

## 对称双圆孔傅里叶变换干涉条纹法测焦距

董永绵

(烟台师范学院物理系,烟台,264025)

**摘要:** 提出用照相缩微法制作一个小孔距对称双圆孔作为待测透镜傅里叶变换输入函数,利用其傅里叶变换频谱面上的干涉条纹间距的测量值计算透镜焦距。该法装置简单,调节方便,测量精度较高。分析了测量原理和测量误差,并给出了与理论分析相符的结果。

**关键词:** 傅里叶变换 干涉条纹 焦距

### Focal length measurement by calculating Fourier transform spectrum interference fringes of symmetric double circular apertures

*Dong Yongmian*

(Department of Physics, Yantai Teachers' College, Yantai, 264025)

**Abstract:** A method of focal length measurement by calculating Fourier transform spectrum interference fringes of symmetric double circular apertures with small distance is presented. The setup is simple with high accuracy. The principle is described and the error is analyzed. The consistent experimental results are also given in the paper.

**Key words:** Fourier transform interference fringes focal length

### 引言

焦距是光学系统最基本的参数之一,焦距的测量与标定是光学仪器设计的重要工作,焦距测量的精确性直接影响到光学系统的性能,提高测量精度,一直是光学工作者研究的课题,特别是航空航天仪器和军用光学系统中焦距值测量的准确性尤为突出。焦距的测量方法有很多,如放大率法、精密测角法、散斑法、光栅法、莫尔偏折法等。最近几年又出现了单狭缝傅里叶变换频谱法<sup>[1]</sup>和联合傅里叶变换频谱法<sup>[2]</sup>。其中,狭缝傅里叶变换频谱法是通过测量频谱面上暗纹之间距离来计算透镜焦距的,该法需要精确测定狭缝宽度,但狭缝的不规则和不平常引起较大的测量误差。另外,条纹平面不易精确确定是否在透镜后焦面上。联合傅里叶变换频谱法需要电寻址液晶光阀在计算机控制下产生完全相同的输入函数。输出端采用 CCD 摄像机采集条纹数据并经计算机分析计算焦距。该法测量精度较高,测量过程自动化程度高,

2 NTC(日本),FANUC(日本),PRIMA(意大利),TRUMPF(德国),MESSER(德国),LUMONICS(英国)等公司的相关产品样本。

3 王家金. 激光加工技术. 北京:中国计量出版社,1992:440~445

4 闫毓禾,钟敏霖. 高功率激光加工及其应用. 天津:天津科学出版社,1994:66~69

作者简介:赵 侠,男,1965 年 5 月出生。硕士,副教授。从事激光加工及其应用的研究。

但设备相对复杂。

作者提出用照相缩微法制作一微小的对称双圆孔作为输入函数,用傅里叶变换频谱干涉条纹间距的测量值来计算焦距,由于双圆孔中心距离较小,相应条纹间距变大,无需用 CCD 摄像器件和计算机分析测试条纹间距,因而在保持测量精度的情况下,测量装置得到了简化。

### 1 测量原理

我们先在一张 40cm × 40cm 白纸的中心位置上用碳素墨水钢笔画两个相同的圆,圆内涂黑。曝光缩小在底片上成为两个在不透明屏上的小圆孔。采用此法制作了多个不同孔距的双

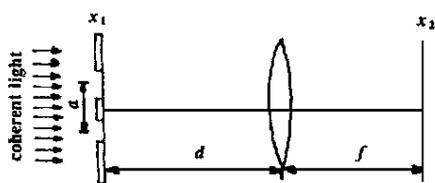


Fig. 1 Fourier transform of double circular aperture

圆孔屏,其孔距分别为 2.510mm,1.605mm,0.512mm。孔距大时有利于确定后焦平面,孔距小时则有利于测量条纹间距,实际测量时可先用孔距较大的屏进行调节,然后在同一输入平面换上孔距较小的屏进行测量。 $a$  值是这样标定的:即由实际孔距和缩微前后的标尺缩小倍数确定。将缩微后的负片上双圆孔对称放置在如图 1 所示的  $x_1-y_1$  平面上。

若两孔连线平行于  $x_1$  轴放置,则输入函数为:

$$f(x_1, y_1) = f_0(x_1 - a/2, y_1) + f_0(x_1 + a/2, y_1) \quad (1)$$

式中,  $f_0(x_1, y_1) = f(r) = \begin{cases} 1 & r \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

当输入函数用单位振幅平面波照明后,  $x_1-y_1$  平面后表面复振幅分布即为  $f(x_1, y_1)$ ,对 (1) 式进行傅里叶变换,根据傅里叶变换的线性关系和平移定理<sup>[3]</sup>可得:

$$F_T[f(x_1, y_1)] = F_0(p, q) \exp[-i pa/2] + F_0(p, q) \exp[i pa/2]$$

式中,  $F_0(p, q) = F_T[f_0(x_1, y_1)]$ ,  $F_T[\ ]$  是傅里叶变换算符。  $p = 2\pi x_2 / (f)$ ;  $q = 2\pi y_2 / (f)$ 。

为求出  $f_0(x_1, y_1) = f(r)$  的傅里叶变换,先进行坐标变换。

$$x_1 = r \cos \theta; y_1 = r \sin \theta; r^2 = x_1^2 + y_1^2; \theta = \tan^{-1}(y_1 / x_1)$$

$$p = r \cos \theta; q = r \sin \theta; r^2 = p^2 + q^2; \theta = \tan^{-1}(q / p)$$

$$dx_1 dy_1 = r dr d\theta$$

$$F_0(p, q) = F_0(r, \theta) = \int_0^a \int_0^{2\pi} r dr d\theta \exp[-i r (p \cos \theta + q \sin \theta)]$$

由于零阶第一类贝塞尔函数  $J_0(z) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \exp[-i z \cos(\theta - \phi)] d\theta$

所以:  $F_0(p, q) = F_0(r, \theta) = 2 \int_0^a J_0(r \sqrt{p^2 + q^2}) r dr = 2 J_1(a \sqrt{p^2 + q^2}) / \sqrt{p^2 + q^2}$

$J_1$  为一阶第一类贝塞尔函数。

$$F_T[f(x_1, y_1)] = 2F_0(p, q) \cos(ap/2) = 4 J_1(a \sqrt{p^2 + q^2}) \cos(ap/2) / \sqrt{p^2 + q^2}$$

频谱强度分布为

$$|F_T[f(x_1, y_1)]|^2 = \frac{8 J_1^2 \sqrt{p^2 + q^2}}{p^2 + q^2} \times [1 + \cos(pa)]$$

由上式可知:对称双圆孔频谱强度分布呈余弦型变化,将  $p = 2\pi x_2 / (f)$ ,  $q = 2\pi y_2 / (f)$ ,代入上式,可得条纹级次随  $x_2$  变化规律满足  $ax_2 / (f) = k (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$

因此,可得相邻亮条纹或相邻暗条纹间距:  $x_2 = f/a$

如果从实验中测得  $x_2$ ,则由上式透镜焦距为:  $f = a x_2$  (2)

## 2 测量结果与讨论

图2是  $x_2-y_2$  坐标平面双圆孔频谱干涉条纹图。我们用双圆孔中心距离  $a = 0.512\text{mm}$  的不透光屏对5个不同标称焦距的透镜进行了测量,并计算了相对误差,其结果列于表1。

下面对用该法测量焦距的误差来源进行分析。由(2)式和间接测量误差传递理论,焦距标准误差的平方值为:

$$\sigma_f^2 = (\partial f / \partial a)^2 \sigma_a^2 + (\partial f / \partial x_2)^2 \sigma_{x_2}^2$$

其中,激光波长可以认为是精确测定的常数。

因此,

$$\frac{\sigma_f}{f} = \frac{x_2}{a} \frac{\sigma_a}{a} + \frac{a}{x_2} \frac{\sigma_{x_2}}{x_2} = 1 \frac{x_2^2 \sigma_a^2 + a^2 \sigma_{x_2}^2}{x_2^2 a^2 + a^2 x_2^2}$$

$a$  决定于缩微双圆孔前孔距标定精度和缩小倍数,或者直接用测量显微镜对双圆孔孔距进行测量,  $a = 0.001\text{mm} = 1\mu\text{m}$ ,同样,用读数显微镜测量条纹间距  $x_2 = 0.001\text{mm} = 1\mu\text{m}$ 。因此,若孔距  $a = 0.512\text{mm}$ ,  $x_2 = 0.355\text{mm}$ ,  $\sigma_a = 0.6328\mu\text{m}$ ,  $\sigma_{x_2} = 1\mu\text{m}$ , 则:

$$f = \frac{1}{0.6328} \sqrt{(0.355 \times 1)^2 + (0.512 \times 1)^2} = 0.98$$

Table 1 The results of focal distance measurement

No.	1	2	3	4	5
standard value (mm)	288	290	307	315	360
$x_2$ (mm)	0.355	0.360	0.382	0.392	0.442
measurement value (mm)	286.6	291.3	309.1	317.2	357.6
relative error	0.49 %	0.44 %	0.68 %	0.70 %	0.67 %

选取双孔距离可以使测量结果达到较高的精度。

与单狭缝傅里叶变换频谱法比较,该法输入函数由两个完全相同的圆孔组成,所以,只有当输出平面严格在透镜后焦平面上时,两者频谱才能完全重合,并获得对比度较好的干涉条纹。这样通过观察条纹形状和变化趋势,就比较容易找出后焦平面位置。当输入平面离开透镜前焦平面时,由透镜的傅里叶变换特性可以推断,频谱分布函数只是附加一个二次位相因子,对条纹的强度分布无影响,而当输入函数发生面内位移时,频谱强度也随之平移,但条纹间距不受影响。这些特性对于光路的调整都是有利的。

## 参 考 文 献

- 1 孙桂林,刘振山. 光学技术,1992;(2):31
- 2 王玉荣,蔡履中. 光学技术,1998;(2):15
- 3 [美]杨振寰著,母国光等译. 光学信息处理. 天津:南开大学出版社,1986

作者简介:董永绵,男,1962年7月出生。讲师。现从事物理教学工作。



Fig.2 Fourier transform interference fringes

相对误差为0.34%,上式中  $x_2$  的值为标号为1的透镜焦距测量时干涉条纹间距测量值。上述测量结果与误差分析标明,用照相缩微法制作输入函数,用读数显微镜测量条纹间距,并适当