

平顶高斯光束通过透镜序列的传输特性*

罗时荣 吕百达

(四川大学激光物理与化学研究所, 成都, 610064)

摘要: 基于平顶高斯光束通过无光阑限制的 $ABCD$ 光学系统的传输公式, 对平顶高斯光束在透镜序列中的传输作了研究, 并给出了数值计算例。

关键词: 平顶高斯光束 传输公式 $ABCD$ 光学系统 透镜序列

Propagation characteristics of flattened Gaussian beams through a lens series

Luo Shirong, L Baida

(Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

Abstract Based on the propagation equation of flattened Gaussian beams passing through an unapertured optical $ABCD$ system, the propagation properties of flattened Gaussian beams through a lens series have been analyzed and illustrated with numerical examples.

Key words: flattened Gaussian beams propagation equation $ABCD$ optical system lens series

引 言

由 Gori 在 1994 年引入的平顶高斯光束^[1]已被证明是描述光强均匀分布光束的一个较好的数学物理模型, 它可以展开为有限个厄米-高斯光束(或拉盖尔-高斯光束)的叠加, 从而可用 $ABCD$ 定律来描述其传输变换^[2, 3]。另一方面, 我们的工作表明, 平顶高斯光束也可以作为一个整体光束处理, 通过光阑效应可忽略的 $ABCD$ 光学系统的传输可用解析公式表示^[4], 具有

* 国家高技术惯性约束聚变主题资助。

- 1 邓树森. 激光集锦, 1997; 7(4): 18~ 19
- 2 李 勇. 激光集锦, 1997; 7(3): 24~ 26
- 3 刘忠贵. 激光集锦, 1997; 7(5): 59~ 60
- 4 王振明. 激光杂志, 1998; 19(5): 39~ 40
- 5 程 勇. 激光杂志, 1996; 17(4): 201~ 204
- 6 孙振东, 吴庚生. 激光技术, 1996; 20(1): 41~ 43
- 7 何立民. MCS-51 系列单片机应用系统设计. 北京: 北航出版社, 1990
- 8 何立民. 单片机应用技术选编. 北京: 北航出版社, 1993
- 9 高传善. 接口与通讯. 上海: 复旦大学出版社, 1988

作者简介: 雷建设, 男, 1970 年 10 月出生。讲师, 在读博士生。主要研究方向为光纤通信与卫星激光通信。

普遍性。我们以平顶高斯光束通过透镜序列的传输为例,分析如何应用传输公式来处理平顶高斯光束通过 $ABCD$ 光学系统的变换,并以典型数值计算对所得结果加以说明。

1 平顶高斯光束在相同焦距透镜序列的传输

在直角坐标系下, $z = 0$ 处入射的一维平顶高斯光束的场分布为^[3]:

$$E_0(x, 0) = \exp\left[-\frac{(N+1)x^2}{w_0^2}\right] \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \left[\frac{(N+1)x^2}{w_0^2}\right]^n \quad (1)$$

式中, N 为平顶高斯光束阶数 ($N = 0, 1, \dots$), w_0 为束宽。已证明,由(1)式描述的平顶高斯光束通过无光阑 $ABCD$ 光学系统的传输可用下式描述^[4]:

$$E(x, z) = \exp\left\{-\left(\frac{kx}{B}\right)^2 \left[4\left(\frac{N+1}{w_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right)\right]\right\} \times \sum_{n=0}^N \left(\frac{-1}{4}\right)^n \times \frac{1}{n!} \left(\frac{N+1}{w_0^2}\right)^n \left(\frac{N+1}{w_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right)^{-n} H_{2n} \left[\frac{kx/B}{2\sqrt{\frac{N+1}{w_0^2} + \frac{ikA}{2B}}}\right] \quad (2)$$

式中, $c = \sqrt{\frac{ik}{2B}} \exp\left[-\frac{ikD}{2B}x^2\right] \left(\frac{N+1}{w_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right)^{-1/2}$, H_{2n} 是 $2n$ 阶厄米多项式。

设透镜序列的第 1 透镜置于 $z = 0$ 处,该系统的变换矩阵为^[5]:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\sin m\varphi - \sin(m-1)\varphi}{\sin\varphi} & \frac{L\sin m\varphi}{\sin\varphi} \\ -\frac{\sin m\varphi}{f\sin\varphi} & (1-\frac{L}{f})\frac{\sin m\varphi}{\sin\varphi} - \frac{\sin(m-1)\varphi}{\sin\varphi} \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \frac{\sin m\varphi - \sin(m-1)\varphi}{\sin\varphi} - \frac{z_1\sin m\varphi}{f\sin\varphi} & \frac{L\sin m\varphi}{\sin\varphi} + z_1(1-\frac{L}{f})\frac{\sin m\varphi}{\sin\varphi} - z_1\frac{\sin(m-1)\varphi}{\sin\varphi} \\ -\frac{\sin m\varphi}{f\sin\varphi} & (1-\frac{L}{f})\frac{\sin m\varphi}{\sin\varphi} - \frac{\sin(m-1)\varphi}{\sin\varphi} \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中, f , L 分别是透镜的焦距和透镜间的间距, m 是透镜数目, z_1 是出射面相对于最后一个透镜的距离, φ 由右式确定: $\cos\varphi = 1 - L/(2f)$ (4)

分析(3)式,得知此类透镜序列矩阵元的一些特点:(1)具有不同透镜数目 m_1, m_2 的透镜序列,当条件 $(m_2 - m_1)\varphi = n\pi$, (n 为整数) (5)

满足时,二透镜序列的矩阵元具有下列关系:

$$A_1/B_1 = A_2/B_2 \quad (6)$$

$$B_1 = \pm B_2 \quad (7)$$

“+”和“-”分别对应于(5)式中 n 为偶数和奇数的情况,实际上(6)式是光学系统满足相似变换的一般条件^[6]。

(2)当透镜数目满足条件 $m\varphi = n\pi$, (n 为整数) (8)

时,该透镜序列的矩阵元具有下面的特点:

$$A = \pm 1 \quad (9)$$

$$B = \pm z_1 \quad (10)$$

“+”和“-”分别对应于(8)式中的 n 为偶数和奇数的情况。

将(3)式代入(2)式可得出平顶高斯光束通过透镜序列后的场分布。图 1 为 $w_0 = 1\text{mm}$,

$N = 12$ 的平顶高斯光束通过透镜序列后的相对光强分布 $I(x, z)/I(0, z)$ 。透镜焦距 $f = 300\text{mm}$, 透镜间距 $L = 80.38\text{mm}$, $z_1 = 300\text{mm}$, 由(4)式可求得 $\varphi = \pi/6$ 。系统的菲涅耳数按右式计算^[5]:

$$N_F = w_0^2 |A/B| / \lambda \quad (11)$$

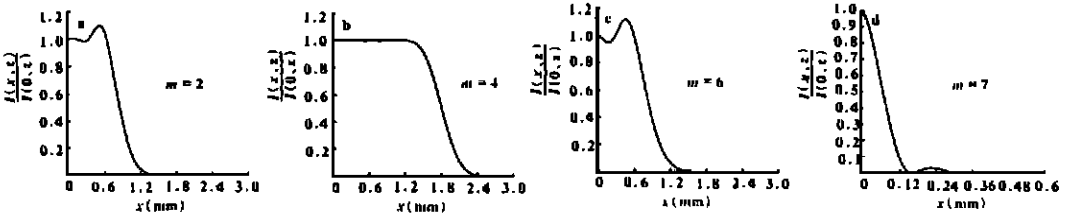


Fig. 1 Relative intensity distributions of a flattened Gaussian beam passing through a lens series with equal focal length and equal separate distance

图 1a 对应于 $m = 2, N_F = 4.3$; 图 1b 对应于 $m = 4, N_F = 23.5$; 图 1c 对应于 $m = 6, N_F = 3.15$; 图 1d 对应于 $m = 7, N_F = 0.0006$ 。从图中可以看出, 平顶高斯光束通过不同透镜数目(其它的计算参数完全相同)的透镜系列后, 在同一位置 z_1 处的相对光强分布可能相差较大, 例如可为 b 平顶, a, c 中心出现凹陷, 或 d 类高斯分布(但有旁瓣)等。

结合平顶高斯光束的传输(2)式和透镜序列矩阵元的特点可得出一些重要结论:(1)当(5)式满足时, 研究平顶高斯光束通过透镜系列的传输时, 可用尽量小数目($m\varphi \ll \pi$)的透镜序列代替其它数目较大的透镜系列, 数值计算证实了这一结论的正确性。(2)当透镜的数目满足条件(8)式时, 平顶高斯光束通过该光学系统后的场分布与自由空间中传输距离为 z_1 后的场分布完全相同, 并且透镜系列可与自由空间交换位置, 这是因为此时有:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & z_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 \end{pmatrix} = \pm \begin{pmatrix} 1 & z_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

2 平顶高斯光束通过不同焦距透镜序列的传输

在实际工作中, 用得更多的是由多个图 2 所示的像传递系统与自由空间组成的透镜序列, 图 2 中系统的两透镜有不同的焦距 f_1, f_2 , 因此, 它不仅具有一般像传递系统的特点, 而且有放缩光束尺寸的作用, 易知其传输矩阵为:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & 1/M \end{pmatrix} \quad (13)$$

式中的 $M = f_2/f_1$ 为像传递系统的放大率, f_1, f_2 分别是透镜 L_1, L_2 的焦距。

设在该像传递系统前有一长度为 z_1 的自由空间, 则总的传输矩阵为:

$$\begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M & Mz_1 \\ 0 & 1/M \end{pmatrix} \quad (14)$$

将(14)式代入(2)式, 可求出平顶高斯光束通过该光学系统后的相对光强分布。图 3 给出了数值计算例。计算参数为 $w_0 = 1\text{mm}, N = 12, f_1 = 100\text{mm}, f_2 = 200\text{mm}$, 图 3a 中 $z_1 = 400\text{mm}$, 图 3b 中 $z_1 = 7\text{m}$ 。

该像传递系统与后面距离为 z_2 的自由空间组成的系统总的传输矩阵为:

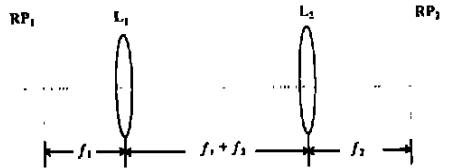


Fig. 2 A schematic illustration of an imaging relay system

$$\begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M & z_2/M \\ 0 & 1/M \end{pmatrix} \quad (15)$$

比较(14)式和(15)式知,当

$$z_2 = M^2 z_1 \quad (16)$$

时,(14)式和(15)式表示的二光学系统的矩阵元完全相同,物理上意味着任意光束通过此二系统后的场分布完全相同,所以,当(16)式成立时,可以将自由空间与像传递系统互换位置。这一结论用来研究平顶

高斯光束在多个图2所示的像传递系统与自由空间组成的透镜序列中的传输非常有用。这是因为,可将自由空间与像传递系统通过多次互换,将多个像传递系统集中在光学系统的前面或后面,而多个像传递系统的组合相当于一个像传递系统,该像传递系统的放大率等于每个像传递系统放大率之积,这样,可将光学系统等效为一段自由空间与像传递系统的组合,使所研究的问题大为简化。

3 小 结

作者利用平顶高斯光束通过 $ABCD$ 光学系统的传输公式,对平顶高斯光束通过透镜系列的传输变换特性做了研究,讨论了平顶高斯光束通过不同透镜序列后保持相同光强分布的条件,得到了一些有应用意义的重要结论。实际上,平顶高斯光束通过光阑效应可忽略 $ABCD$ 光学系统的变换都可用这一方法进行研究。

参 考 文 献

- 1 Gori F. Opt Commun, 1994; 107: 335
- 2 Amarande S A. Opt Commun, 1996; 129: 311
- 3 Bagini V, Borghi R, Gori F *et al.* J O S A, 1996; A13: 1385
- 4 L B D, Luo Sh R, Zhang B. Opt Commun, 1999; 164: 1
- 5 吕百达. 激光光学. 第二版, 成都: 四川大学出版社, 1992: 23, 33
- 6 Eppich B. Die Charakterisierung von Strahlungsfeldern mit der Wigner-Verteilung und deren Messung. Ph D Dissertation, TU Berlin, 1998

作者简介: 罗时荣, 女, 1966年5月出生。副教授, 在读博士生。现从事激光光束传输变换和激光光束质量的研究工作。

收稿日期: 1999-11-12

• 简 讯 •

西物所研制成功 1.57 μm 人眼安全固态 OPO 激光器

西南技术物理研究所于2000年12月研制成功国内首台二极管泵浦1.57 μm 人眼安全全固态OPO激光器,在重复频率20Hz时,输出能量达到15mJ,并于2001年1月通过了中国兵器工业集团公司组织的技术鉴定。该激光器的研制成功,将促进人眼安全激光器的技术发展和应用。

(本刊通讯员 供稿)

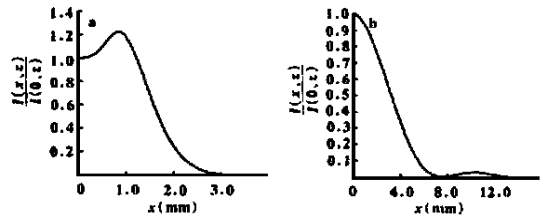


Fig. 3 Relative intensity distributions of a flattened Gaussian beam passing through a lens series with different focal length