第 25 卷　第 3 期　　激　光　技　术　　Vol. 25 ,No. 3
2001 年 6 月　　LASER TECHNOLOGY　　June ,2001

激光光学中的逆问题 *

吕百达　张　彬　罗时荣
(四川大学激光物理与化学研究所 ,成都 ,610064)

摘要: 从对光学中逆问题的一般评述开始 ,对激光光学中两个重要的逆问题 ,即激光的相干模分解(M^2 因子的逆问题) 和脉冲激光放大系统的逆问题 ,作了详细分析。最后 ,还对相关的一些问题作了讨论。

关键词: 逆问题　相干模分解　M^2 因子　脉冲激光放大器

The inverse problems in laser optics

Lü Baida , Zhang Bin , Luo Shirong
(Institute of Laser Physics and Chemistry , Sichuan University , Chengdu , 610064)

Abstract : Besides general review of the inverse problems in optics ,this paper exactly analyzes two important inverse problems ,namely ,the coherent mode decomposition of lasers (inverse problem of the M^2 factor) and inverse problem of a pulsed laser amplifier system. Finally ,some relevant subjects are briefly discussed.

Key words : inverse problem　coherent mode decomposition　M^2 factor　pulsed laser amplifier system

引　　言

光学中的逆问题引起强烈研究兴趣的原因是多方面的。理论上 ,它需要反解方程(代数方程、算子方程、微分方程或积分方程等) ,与数学中的逆问题有类似之处。而更为重要的是 ,在实际工作中 ,例如光学和激光系统的工程设计中常常对逆问题更为关注。以美国用于实验室激光核聚变研究的国家点火设施(NIF)为例 ,提出的主要设计指标为[1] :输出激光能量1. 8MJ ,输出功率 500TW(0. 35μm) ,192 束 ,功率平衡小于 8 %(脉宽 2ns) ,有灵活的脉冲整形能力。因

* 国家高技术激光技术主题和惯性约束聚变主题有关项目资助。

13　Tomasel F G,Shlyaptsev V N ,Rocca J J . Phys Rev A ,1996 ;54 (3) :2474～2478
14　Moreno C H ,Marconi M C ,Shlyaptsev V N *et al* . Phys Rev A ,1998 ;58 (2) :1509～1514
15　Rocca J J ,Moreno C H ,Marconi M C *et al* . Opt Lett ,1999 ;24 (6) :420～422
16　Tomasel F G,Rocca J J ,Shlyaptsev V N *et al* . Phys Rev A ,1997 ;55 (2) :1437～1440
17　Klosner M A ,Silfvast W T. Opt Lett ,1998 ;23 (20) :1609～1611
18　李思宁 ,刘　鹏 ,王　骐 *et al* . 激光技术 ,2000 ;24 (6) :35
19　Lan K,Zhang Y Q ,Zheng W D. Phys Plasma ,1999 ;6 (11) :4343～4348
20　张毓泉 ,张覃鑫 ,王光裕 *et al* . 强激光与粒子束 ,1997 ;9 (1) :41～46

*　　*　　*

作者简介:刘　鹏 ,男 ,1972 年 1 月出生。在读博士生。课题方向为短波长激光 ,X 射线激光。

收稿日期:2000-07-10　　收到修改稿日期:2000-08-21

此,需要按照不同物理实验对输出能量、功率和脉冲时间、空间波形的要求,调整从前端注入放大系统的激光脉冲参数来实现,显然这是一个典型的逆问题。光学中逆问题的一般提法是:由所要求的输出参考面的光场或光束参数来求输入参考面上的光场或光束参数。其中,光学系统的参数是已知的或者是可以调整的。

迄今,人们对光学中的逆问题已做了许多研究,发展了一些卓有成效的研究和数值计算方法,并由此衍生出新的学科生长点。一个简单的逆问题是在矩阵光学中,已知输出参考面的出射光线参数 $\begin{pmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$ 来求输入参考面的入射光线参数 $\begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix}$ (r_i, θ_i 分别为光线矢量的位置和方向,$i = 1,2$,下同),光学系统的变换矩阵为 $\mathrm{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$。因为

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

由矩阵代数易得[2]:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} = \mathrm{M}^{-1} \begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

式中,

$$\mathrm{M}^{-1} = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix} / \det \mathrm{M} \quad (\mathrm{M}\text{ 的逆矩阵}) \tag{3}$$

$$\det \mathrm{M} = AD - BC \quad (\mathrm{M}\text{ 对应行列式之值}) \tag{4}$$

在近轴近似下,上述方法可以推广用于处理 3 ×3 失调光学系统和 4 ×4 像散光学系统的求逆问题。

在波动光学中有著名的逆衍射问题[3]。一般地,可借助于惠更斯-菲涅耳衍射积分,从输出面上光场的复振幅 $E_2(x_2)$ 来求输入面上的复振幅 $E_1(x_1)$。特别是对成像光学系统,有:

$$E_2(x_2) = \mathbf{F}\, E_1(x_1) \tag{5}$$

$$E_1(x_1) = \mathbf{F}^{-1} E_2(x_2) \tag{6}$$

式中,$\mathbf{F}$,$\mathbf{F}^{-1}$ 分别表示 Fourier 变换和逆 Fourier 变换,为简便起见,仅考虑一维问题,位置坐标用 x_i 来表示。

与逆衍射有关的一个问题是相位恢复(或者更一般的是振幅和相位恢复)问题[4],并发展成为被称为"开辟了光学领域的新视野"和"90 年代的光学技术"的二元光学[5]。这类问题一般是已知输入和输出参考面上的光强或实振幅 $|E_1|$,$|E_2|$,来恢复输入面上的相位 ϕ。现已发展了多种二元光学算法,如 G-S 算法、模拟退火法、遗传算法、杨-顾算法等。最基本的算法是基于标量衍射理论的 G-S 迭代算法。其迭代过程为:取任意初相位 ϕ_0,对 $|E_1|\exp(\mathrm{i}\phi_0)$ 作 Fourier 变换,得到谱函数 $|E'_2|\exp(\mathrm{i}\Psi)$,实施振幅强制,即将 $|E'_2|$ 用 $|E_2|$ 代替,保留 Ψ,然后,对 $|E_2|\exp(\mathrm{i}\Psi)$ 作逆 Fourier 变换,得到 $|E'_1|\exp(\mathrm{i}\phi')$,对输入场作振幅强制,保留相位,得到 $|E_1|\exp(\mathrm{i}\phi')$,于是完成了算法的第 1 次迭代。下一步,将 $|E_1|\exp(\mathrm{i}\phi')$ 作为入射场,进行第 2 次迭代,如此继续下去,直到第 n 次迭代后所得 $|E_1^n|$ 与 $|E_1|$ 间相差足够小,由此得到所需的相位分布 ϕ。

下面,将结合我们近年来对激光光学领域中的逆问题所完成的工作,以激光相干模分解和激光放大系统中的逆问题为典型示例,作较为深入的物理分析和讨论。

1 激光的相干模分解

激光的模式结构和激光光束质量应当是激光原理中的基本而又重要的问题。然而,对后

一问题,迄今认识并不统一,争论还在继续进行。不过,国际学术界公认由 Siegman 完成的 M^2 因子(光束传输因子)理论和二阶矩方法[6]在理论上是自洽的,M^2 因子可作为评价激光光束质量的一个重要参数。在考虑到激光的模相关(mode correlation)后,推广的 M^2 因子公式由文献[7],[8]给出。M^2 因子理论的基本物理思想是:对实际的激光束(多模激光,部分相干激光等),当其场函数已知时,理论上,可以通过空间域和空间-频率域中光强一阶矩、二阶矩所确定光束的“重心”和“束宽”来计算出 M^2 因子,它在通过一阶光学系统时是一个传输不变量。而且,用二阶矩定义的束宽满足 $ABCD$ 定律。对有一般像散(general astigmatism)或扭曲(twist)的光束,要略加推广。实验上,则可通过束宽的测量来测得 M^2 因子。与 Siegman 理论直接相关的一个重要问题,或称为 M^2 因子的逆问题是[9]:若已知一光束的 M^2 因子(例如 M^2 因子已用足够精确的实验方法测量出来),能否推知该光束的模式结构和模式间的相关性?显然,在一般情况下,这是一个相当困难的问题。不过,对实际工作中感兴趣的多模激光、部分相干激光、贝塞耳-高斯光束、双曲余弦-高斯光束、平顶高斯光束等,这一问题已经解决[9~11]。现以部分相干光(高斯-谢尔模型光束)为例,对所用研究方法和得到的主要结果作一分析。

由光场的部分相干性理论知,在空间-频率域中和柱坐标(r,θ,z)下,描述部分相干光的交叉谱密度函数 $W(r_1,\theta_1,r_2,\theta_2,z)$ 为:

$$W(r_1,\theta_1,r_2,\theta_2,z) = \sum_{pp'll'}\lambda_{pp'll'}\phi_{pl}(r_1,\theta_1,z)\,\phi^*_{p'l'}(r_2,\theta_2,z) \tag{7}$$

式中,$\lambda_{pp'll'}$ 称为模相关系数,$\phi(r,\theta,z)$ 为用正交归一本征函数(例如拉盖尔-高斯函数)表征的场函数。由(7)式得到:

$$\lambda_{pp'll'} = \int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\phi^*_{pl}(r_1,\theta_1,z)\,W(r_1,\theta_1,r_2,\theta_2,z)\,\phi_{p'l'}(r_2,\theta_2,z)\,r_1r_2\mathrm{d}\theta_1\mathrm{d}\theta_2\mathrm{d}r_1\mathrm{d}r_2 \tag{8}$$

对高斯-谢尔模型光束,$z=0$ 处的交叉谱密度函数可写为:

$$W(r_1,\theta_1,r_2,\theta_2,0) = I_0\exp\left(-\frac{r_1^2+r_2^2}{w_0^2}\right)\exp\left[-\frac{r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos(\theta_1-\theta_2)}{2\sigma_0^2}\right] \tag{9}$$

式中,w_0,σ_0 表示高斯-谢尔模型光束的束腰宽度和相关长度,I_0 为一常数。将(9)式代入(8)式,经过繁冗的计算可得到用 w_0,σ_0 等模参数表示的 $\lambda_{pp'll'}$ 的解析表达式。

另一方面,从基于二阶矩的方差计算可得出在柱坐标下,考虑了模式相关性的 M^2 因子的公式为:

$$M^2 = \frac{\sqrt{\left[\sum(2p+l+1)\lambda_{ppll}\right]^2-\left[\sum\sqrt{(p+1)(p+l+1)}\lambda_{p,p+1,ll}\right]^2}}{\sum\lambda_{ppll}} \tag{10}$$

由 $\lambda_{pp'll'}$ 的解析式和(10)式,并利用高斯-谢尔模型光束的性质,最后可以将 $\lambda_{pp'll'}$ 写为 M^2 的隐函数形式:

$$\lambda_{ppll} = \frac{\lambda_0c^{2p+l}p!}{(p+l)!a^{2p+l+1}}\sum_{k=0}^{\min(p,p')}\frac{(2p+l-k)!}{(p-k)!^2}\frac{[a(-a+b+1)/b]^k}{k!}\times(a/b-1)^{p-k}(a-1)^{p-k} \tag{11}$$

$$\lambda_{p,p+1,ll} = \frac{\lambda_0c^{2p+l}\sqrt{p+1}\,p!}{\sqrt{p+l+1}(p+l)!a^{2p+l+2}}\sum_{k=0}^{\min(p,p')}\frac{(2p+l+1-k)!}{(p-k)!(p-k+1)!}\times\frac{[a(-a+b+1)/b]^k}{k!}\left(\frac{a}{b}-1\right)^{p-k}(a-1)^{p-k+1} \tag{12}$$

式中,

$$a = \frac{4(M^2)^2 + \frac{b-1}{2b}\left[(M^2)^2 - 1\right]^2 + \left[(M^2)^2 + 1\right]\sqrt{4(M^2)^2 + \frac{b-1}{b}\left[(M^2)^2 - 1\right]^2}}{4(M^2)^2 + \frac{b-1}{b}\left[(M^2)^2 - 1\right]^2 + \left[(M^2)^2 + 1\right]\sqrt{4(M^2)^2 + \frac{b-1}{b}\left[(M^2)^2 - 1\right]^2}}$$

$$b^{-1} = 4\sigma_0^4\left[1/w_0^2 + 1/(2\sigma_0^2)\right]^2 - \alpha^4/4$$

$$c = \frac{(M^2)^2 - 1}{(M^2)^2 + 1 + \sqrt{4(M^2)^2 + (b-1)\left[(M^2)^2 - 1\right]^2/b}} \tag{13}$$

λ_0 为由光束参数决定的一个常数,α 为与正交展开模系基模束宽有关的参数。

权重因子和相关系数为:

$$c_{ppll} = \lambda_{ppll}/\sum_{ppll} \tag{14}$$

$$c_{p,p+1,ll} = \lambda_{p,p+1,ll}/\sum\lambda_{p,p,ll} \tag{15}$$

当各模式间不相关时[12,13],有:

$$c_{p,p+1,ll} = 0 \tag{16}$$

$$c_{p,l} = \left(\frac{M^2-1}{M^2+1}\right)^{2p+l} \Bigg/ \sum_{p'=0}^{\infty}\sum_{l'=-p'}^{p'}\left(\frac{M^2-1}{M^2+1}\right)^{2p'+l'} \tag{17}$$

$$M^2 = \sum_{p=0}^{\infty}\sum_{l=-p}^{p}(2p+l+1)\left(\frac{M^2-1}{M^2+1}\right)^{2p+l} \Bigg/ \sum_{p'=0}^{\infty}\sum_{l'=-p'}^{p'}\left(\frac{M^2-1}{M^2+1}\right)^{2p'+l'} \tag{18}$$

这样,高斯-谢尔模型光束 M^2 因子的逆问题得以解决。当 M^2 因子已知时,可由(11)式～(18)式求出振荡模式数、各模权重因子和相关系数。

2 激光放大系统中的逆问题

众所周知,脉冲激光放大器中的光传输问题由 Frantz-Nodvik 方程描述:

$$J_{out}(r,z) = TJ_s\left\{\ln G(r,z)\left[\exp\left(J_{in}(r,0)/J_s\right) - 1\right] + 1\right\} \tag{19}$$

式中,$J_{out}(r,z)$,$J_{in}(r,0)$ 分别为 $z = z$ 输出和 $z = 0$ 输入的激光能量密度,T 为损耗因子,J_s 为饱和能量密度,$G(r,z)$ 为单程小信号增益。

由(19)式可得到多程放大器的 Lowdermilk 递推公式:

$$J_{k+1} = TJ_s\ln\left\{G_k\left[\exp(J_k/J_s) - 1\right] + 1\right\} \tag{20}$$

$$G_{k+1} = G_k\exp\left[-p(J_{k+1}/T - J_k)/J_s\right] \tag{21}$$

式中,k 为程数,p 为恢复参数,$p = 1/2$,1 分别对应于完全恢复和完全未恢复情况。

由(20),(21)式出发,并采用薄片增益、损耗和序列脉冲[14]模型可解决单程激光放大器的逆问题,即由输出激光脉冲和放大器的参数,求出输入放大器激光脉冲参数。这时,(20),(21)式中的第 k 和 $k+1$ 程脉冲对应于序列脉冲模型中的第 l 个输入和输出脉冲,$p = 1$(完全未恢复),经计算可推得:

$$J_{in}^l = J_s\ln\left\{1 - \left[1 - \exp(J_{out}^l/TJ_s)\right]/G^l\right\} \tag{22}$$

$$G^{l+1} = G^l\exp(J_{in}^l/J_s)/\left\{1 + G^l\left[\exp(J_{in}^l/J_s) - 1\right]\right\} \tag{23}$$

按序列脉冲模型,将输入脉冲分为 m 个子脉冲,令 $l = -m/2$,$G^{-m/2} = G_0$(G_0 为初始增益),由(22)式求出对应输入子脉冲能量密度 $J_{in}^{-m/2}$。然后由(23)式求得 $G^{-m/2+1}$,于是,迭代过程可用(22),(23)式继续进行。最后,得到输入激光的能量密度:

$$J_{in}(r,0) = \sum_{l=-n/2}^{n/2} J_{in}^l(r,0) \tag{24}$$

输入激光光强的时间和空间分布:　$I_{in}(r,0,t) = I_{in}(r,0)\, I_{in}(t)$ (25)

(24) 式中 $t = l\delta$ 时的第 l 个子脉冲的能量密度为:　$J_{in}^{l}(r,0) = I_{in}(r,0)\, I_{in}(\delta l)\, \delta$ (26)

对多程激光放大器的逆问题,可用(22),(23)式和逐次逼近迭代法来解决[15]。而多级放大器则可视为各级初始增益已知的多程激光放大器的特例。对含有小孔光阑、空间滤波器等光学元件的激光放大系统的逆问题比较复杂,但可分解为激光放大器本身的逆问题和逆衍射问题,并要求总的正、反向计算程序自洽(修正的 G-S 算法)来处理[16]。对于实际的高功率脉冲激光放大系统,例如,NIF 和我国的神光系列钕玻璃固体激光驱动器,闪光灯泵浦引入的畸变,光学元件加工误差导致的相位起伏,各种形状光阑的衍射,光学元件缺陷的遮光效应,散粒噪声,以及非线性折射率引起的附加相位变化等等因素都是应当考虑的,这使逆问题变得非常复杂。但该问题最近已经基本解决。除了引入适当的相位畸变函数、振幅调制函数和加入 B 积分外,优化程序和发展满足计算精度要求的快速算法也是很重要的。

3　小　　结

在一般的光学变换中,逆问题不仅有重要理论研究意义,而且有更为重要的实际应用价值,因而引起广泛研究兴趣。逆问题一般比正问题难度要大,使之富有挑战性。迄今为止,我们所涉及的激光光学中的逆问题,数学上对其解的存在性、稳定性等问题尚未见严格的讨论。不过对于实际的激光光学系统,放松一些条件,从应用的角度而言,问题总是可以解决的。然而,逆问题常有非唯一解,如何确定其中何为真解或优解?算法的收敛性和稳定性如何?如何有效地避免自陷(self-trapping)等,在严格的意义上解决这些问题并非易事。我们相信,随着对激光束传输变换特性研究的进一步深入,对激光光学中的逆问题也会得到更为满意的解答。

参 考 文 献

1　Paisner J A, Boyes J D, Kumpan S A *et al*. Proc SPIE, 1996; 2633: 2～12
2　吕百达. 激光光学. 第 2 版, 成都: 四川大学出版社, 1992
3　Shewell J R, Wolf E. J O S A, 1968; 58: 1596～1603
4　顾本源, 杨国桢, 董碧珍. 物理学进展, 1988; 8: 365～382
5　金国藩, 严瑛白, 邬敏贤. 二元光学. 北京: 国防工业出版社, 1998
6　Siegman A E. Proc SPIE, 1992; 1224: 2～14
7　Weber H. Opt & Quant Electron, 1992; 24: 1027～1049
8　Kohüenz K D. Polarisation und Fluktuation von Laserstrahlung. Verlag der Augstinus Buchhandhung, 1992
9　Lü B D, Zhang B. J O S A. 1999; A16: 2453～2458
10　Lü B D, Zhang B, Ma H. Opt Lett, 1999; 24: 640～642
11　Lü B D. Zhang B. J O S A, 1999; A16: 1413～1416
12　Lü B D, Zhang B, Cai B W *et al*. Opt Commun, 1993; 101: 49～52
13　Lü B D, Zhang B. J Opt (Paris), 1996; 27: 99～103
14　Lü B D, Zhang B. Opt Commun, 1996; 130: 279～282
15　Lü B D, Zhang B. Optik, 1996; 104: 81～84
16　Lü B D, Zhang B. Optik, 1998; 109: 35～39

*　*　*

作者简介:吕百达,男,1943 年 2 月出生。教授、博导。主要从事新型高功率固体激光器件与技术、光腔物理与光束传输变换的研究。

收稿日期:2000-02-16