[5]</sup>和复光线数值迭代法<sup>[6]</sup>进行数值计算, 都可得到:  $\theta_2 = \pi/3$  时, 耦合器  $RP$  处光波复曲率矩阵为:  $Q_1^{-1} = \begin{pmatrix} -0.043-0.6456i & 0.0745+0.0603i \\ 0.0745+0.0603i & -0.1281-0.3249i \end{pmatrix} (\text{m}^{-1})$ ,

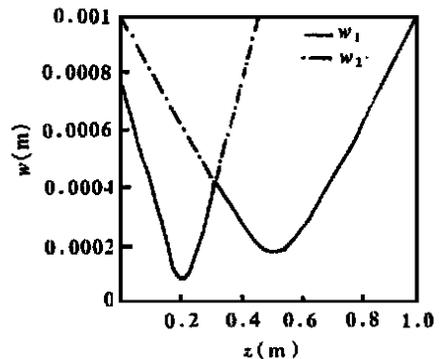


Fig. 2 The beam widths  $w_1, w_2$  vs. propagation distance  $z$

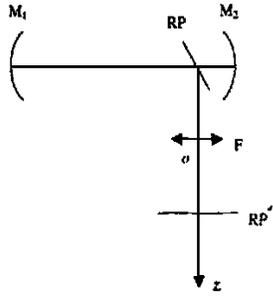


Fig. 1 A general astigmatic resonator

Table 1 Eigenvalues  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  of the round trip matrix of the resonator as a function of the angle  $\theta_2$  ( $\theta_1 = 0$ )

$\theta_2/\text{rad}$	$\gamma_{1,2}$	$\gamma_{3,4}$
0	$0.169 \pm 0.986i$	1.000
$\pi/12$	$0.178 \pm 0.984i$	$0.981 \pm 0.192i$
$\pi/6$	$0.206 \pm 0.978i$	$0.928 \pm 0.372i$
$\pi/4$	$0.251 \pm 0.968i$	$0.847 \pm 0.531i$
$\pi/3$	$0.313 \pm 0.948i$	$0.750 \pm 0.661i$
$5\pi/12$	$0.384 \pm 0.923i$	$0.654 \pm 0.767i$
$\pi/2$	$0.428 \pm 0.904i$	$0.600 \pm 0.800i$

此光束为复杂像散高斯光束。由广义  $ABCD$  定律<sup>[2]</sup>可求出该光束经过像散光学元件  $F$  后的复曲率矩阵为:  $Q_2^{-1} = \begin{pmatrix} -3.950-0.460i & 1.295+0.086i \\ 1.295+0.086i & -2.749-0.379i \end{pmatrix} (\text{m}^{-1})$ 。对于复杂像散高斯光束,  $Q^{-1}$  的实部和虚部不能同时对角化, 实部、虚部的对角化角度在传输中要发生变化。图 2 给出了在观察区域内光束对角化的二方向上该光束束宽随传输距离  $z$  的变化, 图 3 给出了该光束在观察区域内对角化的二方向上波前等相面曲率半径变化。从图中可以看出, 在一个对角化方向

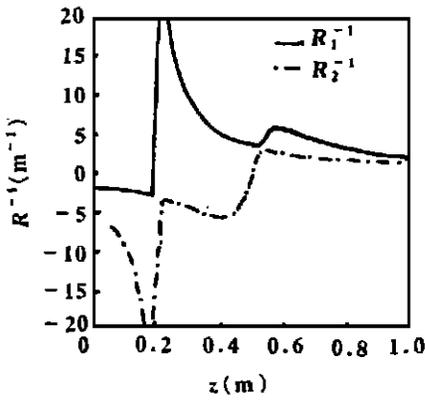


Fig. 3 The wavefront curvature radii  $R_1^{-1}, R_2^{-1}$  vs. propagation distance  $z$

上, 光束束宽出现一个局部极大值, 两个极小值(光腰), 光腰的大小为:  $w_{iv0} = 0.8677 \times 10^{-4} \text{m}$ ,  $w_{\infty 0} = 0.1698 \times 10^{-3} \text{m}$ , 对应位置为:  $z_{iv0} = 0.2069 \text{m}$ ,  $z_{\infty 0} = 0.5056 \text{m}$ ; 在另一对角化方向上, 有一个光腰, 其值为:  $w_0 = 0.4201 \times 10^{-3} \text{m}$ , 对应位置为:  $z_0 = 0.3125 \text{m}$ ,  $z_{iv0}$  处等相位面曲率半径为:  $R_{iv0}^{-1} = -340.7178 \text{m}^{-1}$ ,  $R_{iv0}^{-1} = 3.0934 \text{m}^{-1}$ ;  $z_{\infty 0}$  处等相位面曲率半径为:  $R_{\infty 0}^{-1} = 3.3293 \text{m}^{-1}$ ,  $R_{\infty 0}^{-1} = -0.7298 \text{m}^{-1}$ ;  $z_0$  处等相位面曲率半径为:  $R_0^{-1} = 9.0669 \text{m}^{-1}$ ,  $R_0^{-1} = -4.3286 \text{m}^{-1}$ . 而两个等相位面曲率半径为  $\infty$  的位置分别为  $z_{iv\infty} = 0.2092 \text{m}$ ,  $z_{\infty\infty} = 0.5086 \text{m}$ .

该光束满足传输变换的不变关系式<sup>[7]</sup>:

$$r_r'^T P_i' - P_r'^T r_i' = r_r^T P_i - P_r^T r_i = \begin{pmatrix} -0.6456 & 0.0603 \\ 0.0603 & -0.3249 \end{pmatrix} (\text{m}) \quad (1)$$

式中,  $r_r, P_r, r_i, P_i$  分别为位置参数  $r$  和方向参数  $P$  ( $Q^{-1} = P \cdot r^{-1}$ ) 的实部和虚部,  $T$  表示转置运算。

### 2.2 稳定-非稳定腔产生的复杂像散高斯光束的变换特性

在图 1 中, 设柱面镜  $M_1$  的半径  $R_{1x} = -3.0 \text{m}$ ,  $R_{1y} = \infty$ ,  $\theta_1 = -\pi/4$ , 柱面镜  $M_2$  的半径  $R_{2x} = 5.0 \text{m}$ ,  $R_{2y} = \infty$ ,  $\theta_2 = 0$ ; 腔长  $L_x = 0.98 \text{m}$ ,  $L_y = 1.0 \text{m}$ , 光束由 RP 处输出, 在距 RP 为  $s = 1.0 \text{m}$  的位置有一双轴透镜 F, 在两个主方向  $x, y$  的焦距分别为  $f_x = 0.2 \text{m}$ ,  $f_y = 0.5 \text{m}$ , 其主轴绕光轴旋转  $\theta = \pi/6$ , 在透镜到参考面  $RP'$  的区域内观察光束。

Table 2 Eigenvalues  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  of the round trip matrix of the resonator as a function of the angle  $\theta_1$  ( $\theta_2 = 0$ )

$\theta_1 / \text{rad}$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_{3,4}$
0	1.666	0.600	1.000
$-\pi/12$	1.924	0.520	$0.921 \pm 0.389i$
$-\pi/6$	2.266	0.441	$0.815 \pm 0.579i$
$-\pi/4$	2.565	0.390	$0.725 \pm 0.687i$
$-\pi/3$	2.799	0.357	$0.661 \pm 0.750i$
$-5\pi/12$	2.949	0.339	$0.621 \pm 0.784i$
$-\pi/2$	3.000	0.333	$0.608 \pm 0.794i$

征光线矢量法和复光线数值迭代法进行数值计算, 可得到相同的结果,  $\theta_1 = -\pi/4$  时, 耦合器 RP 处输出的光束为复杂像散高斯光束(在稳定方向为高斯光束, 非稳定方向为球面波), 该光束经过像散元件 F, 在自由空间传播。图 4 给

表 2 给出了该光腔往返一周本征值  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  随  $\theta_1$  的变化 ( $\theta_2 = 0$ ), 当  $-\pi/2 \leq \theta_1 < 0$  时, 这种光腔是复杂像散稳定-非稳腔。

与稳定-稳定腔类似, 用复曲率矩阵法, 本

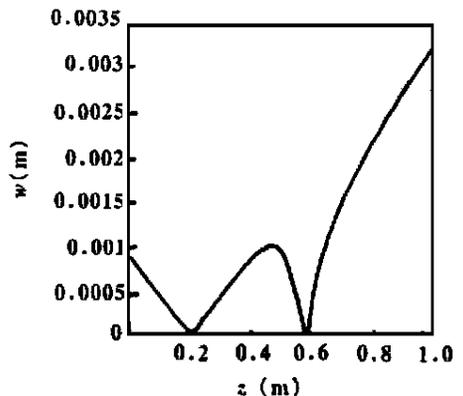


Fig. 4 The beam width  $w$  vs. propagation distance  $z$

出光束在观察区域内对角化方向上束宽随传输距离  $z$  的变化, 图 5 给出波前等相面曲率半径随传输距离  $z$  的变化。从图中可以看出, 在对角化方向上, 光束束宽仍出现一个局部极大值, 两个极小值(光腰)的情况, 光腰的大小为:  $w_{10} = 0.7512 \times 10^{-4} \text{m}$ ,  $w_{20} = 0.3581 \times 10^{-4} \text{m}$ , 对应位置  $z_{10} = 0.2000 \text{m}$ ,  $z_{20} = 0.5750 \text{m}$ ;  $z_{10}$  处等相位面曲率半径为  $R_{10}^{-1} = 5.7370 \text{m}^{-1}$ ,  $R_{10}^{-1} = -2.7382 \text{m}^{-1}$ ,  $z_{20}$  处等相位面曲率半径为:  $R_{20}^{-1} = 397.6458 \text{m}^{-1}$ ,  $R_{20}^{-1} = 2.5727 \text{m}^{-1}$ , 而两个等相位曲率半径为  $\infty$  的位置分别为:  $z_{1\infty} = 0.1967 \text{m}$ ,  $z_{2\infty} = 0.5741 \text{m}$ 。

该光束满足传输变换的不变关系式<sup>[7]</sup>:

$$r_r'^T P_i' - P_r'^T r_i' = r_r^T P_i - P_r^T r_i = \begin{pmatrix} -0.2752 & 0.1441 \\ 0.1441 & -0.0755 \end{pmatrix} (\text{m}) \quad (2)$$

从以上的数值计算可知: 由稳定-稳定腔和稳定-非稳定腔输出的复杂像散高斯光束经过像散元件传输变换后, 都可能出现多光腰的情况, 并且光腰位置与波前等相面曲率半径为  $\infty$  的位置不一定重合。

### 3 小 结

指出了在使用对复杂像散光束的多种分析方法作数值计算时应该注意的问题, 并用数值计算证明: 复杂像散高斯光束的束腰位置不一定与等相面曲率半径为  $\infty$  的位置重合; 而且即使在自由空间中传输时, 也可能出现多个极小值(多个束腰)的情况。这与圆高斯高斯光束和简单像散高斯光束<sup>[8,9]</sup>的变换特性相异, 在实际工作中应予以重视。

### 参 考 文 献

- 1 Nemes G, Sema J. OSA TOPS, 1998; 17: 200~ 207
- 2 林 强, 王绍民, 吕百达. 中国激光, 1990; 17(3): 150~ 155
- 3 L B D, Xu S, Hu Y *et al.* Opt & Quant Electronics, 1992; 24(6): 619~ 630
- 4 冯国英, 吕百达. 四川大学学报, 1994; 31(1): 78~ 81
- 5 L B D, Xu S, Feng G Y *et al.* Optik, 1992; (4): 158~ 162
- 6 吕百达, 冯国英, 蔡邦维. 光学学报, 1994; 14(9): 984~ 987
- 7 L B D, Feng G Y, Cai B W. Optik, 1994; (434): 125~ 128
- 8 周炳琨, 高以智, 陈家骅. 激光原理. 1 版, 北京: 国防工业出版社, 1984
- 9 吕百达, 冯国英, 蔡邦维. 激光技术, 1994; 18(3): 157~ 160

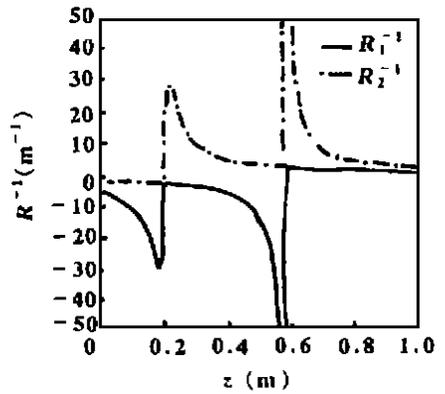


Fig. 5 The wavefront curvature radii  $R_1^{-1}$ ,  $R_2^{-1}$  vs. propagation distance  $z$

作者简介: 吴 平, 女, 1965 年 4 月出生。博士, 副教授。主要从事气体激光器和激光光束传输变换研究。

收稿日期: 2000-07-10 收到修改稿日期: 2000-09-27