

高斯光束通过倾斜光学元件的变换特性^{*}

季小玲^{ab} 吕百达^a

(^a 四川大学激光物理与化学研究所, 成都, 610064)

(^b 四川师范大学电子工程学院, 成都, 610066)

摘要: 基于广义惠更斯-菲涅耳衍射积分, 对高斯光束通过倾斜透镜后的传输特性作了研究, 推导出了它的传输方程, 并与离轴高斯光束通过透镜的变换做了比较, 得到一些有意义的结果, 以 M^2 因子和桶中功率为参数分析了偏轴高斯光束的光束质量。

关键词: 倾斜位相因子 变换特性 桶中功率 (PIB) M^2 因子

Transformation properties of Gaussian beams passing through a tilted lens

Ji Xiaoling^{ab}, Lü Baida^a

(^a Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

(^b College of Electronic Engineering, Sichuan Teachers University, Chengdu, 610066)

Abstract: Based on the generalized Huygens-Fresnel diffraction integral, the transformation properties of Gaussian beams passing a tilted lens are studied. A closed-form propagation equation is derived and some useful results are obtained. A comparison of tilted-axis Gaussian beams with off-axis Gaussian beams is made. The beam quality of tilted-axis Gaussian beams is analyzed in terms of M^2 factor and the power in the bucket.

Key words: phase-tilt factor transformation properties power in the bucket (PIB) M^2 factor

引 言

倾斜光学元件(例如倾斜介质平板、倾斜透镜等)对激光束传输变换的影响是在实际工作中应当考虑的问题。Alda^[1]指出, 倾斜光学元件对光场的影响可用一个相位因子 $\exp(-ik)$ 描述。我们以广义衍射积分理论为基础, 并考虑倾斜相位因子的影响, 推导出了高斯光束通过倾斜光学系统的传输方程, 对它的传输特性进行了详细的讨论, 并与离轴高斯光束通过透镜的变换做了比较, 得出一些有意义的结果。此外, 我们还以光束传输因子 (M^2 因子) 和桶中功率 (PIB) 作为光束质量评价的参数^[2], 分析了倾斜光学元件对光束质量的影响, 我们所得结果对实际光学系统的设计有参考意义。

1 传输方程

设入射面上高斯光束的场分布为:
$$E_0(x, y, 0) = \exp[-(x^2 + y^2)/w_0^2] \quad (1)$$

式中, w_0 为高斯光束的光腰宽度。

据文献[1], 光学元件的倾斜因子可表示为:
$$(x, y) = \exp[-ik(C_2x + C_3y)] \quad (2)$$

* 华中科技大学激光技术国家重点实验室资助项目。

式中, C_2, C_3 可称为倾斜系数。

根据广义惠更斯-菲涅耳衍射积分,并考虑光学元件倾斜的影响,高斯光束通过变换矩阵

$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 的光学系统的变换公式为:

$$E(x, y, z) = C_0 E_0(x_0, y_0, 0) \int \int_{(x_0, y_0)} \exp \left\{ -\frac{ik}{2B} [A(x_0^2 + y_0^2) - 2(xx_0 + yy_0)] \right\} dx_0 dy_0 \quad (3)$$

式中, $k=2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长。

$$C_0 = i \exp[-ikD(x^2 + y^2)/2B] / B \quad (4)$$

将(1)式和(2)式代入(3)式,设光阑衍射效应可忽略,利用积分公式^[3]:

$$\int_0^+ x^{2n} \exp(-\mu^2 x^2) \cos(xy) dx = (-1)^n 2^{-(2n+1)} \mu^{-(2n+1)} \exp\left[-\frac{y^2}{4\mu^2}\right] H_{2n} \frac{y}{2\mu} \quad (5)$$

得到:

$$E(x, y, z) = \frac{C_0}{2} \exp\left[-\frac{(kx/B - kC_2)^2}{4}\right] \exp\left[-\frac{(ky/B - kC_3)^2}{4}\right] \quad (6)$$

式中,

$$2^2 = 1/w_0^2 + ikA/2B \quad (7)$$

(6)式为高斯光束通过倾斜光学系统的传输方程,这是我们所得主要解析结果。下面以高斯光束通过一焦距为 f 的倾斜薄透镜为例,具体进行计算分析。这时,变换矩阵为:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

因此,光强分布为:

$$I(x, y, z) = E(x, y, z) E^*(x, y, z) = \frac{(k/2z)^2}{\{1/w_0^4 + [k(1 - z/f)/2z]^2\}} \exp\left[-\frac{2(x - C_2z)^2}{w_x^2}\right] \exp\left[-\frac{2(y - C_3z)^2}{w_y^2}\right] \quad (9)$$

式中,

$$w_x^2 = w_y^2 = 4(z/kw_0)^2 + [w_0(1 - z/f)]^2 \quad (10)$$

(10)式为高斯光束通过倾斜光学元件束宽的传输方程。该式表明,其束宽的大小与倾斜因子无关,而与理想光学系统高斯光束束宽传输规律相同。

(9)式表征的是偏轴高斯光束(即沿偏轴传输的高斯光束),其重心的空间位置坐标为 (C_2z, C_3z, z) ,偏轴的方向余弦为:

$$\cos \theta_x = C_2 / \sqrt{C_2^2 + C_3^2 + 1} \quad (11)$$

$$\cos \theta_y = C_3 / \sqrt{C_2^2 + C_3^2 + 1} \quad (12)$$

$$\cos \theta_z = 1 / \sqrt{C_2^2 + C_3^2 + 1} \quad (13)$$

式中, $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 分别是偏轴与 x, y, z 轴的夹角。由(11),(12),(13)式知道,偏轴的方位不随传输距离的增加而改变。

特例是当 $C_2=0, C_3 \neq 0$ 时,高斯光束的重心坐标为 $(0, C_3z, z)$,偏轴位于 yOz 面上;当 $C_2 \neq 0, C_3=0$ 时,高斯光束的重心的坐标为 $(C_2z, 0, z)$,偏轴位于 xOz 面上;当 $C_2=C_3 \neq 0$ 时,高斯光束的重心坐标为 (C_2z, C_3z, z) ,偏轴位于 x, y 轴的角平分面上;当 $C_2=C_3=0$ 时,高斯光束的重心坐标为 $(0, 0, z)$,偏轴与 z 轴重合,即过渡到理想光学系统的情况。

令 $x=y=0$,由(8)式得到轴上光强分布:

$$I(0, 0, z) = \frac{(k/2z)^2}{\{1/w_0^4 + [k(1 - z/f)/2z]^2\}} \exp\left[-\frac{k^2 z^2 (C_2^2 + C_3^2)}{2(z/w_0)^2 + [kw_0(1 - z/f)]^2/2}\right] \quad (14)$$

(14)式表明,轴上光强仅由 $C_2^2 + C_3^2$ 决定,而与 C_2, C_3 的取值无关。

2 偏轴高斯光束与离轴高斯光束的比较

入射面 ($z=0$) 处离轴高斯光束的光场分布为:

$$E_0(x, y, 0) = \exp\{-[(x-a)^2 + (y-b)^2]/w_0^2\} \quad (15)$$

式中, a, b 是入射面处离轴高斯光束重心的坐标, w_0 为离轴高斯光束的光腰宽度。

利用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分, 可推导出 (15) 式描述的离轴高斯光束通过一阶 ABCD 光学系统的传输方程为^[4]:

$$E(x, y, z) = \frac{1}{A + B/q_0} \exp\left\{-\frac{ik}{2q_1(z)}(x-aA)^2 - ikaCx + i\frac{ka^2AC}{2}\right\} \times \exp\left\{-\frac{ik}{2q_1(z)}(y-bA)^2 - ikbCy + i\frac{kb^2AC}{2}\right\} \quad (16)$$

式中, q_0, q_1 分别为 $z=0$ 和 z 平面的复 q 参数。

将 (8) 式代入 (16) 式可以得到光强分布:

$$I(x, y, z) = \frac{1}{w_0^4 + \left[\frac{k}{2z}\left(1 - \frac{z}{f}\right)\right]^2} \times \exp\left\{-\frac{2\left[x - a\left(1 - \frac{z}{f}\right)\right]^2}{w_x^2}\right\} \exp\left\{-\frac{2\left[y - b\left(1 - \frac{z}{f}\right)\right]^2}{w_y^2}\right\} \quad (17)$$

式中, w_x, w_y 分别为光束在 x, y 方向的束宽, 它们的传输方程与偏轴高斯光束的束宽 w_x, w_y 的传输方程 (10) 式相同。

由 (17) 式可知, 离轴高斯光束通过透镜后光束的重心坐标为 $(a(1-z/f), b(1-z/f), z)$ 。令 $x_0 = a(1-z/f), y_0 = b(1-z/f)$ 。在菲涅耳衍射区 ($z < f$), $(1-z/f) < 1$, 则 $x_0 < a, y_0 < b$, 且 x_0 与 a 同号, y_0 与 b 同号, 即菲涅耳衍射区光束重心不在 z 轴上, 它与入射离轴高斯光束的重心在同一象限内, 且随着传输距离的增加而逐渐靠近 z 轴。当达到夫琅和费衍射区 ($z = f$) 时, 光束重心坐标为 $(0, 0, f)$, 即光束重心位于 z 轴上。这时, 光强分布为:

$$I(x, y, f) = (kw_0^2/2f)^2 \exp\left[-\frac{2x^2}{(2f/kw_0)^2}\right] \exp\left[-\frac{2y^2}{(2f/kw_0)^2}\right] \quad (18)$$

与离轴高斯光束相比较, (9) 式表征的偏轴高斯光束的重心坐标为 (C_2z, C_3z, z) , 在菲涅耳衍射区, 它的重心位置随传输距离的增加而沿偏轴逐渐远离 z 轴, 当达到夫琅和费衍射区 ($z = f$) 时, 重心坐标为 (C_2f, C_3f, f) 。即偏轴高斯光束的重心是不会回到 z 轴上来的。

3 M^2 因子和 PIB

(9) 式表明, 高斯光束通过倾斜透镜后, 在 x 方向和 y 方向仍旧分别保持高斯分布, 在 z 平面上光束重心位置发生了平移, 平移距离分别为 $x_0 = C_2z$ 和 $y_0 = C_3z$, 而光束重心位置平移不会改变光束的 M^2 因子。因此, $M_x^2 = M_y^2 = 1$ (19)

除了 M^2 因子以外, 桶中功率从光束分布的能量集中度来衡量光束的质量^[3]。(9) 式表明, 沿偏轴高斯光束的桶中功率不会改变, 而沿 z 轴高斯光束的桶中功率将随 C_2, C_3 的增大而迅速降低。对于离轴高斯光束, (17) 式表明, 光束为高斯分布, 其 M^2 因子仍然为 1。(18) 式表明, 它在几何焦面上的桶中功率保持不变。

4 数值计算及分析

文中数值计算所用高斯光束的波长均为 $1.06\mu\text{m}$, 束腰宽度为 1mm , 透镜焦距为 200mm 。

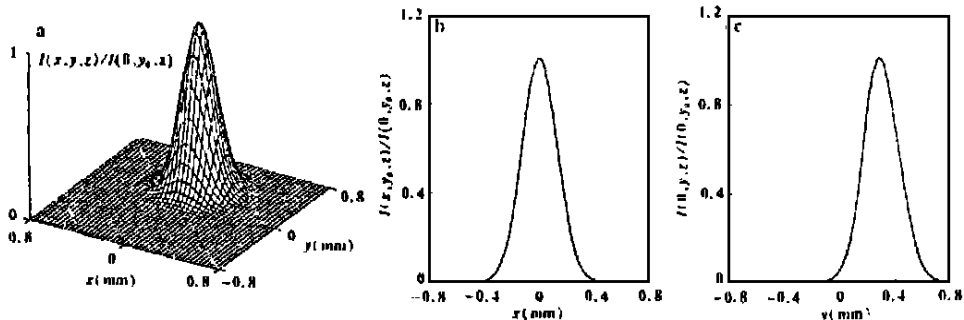


Fig. 1 Relative intensity distributions of a Gaussian beams passing through a tilted lens $z = 150.0\text{mm}$, $C_2 = 0$, $C_3 = 2.0 \times 10^{-3}$, $y_0 = C_3z$

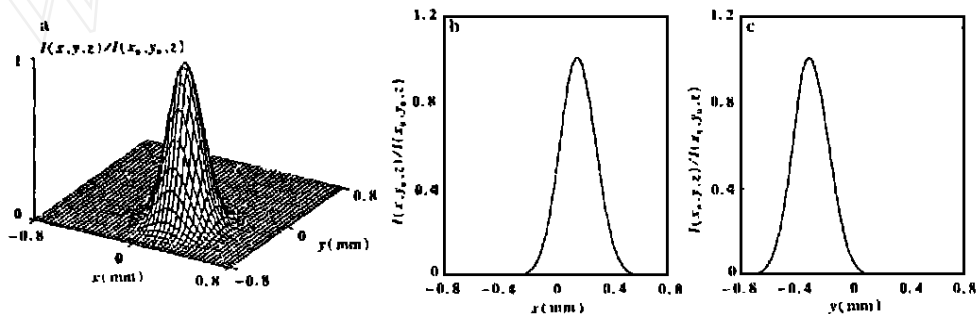


Fig. 2 Relative intensity distributions of a Gaussian beams passing through a tilted lens $z = 150.0\text{mm}$, $C_2 = 1.0 \times 10^{-3}$, $C_3 = -2.0 \times 10^{-3}$, $x_0 = C_2z$, $y_0 = C_3z$

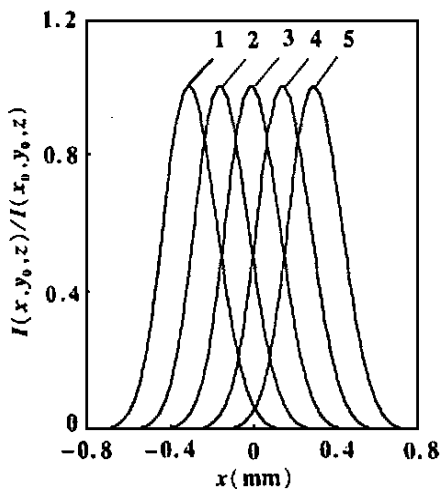


Fig. 3 Relative intensity distributions of a Gaussian beams passing through tilted lens $z = 150.0\text{mm}$, $x_0 = C_2z$, $y_0 = C_3z$
 1— $C_2 = C_3 = -2.0 \times 10^{-3}$, 2— 1.0×10^{-3} , 3— 0.4×10^{-3} , 4— 1.0×10^{-3} , 5— 2.0×10^{-3}

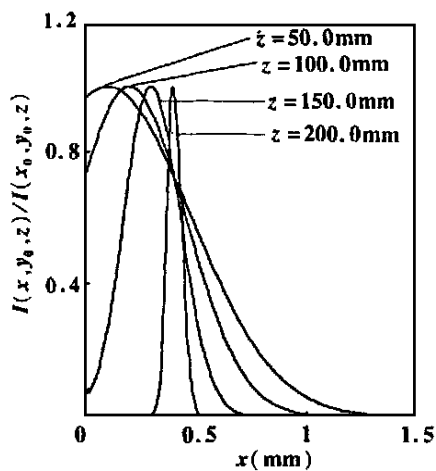


Fig. 4 Relative intensity distributions of a Gaussian beams passing through a tilted lens $C_2 = C_3 = 2.0 \times 10^{-3}$, $x_0 = C_2z$, $y_0 = C_3z$

图 1 和图 2 为不同倾斜系数 C_2, C_3 情况下的相对光强分布。由图 1 和图 2 可知, 光束仍旧分别保持高斯分布, 仅光束重心位置发生了平移。例如, 图 1 中, $C_2 = 0, C_3 = 2.0 \times 10^{-3}$, $z = 150.0\text{mm}$ 时, 光束重心在 x 轴上, 沿 x 轴平移距离为 $y_0 = C_3 z = 0.3\text{mm}$; 图 2 中, $C_2 = C_3 = 2.0 \times 10^{-3}$, $z = 150.0\text{mm}$ 时, 光束重心位于 x, y 轴的角平分面上, 沿 x 轴和 y 轴平移距离均为 $y_0 = x_0 = 0.3\text{mm}$ 。图 3 为同一位置处, 不同倾斜系数的相对光强分布。图 3 表明, 随着倾斜系数绝对值的增大, 偏轴高斯光束的重心逐渐远离 z 轴。当 C_2, C_3 为负值, 光束中心沿 x, y 轴的负方向平移; 当 C_2, C_3 为正值, 光束中心沿 x, y 轴的正方向平移。图 4 为相同倾斜系数情况下, 不同位置处的相对光强分布比较。从图 4 可以看出, 偏轴高斯光束的重心随着传输距离的增加而逐渐远离 z 轴。当光束传输到夫琅和费衍射区时, 光束重心位于 $(0.4\text{mm}, 0.4\text{mm}, 200.0\text{mm})$ 处。图 5 为以无倾斜时 z 轴上几何焦点处光强 $I_0(0, 0, f)$ 归一化的 z 轴上的光强分布。数值计算说明, 由于透镜的倾斜, 会使 z 轴上最大光强的位置发生漂移, 且朝着透镜方向漂移。随着倾斜系数的增大, z 轴上最大光强位置的漂移量增大, z 轴上最大光强值急剧减小。

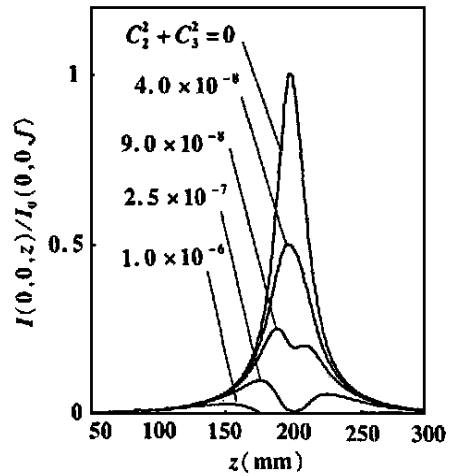


Fig. 5 Axial intensity distributions of a Gaussian beams passing through titled lens

5 小 结

我们推导出了高斯光束通过倾斜光学系统的传输方程(6)式, 由此得出高斯光束通过倾斜透镜的传输方程(9)式, 它亦可以看成是偏轴高斯光束通过理想透镜的传输方程。(9)式表明, 高斯光束通过倾斜透镜后成为偏轴高斯光束。偏轴高斯光束的重心沿 x 轴和 y 轴的平移距离与透镜的倾斜系数和光束的传输距离成正比, 这与离轴高斯光束通过透镜的变换特性不同。由(17)式知, 离轴高斯光束通过透镜后, 在菲涅耳衍射区, 光束重心随着传输距离的半加而逐渐靠近 z 轴, 当达到夫琅和费衍射区时, 光束重心就落到了 z 轴上。偏轴高斯光束沿偏轴的传输规律与理想高斯光束沿对称轴的传输规律相同。偏轴高斯光束的 M^2 因子仍为 1, 偏轴高斯光束沿偏轴的桶中功率不会改变, 而沿 z 轴高斯光束的桶中功率将随倾斜系数的增大而迅速降低。

参 考 文 献

- 1 Alda J, Alonso J, Bernabeu E. J O S A, 1997; A14(10): 2737 ~ 2747
- 2 Siegnar A. E. OSA TOPS, 1998; 17: 184 ~ 199
- 3 Erdelyi A, Magnus W, Oberhettinger F. Tables of Integral Transforms. New York: Mc Graw-Hill, 1954: 14 ~ 17
- 4 L. ÜB D, Ma H. Opt Commun, 1999; 171: 185 ~ 194

作者简介: 季小玲, 女, 1963 年 11 月出生。硕士, 副教授。现从事激光光学的教学与科研工作。