

湍流外尺度对光闪烁孔径平滑的影响*

张逸新 钱军浩

(无锡轻工大学计算科学和信息传播系,无锡,214036)

摘要: 基于包含湍流内、外尺度和高波数跃变的变形 Andrews 折射率谱从理论上分析了平面和球面波大气闪烁孔径平滑效应,得出了弱湍流起伏区无限平面波闪烁平滑因子解析关系和球面波孔径平滑因子内插关系。结果表明,在分析孔径平滑效应时应该考虑湍流外尺度的影响。作者采用变形 Andrews 折射率模型所得结果与采用 Kolmogorov 谱计算值间有明显差别。

关键词: 湍流 孔径平滑 大气闪烁

Effect of finite outer scale of turbulence on aperture averaging of optical scintillations

Zhang Yixin, Qian Junhao

(Department of Computing Science & Information Communication, Wuxi University of Light Industry, Wuxi, 214036)

Abstract: Based on a modified spectrum of refractive index fluctuation that features inner scale, outer scale and a high wave number bump, and the Gaussian aperture model, analytical expressions and interpolation formulas are obtained for the aperture averaging factor associated with optical scintillation of unbounded plane waves and spherical waves respectively, in weak fluctuation regime. These analyses are inclusion of the finite outer scale, which is necessary for quantitative estimate. The results obtained for the modified model turbulence spectrum significantly differ from those obtained for a Kolmogorov turbulence spectrum.

Key words: turbulence aperture average optical scintillation

引 言

众所周知,光学通讯系统采用大孔径接收器时将降低接收到的光闪烁程度,这种效应称为孔径平滑效应并已成为不少研究工作者所研究^[1-5]。此外,由于激光雷达和自适应光学研究的需要,大气湍流的内、外尺度对光波传播的影响已被广泛研究^[6,7],其中包括内、外尺度对大气光闪烁的影响^[6]和湍流外尺度对大气成像系统的积分分辨率的影响^[7]等。这些研究表明,研究光波在大气中的传播与成像规律仅采用不考虑湍流内、外尺度影响的 Kolmogorov 折射率谱(也常简称“湍谱”)是不够的,应该采用考虑包含湍流内、外尺度参数的折射率谱。当然,孔径平滑问题也不例外。目前,人们已经通过采用 Kolmogorov 湍谱或 Tatarskii 湍谱给出了湍流内尺度远小于或远大于第 1 Fresnel 区时的大气闪烁孔径平滑因子^[1-3]和采用包含高波数跃变湍谱得出的适用于所有湍流内尺度的平滑因子^[5],对于湍流外尺度的影响尚未见讨论,而湍流外尺度对闪烁的影响也是十分重要的^[8],必然会影响到接收孔径的闪烁平滑作用。

笔者应用变形 Andrews 折射率谱^[9]研究湍流大气中平面波和球面波传播闪烁接收孔径

* 江苏省自然科学基金资助。

平滑效应,研究湍流外尺度对孔径平滑的影响。

1 平面波孔径平滑因子

我们知道,湍流大气中光闪烁孔径平滑因子可用下列关系来描述^[1]:

$$G = \frac{\int_0^{D_0} B_1(x) K(x) dx}{\int_0^{D_0} B_1(x) dx} \quad (1)$$

式中, D_0 是接收圆孔直径, $b_1 = B_1(x) / B_1(0)$ 是归一化光强起伏协方差函数, $K(x)$ 是圆孔的调制传递函数(MTF),其表示为:

$$K(x) = \begin{cases} (16/\pi^2) [\cos^{-1} x - x(1-x^2)^{1/2}] & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases} \quad (2)$$

由于(1)式积分存在数学上的困难,孔径平滑的分析受到限制。这些困难部分来源于由(2)式描述的圆孔调制传递函数。为分析方便,我们采用文献[5]提出的与(2)式相比误差小于3%的高斯调制传递函数近似模型讨论孔径平滑因子。高斯调制传递函数近似模型为:

$$K(x) = 8 \exp(-4x^2) \quad (3)$$

假设波长为 λ 的单色平面波在统计均匀和各向同性弱起伏湍流大气中传播,其空间协方差函数由下式描述:

$$B_1(r) = 8^{-2} k^2 L \int_0^1 \int_0^1 k_A(k) J_0(kr) [1 - \cos(k^2 L / k)] J(kd) kd \quad (4)$$

式中, L 是光波传输路程长度, $k = 2\pi/\lambda$ 是光波波数, r 是正交于传输方向的位相平面内两考察点间的距离, $J_0(kr)$ 是零阶贝塞尔函数。

基于孔径的高斯调制传递函数(4)式,有限孔径接收光强起伏方差可表示为:

$$\begin{aligned} \int_0^{D_0} B_1(x) dx &= 8^{-2} k^2 L \int_0^{D_0} x \exp(-4x^2) B_1(D_0 x) dx \\ &= 64^{-2} k^2 L \int_0^1 \int_0^1 k_A(k) [1 - \cos(k^2 L / k)] J_0(kD_0 x) x \exp(-4x^2) dx dk \\ &= 8^{-2} k^2 L \int_0^1 k_A(k) \exp(-D_0^2 k^2 / 16) [1 - \cos(k^2 L / k)] dk \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{由变形 Andrews 湍谱}^{[10]} \quad k_A(k) = C_n^2 [1 + a_1 k / k_l - a_2 (k / k_l)^{7/6}] \exp(-k^2 / k_0^2) \quad (6)$$

这里, $a_1 = 1.802$, $a_2 = 0.254$, $k_l = 3.3 / l_0$, l_0 是湍流内尺度, $n(k)$ 为指数谱:

$$n(k) = 0.033 C_n^2 k^{-11/3} \exp(-k^2 / k_0^2) \quad (7)$$

式中, C_n^2 是折射率起伏结构常数, $k_0 = 2\pi / L_0$ (或 $k_0 = 1 / L_0$) 和 L_0 是湍流外尺度,我们可得:

$$\begin{aligned} \int_0^{D_0} B_1(x) dx &= 3.86 \int_0^1 \left\{ \left[1 + \left(\frac{1}{Q_A} + \frac{d^2}{4} \right)^2 \right]^{11/12} \left[\sin \left(\frac{11}{6} \frac{A}{A} \right) + \frac{1.507 \sin(4 \frac{A}{3})}{[(1 + d^2 Q_A / 4)^2 + Q_A^2]^{1/4}} \right. \right. \\ &- \left. \left. \frac{0.273 \sin \left(\frac{5}{4} \frac{A}{4} \right)}{[(1 + d^2 Q_A / 4)^2 + Q_A^2]^{7/24}} \right] \right\} - \frac{11}{6} \left(\frac{1}{Q_A} + \frac{d^2}{4} \right)^{5/6} \left[1 + \frac{1.096}{(1 + d^2 Q_A / 4)^{1/2}} - \frac{0.186}{(1 + d^2 Q_A / 4)^{7/12}} \right] \int \\ &- 3.86 \int_0^1 \left\{ \left[1 + \left(\frac{1}{Q_A} + \frac{d^2}{4} \right)^2 \right]^{11/12} \left[\sin \left(\frac{11}{6} \frac{A}{A} \right) + \frac{1.507 \sin(4 \frac{A}{3})}{[(1 + d^2 Q_A / 4)^2 + Q_A^2]^{1/4}} \right. \right. \\ &- \left. \left. \frac{0.273 \sin \left(\frac{5}{4} \frac{A}{4} \right)}{[(1 + d^2 Q_A / 4)^2 + Q_A^2]^{7/24}} \right] \right\} - \frac{11}{6} \left(\frac{1}{Q_A} + \frac{d^2}{4} \right)^{5/6} \left[1 + \frac{1.096}{(1 + d^2 Q_A / 4)^{1/2}} \right. \\ &- \left. \left. \frac{0.186}{(1 + d^2 Q_A / 4)^{7/12}} \right] \right\}, \quad d < 6 \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $\sigma_1^2 = 1.23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$ 是 Rytov 近似下的闪烁方差, 且

$$Q_A = \frac{Lk_l^2}{k}, Q_A = \frac{[k_l^2 k_0^2 / (k_l^2 + k_0^2)] L}{k}; \quad \alpha = \tan^{-1} \left\{ \frac{Q_A}{1 + d^2 Q_A / 4} \right\},$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left\{ \frac{Q_A}{1 + d^2 Q_A / 4} \right\}; \quad d = \left(\frac{k D_0^2}{4L} \right)^{1/2}$$

在方程(8)中设 $d=0$, 我们可得出点接收光闪烁方差:

$$\sigma_1^2(0) = 3.86 \left\{ \left[1 + \left(\frac{1}{Q_A} \right)^2 \right]^{11/12} \left[\sin \left(\frac{11}{6} \alpha \right) + \frac{1.507 \sin(4\alpha/3)}{(1 + Q_A^2)^{1/4}} - \frac{0.273 \sin(5\alpha/4)}{(1 + Q_A^2)^{7/24}} \right] \right\}$$

$$- 3.5 \frac{1}{Q_A^{5/6}} \left\{ 1 + \frac{1}{Q_A^2} \right\}^{11/12} \sin \frac{11}{6} \alpha + \frac{1.507 \sin(4\alpha/3)}{(1 + Q_A^2)^{1/4}}$$

$$- \frac{0.273 \sin(5\alpha/4)}{(1 + Q_A^2)^{7/24}} - 3.5(1/Q_A)^{5/6} \quad (9)$$

把(8)式和(9)代入(1)式, 即得到主要结果之一——包含湍流内、外尺度影响的平面波闪烁孔径平滑因子。

当不考虑湍流内、外尺度影响时, 由 Q_A 和 $Q_A=0$ 可得出与 Kolmogorov 谱对应的平面波闪烁孔径平滑因子:

$$G_k = 3.86 \left[1 + \frac{d^4}{16} \right]^{11/16} \sin \frac{11}{6} \tan^{-1} \frac{4}{d^2} - \frac{11}{6} (d/2)^{5/3} \quad (10)$$

2 球面波闪烁孔径平滑因子

球面波的协方差函数定义为:

$$B_{\text{Is}}(\cdot) = 8^2 k^2 L \int_0^1 \int_0^1 k_A(k) J_0(k) \left[1 - \cos \left(\frac{k^2 L (1 - \cdot)}{k} \right) \right] k d k d \quad (11)$$

利用孔径的高斯调制传递函数近似(3)式, 变形 Andrews 谱(7)式和孔径平滑因子的内插关系^[6], 得到球面波孔径平滑因子:

$$G = \left[1 + (2.703 \frac{2}{\Phi}(0)^{5/7} (k D_0^2 / 4L)^{5/6} \right]^{-7/5} \quad d = (k D_0^2 / 4L)^{1/2} > 15 \quad (12)$$

$$G = \left[1 + (2.043 \frac{2}{\Phi}(0)^{3/7} (k D_0^2 / 4L)^{1/2} \right]^{-7/3} \quad d = (k D_0^2 / 4L)^{1/2} > 15 \quad (13)$$

其中因子 $\frac{2}{\Phi}(0)$ 为包含湍流外尺度影响的球面波强度起伏方差:

$$\frac{2}{\Phi}(0) = \left\{ 3 \left[\frac{1}{9} + \frac{1}{Q_A^2} \right]^{11/12} \left[\sin \left(\frac{11}{6} \tan^{-1} \frac{Q_A}{3} \right) + \frac{1.507 \sin(4 \tan^{-1}(Q_A/3)/3)}{(1 + Q_A^2/9)^{1/4}} \right. \right.$$

$$\left. - \frac{0.273 \sin(5 \tan^{-1}(Q_A/3)/4)}{(1 + Q_A^2/9)^{7/24}} \right] - 3.5 Q_A^{-5/6} \right\} - \left\{ 3 \left[\frac{1}{9} + \frac{1}{Q_A^2} \right]^{11/12} \left[\sin \left(\frac{11}{6} \tan^{-1} \frac{Q_A}{3} \right) \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1.507 \sin(4 \tan^{-1}(Q_A/3)/3)}{(1 + Q_A^2/9)^{1/4}} - \frac{0.273 \sin(5 \tan^{-1}(Q_A/3)/4)}{(1 + Q_A^2/9)^{7/24}} \right] - 3.5 Q_A^{-5/6} \right\} \quad (14)$$

由(12), (13)和(14)式, 即得到不仅含有湍流外尺度影响而且包含高频空间波数突变因素的孔径平滑因子 G 。而如果采用 Andrews 谱进行讨论, 则得出不含湍流外尺度影响的球面波强度起伏方差

$$\frac{2}{\Phi}(0):$$

$$\frac{2}{\Phi}(0) = \left\{ 3 \left[\frac{1}{9} + \frac{1}{Q_A^2} \right]^{11/12} \left[\sin \left(\frac{11}{6} \tan^{-1} \frac{Q_A}{3} \right) + \frac{1.507 \sin(\frac{4}{3} \tan^{-1} \frac{Q_A}{3})}{(1 + Q_A^2/9)^{1/4}} \right. \right.$$

$$\left. - \frac{0.273 \sin(\frac{5}{4} \tan^{-1} \frac{Q_A}{3})}{(1 + Q_A^2/9)^{7/24}} \right] - 3.5 Q_A^{-5/6} \right\} \quad (15)$$

实际上,由(15)式所得出的孔径平滑因子 G 是仅含高空间波数跃变的湍流谱(折射率谱) $A(k) = 0.033 C_n^2 \times [1 + a_1(k/k_l) - a_2(k/k_l)^{7/6}] k^{-11/3} \exp(-k^2/k_0^2)$ 计算的结果,所以,它不能反映湍流外尺度的作用。

3 数值分析

图1给出了在传播距离为 $L = 1000\text{m}$ 的条件下,当湍流外尺度为 $L_0 = 0.4\text{m}$ 和 $L_0 = 0.8\text{m}$ 以及湍流内尺度为 $l_0 = 2.5\text{mm}$ 或 $l_0 = 12\text{mm}$ 时的平面波闪烁孔径平滑因子 G 的数值结果。由图1可见,除较小的孔径情况以外 ($d < 0.2$),湍流外尺度和内尺度都增加了大气光闪烁的孔径平滑作用,并且在其它条件都不变的情况下,有限湍流外尺度或湍流内尺度越大,孔径的平滑作用相对越小,有关此结论,我们可以作如下解释:闪烁的孔径平滑作用来源于入射到孔径面上的光束存在着因它们通过不同湍流层传输而不相干迭加成分,显然,从同一湍流出射的两光束要比从不同的湍流出射光束间相干性强的多,即产生的孔径平滑作用相对要小。所以,当湍流外尺度增加时,因为入射到接收孔径平面内的光束中来自同一湍流的光束比例增加,从而使孔径的平滑作用有所下降。图1还表示出在小孔径下, $G > 1$,这是由于采用内插关系和应用了高斯孔径近似^[10]引起的。我们同时对采用变形 Andrews 谱球面波闪烁孔径平滑因子进行了数值模拟,数值结果表明,在近地面实际湍流大气外尺度变化范围内,湍流外尺度对球面波闪烁孔径平滑几乎没有影响。

4 结 论

我们应用变形的 Andrews 湍流谱,研究了湍流外尺度对大气闪烁孔径平滑因子的影响。研究结果表明,如同湍流内尺度对光闪烁有影响,湍流的外尺度对平面波闪烁接收孔径平滑作用有较明显的作用,而对球面波闪烁的调制作用不明显。

参 考 文 献

- 1 Fried D L. J O S A, 1967; 57: 169 ~ 175
- 2 Lutomiński R F, Yura H T. J O S A, 1969; 59: 1247 ~ 1248
- 3 Andrews L C. Appl Opt, 1992; 30: 1982 ~ 1994
- 4 张逸新. 红外与毫米波学报, 1992; 11: 301 ~ 306
- 5 Bass E L, Lackovic B D, Andrews L C. Opt Engng, 1995; 34: 26 ~ 31
- 6 Consortini A, Cochetti F, Churnside J H et al. J O S A, 1993; A10: 2354 ~ 2362
- 7 Chesnokov S S, Skiptov S E. Opt Commun, 1997; 141: 113 ~ 117
- 8 Andrews L C, Phillips R L, Hopen C Y et al. J O S A, 1999; A16: 1417 ~ 1429
- 9 张逸新. 中国激光, 2000; 27(7): 655 ~ 659
- 10 Wang S J, Baykal Y, Plonus M A. J O S A, 1983; 73: 831 ~ 837

* * *

作者简介:张逸新,男,1956年2月出生。硕士,教授。现从事激光湍流大气传输、图像处理和光束扫描等方面的研究。

收稿日期:1999-12-23 收到修改稿日期:2000-04-07

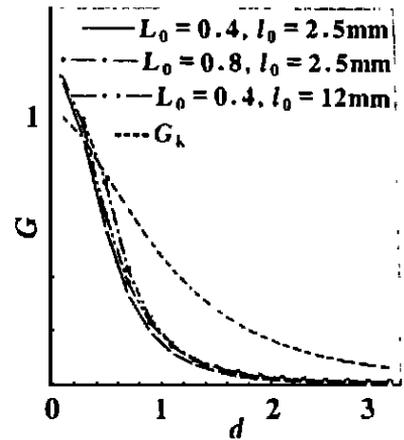


Fig. 1 A comparison of the aperture-averaging factor for a plane wave predicted by the modified spectrum and Kolmogorov spectrum