

全视差彩虹全息色模糊分析

陈建农 刘姝延 董永绵 徐 强

(烟台师范学院物理系,烟台, 264025)

摘要: 对用光栅制作的全视差彩虹全息再现像的色模糊进行了定量分析,得出在固定点观察时进入眼瞳波长范围引起的像点纵向和横向位移,指出当像点位于全息图平面时,色模糊为 0。

关键词: 全视差 彩虹全息 色模糊

Color blurring analysis of whole parallax rainbow hologram

Chen Jiannong, Liu Shuyian, Dong Yongmian, Xu Qiang

(Department of Physics, Yantai Teachers' College, Yantai, 264025)

Abstract: Color blurring which occurs when reconstructed image point is not located in the plane of whole parallax rainbow hologram formed by a grating is quantitatively calculated. Viewed at a fixed point, the lateral and longitudinal displacement of image point caused by wavelength change is obtained. A conclusion is drawn that the color blurring of corresponding image point will disappear when the object point is in the plane of holographic plane.

Key words: whole parallax rainbow hologram color blurring

引 言

彩虹全息是一种实用的全息技术,作者提出了一种用光栅代替狭缝制作的彩虹全息^[1],该全息图的特点是物波面不受限制,因而水平视差和垂直观差都保持完全,但未对色模糊情况进行分析计算。对彩虹全息图来说,色模糊情况是衡量全息像清晰度的一个重要指标,因此,安排光路时,必须尽可能地减少色模糊。由于光栅对再现物光波的衍射,可以预见:用白光光源再现时,同一物点的再现像点将随波长而发生位移。在实际观察时,再现像的色模糊还应与观察位置、人眼瞳孔大小等因素有关。我们对由光栅制作的彩虹全息图的色模糊进行了定量分析,并就某些特殊情况得到了一些简明的结果。这些结果对实际拍摄光路的安排及如何减少色模糊具有一定的指导意义。

1 色模糊的计算与分析

物体与再现像可以看作由连续分布的物点与像点组成。所以,我们的讨论以假设物体是一个物点为基础,因而相应的像也是一个像点,物点一般离全息干版较近,如图 1 中 O 点所示, O 点坐标为 x_0, y_0, z_0 ,该距离 z_0 满足菲涅耳衍射,图中参考光也是点光源,位于 x_R, y_R, z_R ,物光与参考光在 $x-y$ 平面上的复振幅 $O(x, y)$ 和 $R(x, y)$ 在近轴条件下由下式表示^[2]:

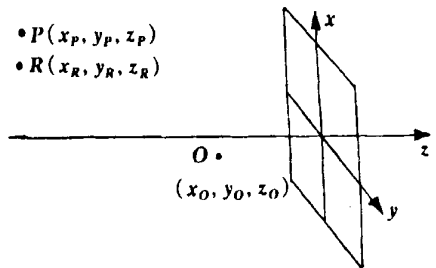


Fig. 1 The schematic diagram to record and reconstruct hologram of a point object

$$O(x, y) = a_0/z_0 \exp\{-jk^2[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]/2z_0\}$$

$$R(x, y) = a_R/z_R \exp\{-jk[(x-x_R)^2 + (y-y_R)^2]/2z_R\}$$

式中, a_R, a_0 是常数, z_R, z_0 均小于 0, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为记录波长, 全息记录底片放在 $x-y$ 平面上, 在记录全视差彩虹全息图时, 记录底片前放置一块正弦型振幅全息光栅, 其透过率为 $t(x) = [1 + \sin(2\pi f x)]/2$, f 为光栅频率。因此, 全息底片上的强度分布为:

$$I(x, y) = \left\{ \left(\frac{a_R}{z_R} \right)^2 + \left(\frac{a_0}{z_0} \right)^2 + \frac{a_0 a_R}{z_0 z_R} \exp\left[-jk \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0}\right] \exp\left[jk \frac{(x-x_R)^2 + (y-y_R)^2}{2z_R}\right] + \frac{a_0 a_R}{z_0 z_R} \exp\left[jk \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0}\right] \exp\left[-jk \frac{(x-x_R)^2 + (y-y_R)^2}{2z_R}\right] \right\} t(x)$$

假定再现光源也为点光源, 位置在 x_P, y_P, z_P , 波长为 λ' , 再现光波在全息图平面的复振幅分布为: $P(x, y) = (a_P/z_P) \exp\{-jk'[(x-x_P)^2 + (y-y_P)^2]/(2z_P)\}$, $k' = 2\pi/\lambda'$, 若底片处理为线性, 则全息底片的复振幅透过率为: $T = T_0 + \beta I$, 因而, 在再现光照明下, 全息底片后表面的光场分布为: $U = P(x, y)T$, 将 I 代入, 我们很容易得到三项复振幅, 其中一项是振幅受调制的再现光, 另两项是我们感兴趣的复振幅分布:

$$U_1 = \beta t(x) \frac{a_0 a_R a_P}{z_0 z_R z_P} \left\{ \exp\left[-jk' \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0}\right] \exp\left[jk' \frac{(x-x_R)^2 + (y-y_R)^2}{2z_R}\right] \times \exp\left[-jk' \frac{(x-x_P)^2 + (y-y_P)^2}{2z_P}\right] \right\}$$

$$U_2 = \beta t(x) \frac{a_0 a_R a_P}{z_0 z_R z_P} \left\{ \exp\left[jk' \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0}\right] \exp\left[-jk' \frac{(x-x_R)^2 + (y-y_R)^2}{2z_R}\right] \times \exp\left[-jk' \frac{(x-x_P)^2 + (y-y_P)^2}{2z_P}\right] \right\}$$

$$U_1, U_2 \text{ 经过整理后可以分别写成: } U_1 = c_1 \exp\{-jk'[(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2]/2z_i\} t(x)$$

$$U_2 = c_2 \exp\{-jk'[(x-x_h)^2 + (y-y_h)^2]/2z_h\} t(x)$$

c_1, c_2 为与 x, y 无关的复常数, 式中,

$$x_i = \lambda' z_i x_0 / \lambda z_0 - \lambda' z_i x_R / \lambda z_R + z_i x_P / z_P, \quad y_i = \lambda' z_i y_0 / \lambda z_0 - \lambda' z_i y_R / \lambda z_R + z_i y_P / z_P,$$

$$z_i = \left[\lambda' / \lambda z_0 - \lambda' / \lambda z_R + 1/z_P \right]^{-1} \quad (1)$$

$$x_h = -\lambda' z_h x_0 / \lambda z_0 + \lambda' z_h x_R / \lambda z_R + z_h x_P / z_P, \quad y_h = -\lambda' z_h y_0 / \lambda z_0 + \lambda' z_h y_R / \lambda z_R + z_h y_P / z_P,$$

$$z_h = \left[-\lambda' / \lambda z_0 + \lambda' / \lambda z_R + 1/z_P \right]^{-1} \quad (2)$$

这就表明, U_1, U_2 都是近轴条件下中心分别位于 (x_i, y_i, z_i) 和 (x_h, y_h, z_h) 的球面波光场中位于 $x-y$ 平面的复振幅分布经光栅衍射而成。下面分析光栅衍射使得球面发散中心即像点发生的位移。用 U_1 进行讨论, U_2 的讨论方法类似。

由于 $t(x) = [1 + \sin(2\pi f x)]/2 = 1/2 + \exp[j(2\pi f x - \pi/2)]/4 - \exp[j(-2\pi f x - \pi/2)]/4$, U_1 可写成:

$$U_1 = \frac{1}{2} c_1 \exp\left[-jk' \frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}{2z_i}\right] + \frac{1}{4} c_1 \exp\left[-jk' \frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}{2z_i}\right] \times \exp\left[j\left(2\pi f x - \frac{\pi}{2}\right)\right] - \frac{1}{4} c_1 \exp\left[-jk' \frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}{2z_i}\right] \exp\left[-j\left(2\pi f x + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

上式 3 项分别用 U_{11}, U_{12}, U_{13} 表示, 第 1 项表明像点未发生移动, 第 2 项和第 3 项可分别简化为:

$$U_{12} = c_{12} \exp\left\{-jk' \left[\left[x - (x_i + z_i \lambda' f) \right]^2 + (y-y_i)^2 \right] / 2z_i \right\},$$

$$U_{13} = c_{13} \exp\left\{-jk' \left[\left[x - (x_i - z_i \lambda' f) \right]^2 + (y-y_i)^2 \right] / 2z_i \right\}.$$

因此, 由于光栅的衍射作用, U_1 为 3 个球心分别在 (x_i, y_i, z_i) , $(x_i + z_i \lambda' f, y_i, z_i)$ 和 $(x_i - z_i \lambda' f, y_i, z_i)$ 的球面波叠加而成, 即对波长 λ' 来说, 形成 3 个像点, 如图 2 所示, 当光栅频率足够高时, 图中 A, A_1, A_2 3 点将很好地分开, 因而观察者在不同角度观察时看到 3 个像点。由于 x_i, y_i, z_i 均为 λ' 的函数, 当再现波长 λ' 发生变化时, 上述 3 个像点均发生相应的位移, 造成色模糊。但由于 f 值较大, $z_i \lambda' f$ 随 λ' 变化较大, 所以, A_1, A_2 两个像点呈现很好的彩虹效果。而且当观察位置较远时, 进入眼瞳的 $\Delta \lambda'$ 较小, 再现像仍会很清晰。以下对特殊情况作一些简化的讨论。考虑轴上物点的情形, 这样做事实上并不失去普遍意义, 因为我们总可以通过坐标平移使 $x_0 = 0, y_0 = 0$, 另外, 我们假定参考光源与再现光源处在同一点, 即 $x_R = x_P, y_R = y_P, z_R = z_P$ 。由(1)式可得

$$\begin{aligned} x_i &= (1 - \lambda' / \lambda) x_{Rz} / z_R \\ y_i &= (1 - \lambda' / \lambda) y_{Rz} / z_R \\ z_i &= (\lambda' / \lambda z_0 - \lambda' / \lambda z_R + 1 / z_R)^{-1} \end{aligned} \quad (3)$$

当物点离全息图较近, 而参考光源离全息底片较远时, 有 $|z_0| \ll |z_R|$, 则(3)式可简化为:

$$\begin{aligned} x_i &= [(\lambda - \lambda') / \lambda'] x_{Rz} / z_R \\ y_i &= [(\lambda - \lambda') / \lambda'] y_{Rz} / z_R \\ z_i &= \lambda_0 / \lambda' \end{aligned} \quad (4)$$

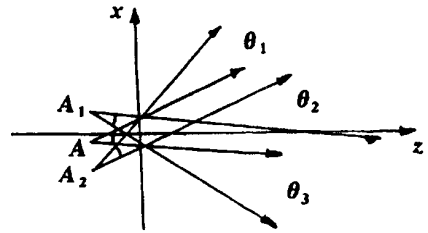


Fig. 2 The diffraction of image point by sinusoidal grating

因此, 在上述特殊情况下, 可得到对 λ' 来说形成的 3 个像点:

$$\begin{aligned} &\left\{ \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda'} \frac{x_R}{z_R} z_0, \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda'} \frac{y_R}{z_R} z_0, \frac{\lambda}{\lambda'} z_0 \right\}, \\ &\left\{ \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda'} \frac{x_R}{z_R} z_0 + \lambda_0 f, \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda'} \frac{y_R}{z_R} z_0, \frac{\lambda}{\lambda'} z_0 \right\}, \\ &\left\{ \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda'} \frac{x_R}{z_R} z_0 - \lambda_0 f, \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda'} \frac{y_R}{z_R} z_0, \frac{\lambda}{\lambda'} z_0 \right\} \end{aligned}$$

假定人眼在某固定点观察时, 进入眼瞳的波长范围为 λ'_1 至 λ'_2 , 则由上述 3 个像点的坐标值即可求得 3 个像点分别在 x, y, z 方向的移动量。将 λ'_1 和 λ'_2 代入, 得到 3 个像点在 x, y, z 方向的移动量均为:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \lambda (\lambda'_1 - \lambda'_2) x_{Rz} / \lambda'_1 \lambda'_2 z_R \\ \Delta y &= \lambda (\lambda'_1 - \lambda'_2) y_{Rz} / \lambda'_1 \lambda'_2 z_R \\ \Delta z &= \lambda (\lambda'_1 - \lambda'_2) z_0 / \lambda'_1 \lambda'_2 \end{aligned} \quad (5)$$

当 $z_0 = 0$ 时, 则 $\Delta x = 0, \Delta y = 0, \Delta z = 0$ 。即对位于全息图平面的物点来说, 像点也在全息图平面, 且 3 个像点重合, 也不随波长变化, 因此, 我们可以得到下列结论: 对于用光栅制作的像面彩虹全息来说, 不存在色模糊。这一点与像面全息是一样的, 但像面彩虹全息却可以在不同角度看到彩虹的效果。

参 考 文 献

- 1 陈建农. 光学技术, 2000; 26(3): 275
- 2 黄婉云编. 傅里叶光学教程. 第 1 版, 北京: 北京师范大学出版社, 1985

作者简介: 陈建农, 男, 1963 年 7 月出生。副教授。现从事光学信息处理及激光技术的研究工作。