

## 平面波经方环衍射后的光束质量评价\*

卿与三<sup>a,b</sup> 江东林<sup>a,b</sup> 吕百达<sup>a</sup>

(<sup>a</sup>四川大学激光物理与化学研究所, 成都, 610064)

(<sup>b</sup>宜宾学院物理系, 宜宾, 644007)

**摘要:** 在对平面波经方环衍射后远场光强分布分析的基础上, 对其光束质量作了详细研究。数值计算结果的物理分析表明, 可用“桶中功率”曲线、 $\beta$  和  $\eta$  参数评价这类环状光束的光束质量。同时也指出了这些方法的不足。

**关键词:** 方环衍射 光束质量 桶中功率  $\beta$ ,  $\eta$  参数

## Beam quality of plane waves diffracted by a rectangular annular aperture

Qing Yusan<sup>a,b</sup>, Jiang Donglin<sup>a,b</sup>, L Baida<sup>a</sup>

(<sup>a</sup> Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

(<sup>b</sup> Department of Physics, Yibin College, Yibin, 644007)

**Abstract:** On the basis of analyzing far-field intensity distribution of plane-waves diffracted by a rectangular annular aperture, a detailed study of the beam quality has been made. Numerical calculation results have been illustrated. The results indicate that it is suitable to characterizing beam quality of this type of annular beams with power in bucket (PIB),  $\beta$  parameter and  $\eta$  parameter. On the other hand, the weakness of these methods has also pointed out.

**Key words:** diffraction at a rectangular annular aperture beam quality power in the bucket (PIB)  $\beta$  parameter  $\eta$  parameter

## 引 言

如何评价激光光束质量是激光科学技术中的一个重要问题。激光束在通过理想无衍射、无像差光学系统时, 基于二阶矩定义的光束传输因子(即  $M^2$  因子)是一个传输不变量, 是评价激光光束质量的一个重要参数<sup>[1,2]</sup>。然而, 当系统包含有硬边光阑时,  $M^2$  因子会变为无穷大, 即出现发散困难<sup>[3]</sup>。此外, 即使在理想情况下, 从实际非稳腔输出的激光也不可能是基模高斯光束, 因此, 在  $M^2$  因子理论中用基模高斯光束作比较标准, 对非高斯光束有失“公平”。文献[4]中提出用桶中功率(PIB)曲线来评价激光远场光束质量, 如何评价激光经方形光阑衍射的光束质量还未见涉及。众所周知, 方环衍射与圆环衍射不同, 后者具有径向对称性, 而前者没有。我们拟讨论平面光波经方环衍射的光束质量。分析表明, 对这类有硬边衍射环状光束的光束质量, 可以用 PIB、 $\beta$  参数和  $\eta$  参数来加以评价。

### 1 平面光波经方环衍射后的远场分布

设方环外边长为  $2a$ , 内边长为  $2b$ , 遮拦比  $\varepsilon = b/a$ 。用夫琅和费衍射积分公式:

\* 华中科技大学激光技术国家重点实验室资助项目。

$$E(x, y) = A_0 \int_{-a}^a \int_{-a}^a \exp[-i \frac{k}{l}(xx' + yy')] dx' dy' - \int_{-b}^b \int_{-b}^b \exp[-i \frac{k}{l}(xx' + yy')] dx' dy' =$$

$$4A_0 a^2 [\text{sinc}(kax/l) \text{sinc}(kay/l) - \epsilon^2 \text{sinc}(\epsilon kax/l) \text{sinc}(\epsilon kay/l)] \quad (1)$$

式中,  $k$  为波数,  $A_0$  为平面光波的场实振幅大小,  $l$  为场点与方环平面之间的距离,  $\text{sinc}(kaj/l) = \sin(kaj/l)/(kaj/l)$  ( $j = x, y$ )。

远场光强分布为:  $I(x, y) = |E(x, y)|^2 =$

$$\frac{1}{(1 - \epsilon^2)^2} [\text{sinc}(kax/l) \text{sinc}(kay/l) - \epsilon^2 \text{sinc}(\epsilon kax/l) \text{sinc}(\epsilon kay/l)]^2 I(0, 0) \quad (2)$$

式中,  $I(0, 0)$  为轴上光强, 且  $I(0, 0) = A_0^2 S^2$ 。  $S$  为方环通光面积,  $S = 4(a^2 - b^2)$ 。当  $\epsilon = 0$  时,

$$(1) \text{式成为方孔衍射的光强分布公式 } I(x, y) = \text{sinc}^2(kax/l) \text{sinc}^2(kay/l) I(0, 0) \quad (3)$$

当  $\epsilon \rightarrow 1$  时, 由积分中值定理可求出这时的远场光强分布为:

$$I(x, y) = [\text{sinc}(kax/l) \cos(kay/l) + \cos(kax/l) \text{sinc}(kay/l)]^2 I(0, 0) / 4 \quad (4)$$

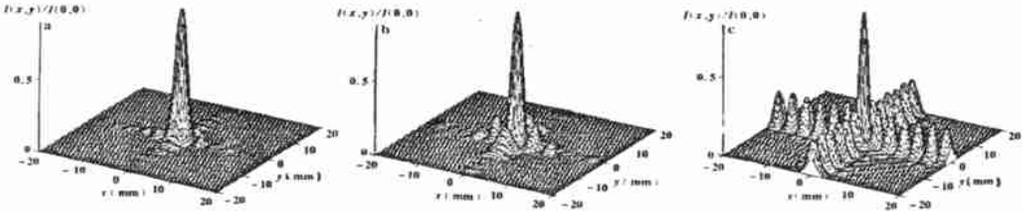


Fig. 1 Intensity distribution in far field of a plane wave diffracted by a rectangular annular aperture

a- $\epsilon=0$  b- $\epsilon=0.5$  c- $\epsilon=0.99$

利用(2)式可对平面波经方环衍射的光强进行数值计算和分析, 典型例示于图1。图1给出了光束遮拦比等于0, 0.5, 0.99时的平面光波经方环衍射远场光强分布图形(所取参数为:  $a = 1\text{mm}$ ,  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ ,  $l = 1000\text{mm}$ )。由图可见, 平面波经方环衍射后的光强分布与经圆环衍射的光强分布既相似, 又有区别。相似的是, 当  $a$  固定时, 随着遮拦比的增大旁瓣越多, 且旁瓣的光强越大。当  $\epsilon = 0$  时, 第一旁瓣的极大值与轴上光强最大值的比值仅为4.71%; 而当  $\epsilon = 0.5, 0.75, 0.99$  时, 该比值分别增至7.15%, 24.81%, 27.14%; 不同的是方环衍射的光强分布在横向是以  $x$  轴和  $y$  轴对称, 而圆环衍射在横向是径向对称。

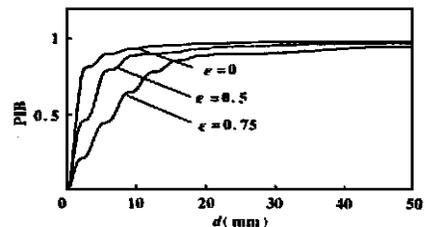


Fig.2 PIB curves of a diffracted plane wave for  $\epsilon = 0, 0.05$  and  $0.75$

## 2 方环衍射光束质量评价

### 2.1 桶中功率(PIB)曲线

PIB 曲线表示远场光束分布的能量集中度, 即远场某一确定区域内的功率含量占总功率的百分比, 可用以评价光束质量。

$$\text{PIB} = \int_{-d}^d \int_{-d}^d I(x, y) dx dy \bigg/ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dx dy =$$

$$\frac{a^2}{\lambda^2(1 - \epsilon^2)} \int_{-d}^d \int_{-d}^d [\text{sinc}(kax/l) \text{sinc}(kay/l) - \epsilon^2 \text{sinc}(\epsilon kax/l) \text{sinc}(\epsilon kay/l)]^2 dx dy \quad (5)$$

式中,  $d$  为远场方形区域的边长。由(5)式利用数值计算方法可计算出不同遮拦比, 不同大小的远场区域的功率含量占总功率的百分比。图2是根据计算结果绘出的PIB曲线(所取参数与前同)。由图2可

见,当远场区域的大小相同时,  $\epsilon=0$  时的 PIB 值最大,说明这时的能量集中度最大。 $\epsilon$  越大对应的功率含量百分比就越小。可见,随着  $\epsilon$  的逐渐增加,远场光束质量越来越差。

### 2.2 $\beta$ 值参数

Garay<sup>[5]</sup>指出,可用  $\beta$  参数评价平面波经圆环衍射的光束质量。即当桶中功率 PIB=63% 时,设遮拦比为  $\epsilon$  时对应的远场横向区域的面积为  $\sigma$ ,遮拦比为 0 时对应理想光束的远场横向区域的面积为  $\sigma_0$ ,则  $\beta = \sqrt{\sigma/\sigma_0}$ 。对方形域可推出  $\beta = d/d_0$ 。式中,  $d, d_0$  分别是遮拦比为  $\epsilon, 0$  时对应的远场方形域边长的一半。表 1 给出了平面波经方环衍射后在远场的  $\beta$  参数值。由

Table 1  $\beta$  parameter values for  $\epsilon=0, 0.5$  and  $0.75$

$\epsilon=0$		$\epsilon=0.5$		$\epsilon=0.75$	
$d(\text{mm})$	$\beta$	$d(\text{mm})$	$\beta$	$d(\text{mm})$	$\beta$
1.57	1	3.99	2.59	7.73	4.96

表 1 可见,  $\beta$  随着遮拦比的增大而增大。 $\beta$  值越大,光束质量越差。

### 2.3 $\eta$ 参数

实际工作中,若只关心远场主瓣内的功率含量,则可用  $\eta$  参数描述光束质量。 $\eta$  为在远场中心主瓣内包含的功率(能量)占总功率(能量)的百分比:

$$\eta = \frac{\int_{-c}^c \int_{-c}^c |E(x, y)|^2 dx dy}{\int_{-c}^c \int_{-c}^c |E(x, y)|^2 dx dy} \quad (6)$$

将(2)式代入(6)式可得平面波经方环衍射后的  $\eta$  参数为:

$$\eta = \frac{a^2}{\lambda^2(1-\epsilon^2)} \int_{-c}^c \int_{-c}^c [\text{sinc}(kax/l)\text{sinc}(kay/l) - \epsilon^2 \text{sinc}(\epsilon kax/l)\text{sinc}(\epsilon kay/l)]^2 dx dy \quad (7)$$

式中,  $c$  为平面波经方环衍射后在远场  $x$  方向和  $y$  方向第一零点到中心的距离,  $\eta$  越大光束质量越好。表 2 给出了按(7)式计算出的结果。计算结果表明,  $\eta$  随  $\epsilon$  的增大而减小,光束质量变差。

Table 2  $\eta$  parameter values for  $\epsilon=0, 0.5, 0.75$  and  $0.99$

$\epsilon=0$		$\epsilon=0.5$		$\epsilon=0.75$		$\epsilon=0.99$	
$c(\text{mm})$	$\eta(\%)$	$c(\text{mm})$	$\eta(\%)$	$c(\text{mm})$	$\eta(\%)$	$c(\text{mm})$	$\eta(\%)$
3.14	81.50	2.64	46.38	2.30	42.11	2.04	0.76

## 3 讨 论

(1)用桶中功率(PIB)曲线和  $\beta$  参数来评价平面波经方环衍射

后的远场光束质量是可行的,当仅关心中心主瓣的功率含量时,亦可用  $\eta$  参数评价。这些方法不仅解决了因  $M^2$  因子发散给光束质量评价带来的困难,而且对功率的测量比对束宽的测量精确度要高。(2)在 Siegman 的理论中,  $M^2$  因子包括了光束的远场参数和近场参数的影响。仅用 PIB 曲线评价光束质量是不够的,原因是相同的远场 PIB 可由不同的近场分布光束得到。而不同近场分布的光束在光学系统中的传输行为是大不相同的,应当辅以其它参数(特别是描述近场特性的参数),才能全面描述光束质量。(3)平面波经方环衍射时,其能量分布除与  $\epsilon$  有关外,还与  $a$  和  $\lambda$  有关。在其它条件相同的情况下,  $a$  越大能量集中度越高。

### 参 考 文 献

- 1 Siegman A E. SPIE, 1990;1224: 2~ 14
- 2 吕百达.强激光的传输与控制.北京:国防工业出版社,1999: 64~ 76
- 3 杨成龙.激光杂志,1997; 18(4):4~ 10
- 4 Siegman A E. OSA TOPS, 1988;184~ 199
- 5 Garay A. SPIE, 1988; 888: 17

作者简介:卿与三,男,1943年6月出生。副教授。现从事教学和激光技术研究。