

## 三维平顶高斯光束通过环形光阑的传输特性\*

罗时荣 吕百达

(四川大学激光物理与化学研究所,成都,610064)

**摘要:** 利用 Collins 衍射积分公式对三维平顶高斯光束通过有中心遮拦的矩形环状光阑的传输特性进行了详细研究。对菲涅耳衍射和夫琅和费衍射的数值计算结果表明,遮拦比  $e$  和截断参数对其光强分布和远场能量(功率)集中度有影响。

**关键词:** 三维平顶高斯光束 环状光阑 功率(能量)集中度

### Propagation of three-dimensional flattened Gaussian beams through an annular aperture

Luo Shirong, Lü Baida

(Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

**Abstract:** The propagation properties of three-dimensional flattened Gaussian beams passing through a rectangular annular aperture with a central obscuration have been studied in detail using Collins diffraction integral formula. Numerical calculation results of both Fresnel and Fraunhofer diffractions have shown the dependence of their intensity distributions and power (energy) focusability in the far field on the obscure ratio  $e$  and truncation parameter .

**Key words:** three-dimensional flattened Gaussian beam annular aperture power(energy) focusability

## 引 言

迄今,对平面波和高斯光束通过环形光阑和有中心遮拦透镜的传输变换和聚焦特性已进行了许多研究<sup>[1,2]</sup>,文献[3]还对有振幅调制和位相畸变光束通过有中心遮拦透镜的聚焦特性作了计算,对影响远场功率(能量)集中度的因素作了分析。另一方面,在激光的许多实际应用中,常要求光强为均匀平顶分布。与超高斯光束模型比较,由 Gori 提出的平顶高斯模型是描述这类光束的一个更为有用的概念<sup>[4]</sup>。我们主要针对某些应用的要求,研究三维平顶高斯光束通过环形光阑的传输特性,对影响光束菲涅耳衍射和夫琅和费衍射场的因素作了详细的计算和物理分析,最后,总结了主要结果,并对进一步的推广应用作了讨论。

### 1 平顶高斯光束通过环形光阑的传输

在直角坐标系下,  $z = 0$  处二维平顶高斯光束的场分布  $E(x, 0)$  为<sup>[4]</sup>

$$E(x, 0) = \exp\left[-\frac{(N+1)}{w_0^2} x^2\right] \sum_{k=0}^N \frac{1}{k!} \left[\frac{(N+1)}{w_0^2} x^2\right]^k \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

式中,  $N$  和  $w_0$  分别是平顶高斯光束的阶数和束腰宽度。

\* 国家高技术惯性约束聚变主题资助。

基于(1)式,对  $x, y$  可分离的三维平顶高斯光束  $z = 0$  处的场分布  $E(x, y, 0)$  可推广为

$$E(x, y, 0) = \exp\left[-\frac{(N+1)x^2}{w_{0x}^2}\right]_{n=0}^N \frac{1}{n!} \left[\frac{(N+1)x^2}{w_{0x}^2}\right]^n \exp\left[-\frac{(M+1)y^2}{w_{0y}^2}\right]_{m=0}^M \frac{1}{m!} \left[\frac{(M+1)y^2}{w_{0y}^2}\right]^m$$

$$= E(x, 0) E(y, 0) \tag{2}$$

式中,

$$E(x, 0) = \exp\left[-\frac{(N+1)x^2}{w_{0x}^2}\right]_{n=0}^N \frac{1}{n!} \left[\frac{(N+1)x^2}{w_{0x}^2}\right]^n \tag{3}$$

$$E(y, 0) = \exp\left[-\frac{(M+1)y^2}{w_{0y}^2}\right]_{m=0}^M \frac{1}{m!} \left[\frac{(M+1)y^2}{w_{0y}^2}\right]^m \tag{4}$$

$N, M = 0, 1, 2 \dots$  分别是平顶高斯光束在  $x, y$  方向的阶数,  $w_{0x}, w_{0y}$  是平顶高斯光束在  $x, y$  方向的束腰宽度。注意,在(2)式中  $N, M; w_{0x}, w_{0y}$  可以不相等,即三维平顶高斯光束一般是非对称的,在  $x, y$  方向可以有不同的场分布和束宽。

由(2)式所描述的三维平顶高斯光束,通过用变换矩阵  $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$  描述的一阶光学系统的传输由 Collins 衍射积分公式给出<sup>[5]</sup>

$$E(x, y, z) = c_0 \iint E(x, y, 0) \exp\left\{-\frac{ik}{2B} [A(x^2 + y^2) - 2(xx + yy)]\right\} dx dy \tag{5}$$

式中,  $c_0 = \frac{i}{B} \exp(-ikz) \exp\left[-\frac{ikD}{2B}(x^2 + y^2)\right]$ ,  $k$  为波数,  $k = 2/\lambda$ ,  $\lambda$  为波长,  $s$  为积分域。

对  $z = 0$  处置有中心遮拦的矩形环状光阑情况,  $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , (5)式变为

$$E(x, y, z) = c_0 \int_{-b_x}^{b_x} \int_{-b_y}^{b_y} E(x, y, 0) \exp\left\{-\frac{ik}{2z} [(x^2 + y^2) - 2(xx + yy)]\right\} dx dy$$

$$- c_0 \int_{-a_x}^{a_x} \int_{-a_y}^{a_y} E(x, y, 0) \exp\left\{-\frac{ik}{2z} [(x^2 + y^2) - 2(xx + yy)]\right\} dx dy \tag{6}$$

$a_i, b_i$  分别为矩形环状光阑的内、外半宽度 ( $i = x, y$ , 下同)。由(6)式得到光强分布为

$$I(x, y, z) = |E(x, y, z)|^2 \tag{7}$$

利用(6)式和(7)式可对三维平顶高斯光束通过环状光阑的传输进行数值计算和分析,典型例示于图 1~图 4。图 1 和图 2 给出了  $N = 6, M = 8, w_{0x} = 1\text{mm}, w_{0y} = 1.2\text{mm}, \lambda = 1.06\mu\text{m}$  的三维平顶高斯光束经一  $b_x = 0.6w_{0x}, b_y = 0.6w_{0y}$ , 遮拦比  $e_x = a_x/b_x, e_y = a_y/b_y$  为 (a)  $e_x = e_y$

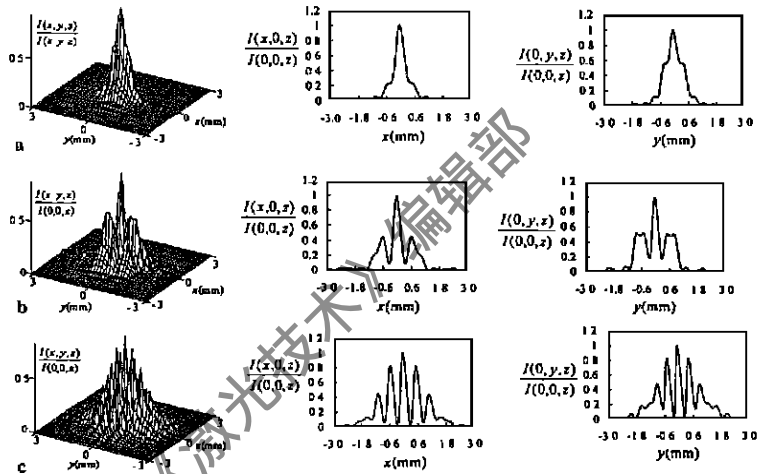


Fig. 1 The relative intensity distributions at the  $z = 500\text{mm}$  plane of a three-dimensional flattened Gaussian beam passing through an annular aperture, the calculation parameters are  $N = 6, M = 8, w_{0x} = 1\text{mm}, w_{0y} = 1.2\text{mm}, \lambda = 1.06\mu\text{m}, b_x = 0.6w_{0x}, b_y = 0.6w_{0y}, a_x = e, a_y = e, e = 0.3, c = e = 0.6$

$= 0$ ; (b)  $e_x = e_y = 0.3$ ; (c)  $e_x = e_y = 0.6$  的环形光阑后在  $z = 500\text{mm}$  处 (图 1, 菲涅耳衍射) 和  $z = 100\text{m}$  处 (图 2, 夫琅和费衍射) 的相对光强分布  $I(x, y, z)/I(0, 0, z)$ 。图 3 和图 4 除截断参数  $\alpha = b_x/w_{0x} = b_y/w_{0y} = 2$  外, 其余参数同图 1 和图 2。分析图 1~图 4 可得以下主要结论:

(1) 无论是在菲涅耳衍射区或对夫琅和费衍射, 随着遮拦比  $e$  的增加, 环形光阑的衍射效应变得越来越明显。在菲涅耳衍射区表现为光强分布的均匀性变差 (图 1, 图 3), 而对夫琅和费衍射, 则表现为旁瓣的增大和中心主瓣的减小 (图 2 和图 4)。

(2) 当遮拦比  $e = 0$  时, 光阑衍射效应随截断比  $\alpha$  增大而减小。

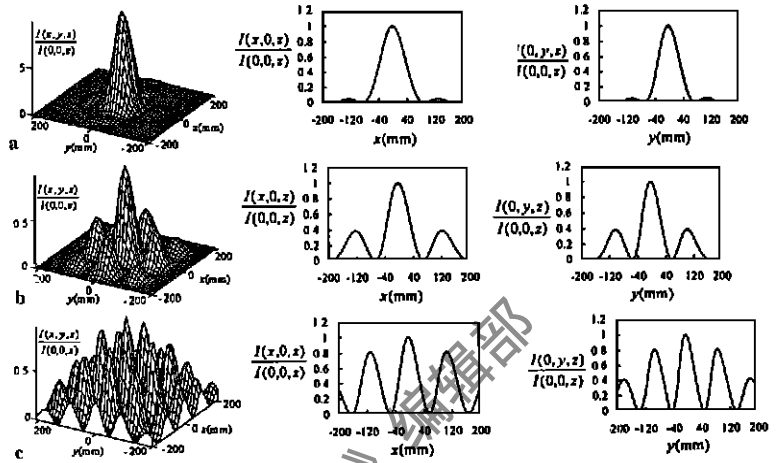


Fig. 2 The relative intensity distributions at the  $z = 100\text{m}$  plane of a three-dimensional flattened Gaussian beam passing through an annular aperture, the other parameters are the same as those in Fig. 1, a— $e = 0$ , b— $e = 0.3$ , c— $e = 0.6$

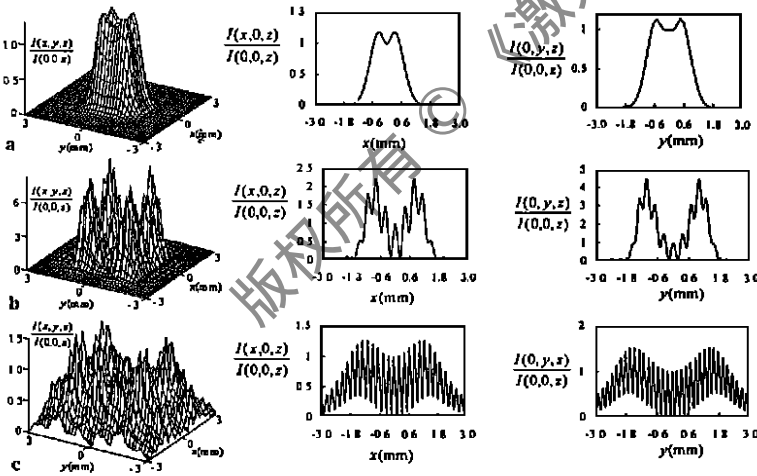


Fig. 3 The relative intensity distributions at the  $z = 500\text{mm}$  plane of a three-dimensional flattened Gaussian beam passing through an annular aperture, the calculation parameters are  $N = 6$ ,  $M = 8$ ,  $w_{0x} = 1\text{mm}$ ,  $w_{0y} = 1.2\text{mm}$ ,  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ ,  $b_x = 2w_{0x}$ ,  $b_y = 2w_{0y}$ , a— $e = 0$ , b— $e = 0.3$ , c— $e = 0.6$

当遮拦比  $e = 0$  时, 光阑衍射效应随截断比  $\alpha$  增大而增大, 这是因为  $\alpha$  的增加 ( $b_i$  增大) 会使中心遮拦增加 ( $a_i$  增大), 导致内边衍射增加的缘故。无论是对菲涅耳衍射区或是夫琅和费衍射, 这一结论都是正确的。值得注意的是, 对超高斯光束和平顶高斯光束, 光阑衍射效应可忽略条件  $\alpha > 2$ , 只对  $e = 0$  时 (图 3 和图 4a) 才成立, 当  $e \neq 0$  时, 即

使  $\alpha > 2$ , 内边仍会引起衍射效应 (图 3, 图 4b 和图 4c)。

(3) 实际工作中感兴趣的一个问题是环形光阑对光

Table 1 The power (energy) focusability in the far field of a three-dimensional flattened Gaussian beam propagating through an annular aperture

	$e = 0$		$e = 0.3$		$e = 0.6$				
	$c_x$ (mm)	$c_y$ (mm)	$c_x$ (mm)	$c_y$ (mm)	$c_x$ (mm)	$c_y$ (mm)			
$\alpha = 0.6$	88.44	73.68	81.7 %	68	56.64	27.3 %	55.24	46	6.2 %
$\alpha = 2$	54.04	44.84	94.2 %	31.76	26.72	9.5 %	20.56	17.32	0.46 %

束远场功率(能量)集中度的影响。我们采用在远场中心主瓣内包含的功率(能量)占总功率(能量)的百分比(见(8)式)来作定量描述。式中,  $c_x, c_y$  分别为三维平顶高斯光束通过环形光阑后在远场  $x, y$  方向上第一零点到中心的距离,当然,按应用要求,亦可采用桶中功率(能量)或其它物理量作为评价标准。表 1 给出了按图 2,图 4 和(8)式所得的结果。由表知,对给定的入射平顶高斯光束,当一定时,随  $e$  的增加而减小。当  $e = 0$  时,随  $e$  的增加而增加,但  $e > 0$ (例如  $e = 0.3, 0.6$ ) 时,随  $e$  的增加(中心遮拦增加)而减小。

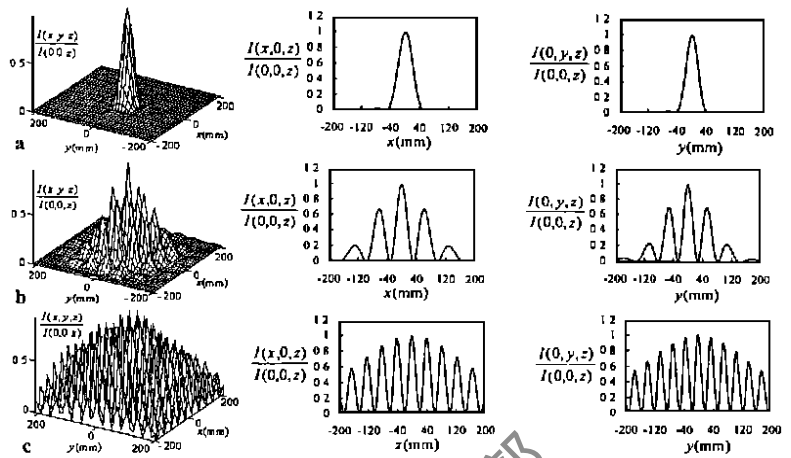


Fig. 4 The relative intensity distributions at the  $z = 500\text{mm}$  plane of a three-dimensional flattened Gaussian beam passing through an annular aperture, the other parameters are the same as those in Fig. 3, a— $e = 0$ , b— $e = 0.3$ , c— $e = 0.6$

$$= \frac{\int_{-c_x}^{c_x} \int_{-c_y}^{c_y} |E(x, y, z)|^2 dx dy}{\int_{-b_x}^{b_x} \int_{-b_y}^{b_y} |E(x, y, 0)|^2 dx dy} = \frac{\int_{-c_x}^{c_x} \int_{-c_y}^{c_y} |E(x, y, z)|^2 dx dy}{\int_{-a_x}^{a_x} \int_{-a_y}^{a_y} |E(x, y, 0)|^2 dx dy} \quad (8)$$

## 2 小 结

笔者将环形光阑对光束的变换作了推广,研究了三维平顶高斯光束通过有中心遮拦矩形环状光阑的菲涅耳衍射和夫琅和费衍射,分析了当平顶高斯光束参数一定时,遮拦比  $e$  和截断参数  $\eta$  对光束传输特性和远场能量集中度的影响。针对应用要求,我们所用方法还可推广用于研究三维平顶高斯光束通过有中心遮拦透镜的聚焦和惯性约束聚变驱动器中强激光的传输等问题,具有实际应用意义。

## 参 考 文 献

- 1 Sheppard C J, Wilson T. *Microwaves, Optics and Acoustics*, 1978; 2(4) : 105 ~ 109
- 2 Born M, Wolf E. *Principles of Optics*. Fifth edition, Pergamon Press, 1975: 416 ~ 418
- 3 张 彬,吕百达. *光学学报*, 1997; 17(12) : 1660 ~ 1664
- 4 Gori F. *Opt Commun*, 1994; 107 : 335 ~ 341
- 5 吕百达. *激光光学*. 成都:四川大学出版社, 1992 : 54

作者简介:罗时荣,女,1966年5月出生。讲师。现从事光束传输变换方面的研究工作。