

高斯光束在对数型非线性介质中的传输特性

康 俊 唐永林 李大义 陈建国 张科军

(四川大学光电系, 成都, 610064)

摘要: 根据对数型非线性介质中高斯光束的束宽和波阵面曲率变化所满足的耦合方程, 采用数值计算对高斯光束的传输特性进行了详细的分析。结合相图分析了高斯光束在不同初始条件下束宽与波阵面的变化情况。利用力学类比, 讨论了高斯光束在传输过程中形成的对称呼吸模式与不对称呼吸模式的空间孤子。

关键词: 对数型非线性介质 高斯光束 空间孤子 呼吸模式

Propagating characteristics of Gaussian beam in logarithmically nonlinear media

Kang Jun, Tang Yonglin, Li Dayi, Chen Jianguo, Zhang Kejun

(Department of Optoelectronics, Sichuan University, Chengdu, 610064)

Abstract: Numerically solving equations governing the variations of the beam size and the curvature of wave front in the logarithmically nonlinear media (LNM), the propagating characteristics of Gaussian beams have been described in detail. With the aid of phase diagram, variations of parameters of Gaussian beams have been analyzed for different initial parameters. Using methods adopted in mechanics, the solitons of symmetrical breath mode and non-symmetrical breath mode in propagation of Gaussian beams have been discussed.

Key words: logarithmically nonlinear media Gaussian beam spatial solitons breath mode

引 言

近年来, 研究发现一种新型的非线性介质^[1], 由于可以用对数函数很好地描述折射率对光束强度的非线性响应, 因而称之为对数型非线性介质(LNM)^[2]。Snyder 等人预言的高斯光束在 LNM 中形成空间孤子的呼吸模式^[2], 在实验上得到了 Tikhomenko 的证实^[1]。在本文中, 我们根据高斯光束宽度和波前曲率半径变化所遵从的耦合方程, 采用数值计算并结合相图详细地描述在 LNM 中形成的高斯型空间孤子。研究表明, 对不同的初始条件, 可以区分为静

- 6 Koechler W. Solid-state laser engineering. Second Edition. Germany: Springer-Verlag Press, 1989: 403~ 405
- 7 张行愚, 赵圣之, 王青圃 *et al.* 光学学报, 1998; 18(9): 1180~ 1185
- 8 张行愚, 王青圃, 赵圣之 *et al.* 光学学报, 1994; 14(7): 687~ 691
- 9 张行愚, 赵圣之, 王青圃. 光电子·激光, 1998; 9(6): 454~ 457
- 10 Zhao G, Zhu B, Chen X Y *et al.* SPIE, 1998; 3549: 128~ 133

* * *

作者简介: 陈肖燕, 女, 1961 年 8 月出生。硕士, 讲师。现主要从事通信及激光技术方面的教学和研究工作。

空间孤子、对称呼吸模式和非对称呼吸模式的空间孤子。

1 高斯型空间孤子

对于光束 $E = A(x, y, z) \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)]$, 其慢变包络 A 满足非线性传播方程^[3]:

$$i2k_0 \partial A / \partial z + \nabla_{\perp}^2 A + 2k_0^2 \Delta n(|A|^2) A / n_0 = 0 \tag{1}$$

式中, $k_0 = k n_0$, $k = 2\pi / \lambda$, n_0 是介质线性折射率, λ 是真空波长, ω_0 是频率, $\Delta n(|A|^2)$ 是光强引起的折射率变化。在此, 已假设介质具有各向同性, 介质的非线性响应是瞬时的。对于 LNM, $\Delta n = n_2 \ln(1 + I / I_{th})$ 。其中, n_2 为非线性系数, $I = |E|^2 = |A|^2$, I_{th} 为阈值强度。在一般情况下均有 $I \gg I_{th}$, 此时 $\Delta n = n_2 \ln(I / I_{th})$ 。对于圆柱对称高斯光束 $A(r, z) = B(z) \exp\{-r^2 / [2\sigma^2(z)] + i[\alpha(z) + \beta(z)r^2]\}$, 代入(1)式, 可得到光束宽度和波前曲率半径变化所遵从的耦合方程^[4]:

$$d\sigma/dz - 2\beta\sigma/k_0 = 0, \quad d\beta/dz - 1/(2k_0\sigma^4) + (2\beta^2/k_0) + k_0 n_2 / (n_0 \sigma^2) = 0 \tag{2}$$

令 $\varphi = 2\beta\sigma/k_0$, $F = 1/(k_0^2\sigma^3) - 2n_2/(n_0\sigma)$, (2)式可改写为: $d\varphi/dz = -\varphi$, $d\varphi/dz = F$ (3) 类比力学知识, σ 对应粒子位移, z 对应于时间, 则 $d\sigma/dz$ 对应粒子速度, F 对应粒子所受的外力。(3)式右端不显含 z , 故可称之为自治系统^[5], 令其右端为 0, 求得该系统平衡位置为:

$$(\sigma^*, \varphi^*) = (\sigma_s, 0) \tag{4}$$

式中, $\sigma_s = (n_0 / 2n_2 k_0^2)^{1/2}$ 。由于系统 Jacobi 矩阵为:

$$J = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial\varphi/\partial\sigma & \partial\varphi/\partial\varphi \\ \partial F/\partial\sigma & \partial F/\partial\varphi \end{pmatrix}_{(\sigma_s, 0)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2/Z_p^2 & 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

式中, $Z_p = n_0 / (2k_0 n_2)$, 可得 $p = -(a + d) = 0$, $q = ad - bc = 2/Z_p^2 > 0$ 。所以系统的特征方程为: $S^2 + 2/Z_p^2 = 0$ (6)

由此可以判定, 该系统是一个守恒的稳定系统^[5]。由耦合方程(3)可得出相图轨道方程:

$$\varphi = \pm \sqrt{2(W - V)} \tag{7}$$

其中: $W = \varphi_m^2 / 2 + 1 / (2k_0^2 \sigma_m^3) + 2n_2 \ln \sigma_m / n_0$, $V = 1 / (2k_0^2 \sigma^2) + 2n_2 \ln \sigma / n_0$ (8)

式中, $\varphi_m = 2\sigma_m^2 \beta_m^2 / k_0^2$, σ_m 与 β_m 由高斯光束入射时的束宽及波阵面所决定, W 对应粒子初始能量, V 对应粒子的势能。在图 1 中, 我们给出了不同 W 入射时的 φ 与归一化尺寸 $G (= \sigma / \sigma_s)$ 的相图曲线。图中每一条闭合曲线对应一特定的初始条件(W), 各曲线互不相交, 这正是保守系统的特征。由相图可知, φ 随 G 的变化是周期的(或准周期的)变化。从相图中还可得到: (1) 系统在平衡点 C(1, 0) (即 $(\sigma_s, 0)$ 处), 光束 σ 保持一定值 σ_s 。相轨是一点意味着光束宽度随传播距离 z 不发生变化, 称之为静空间孤子形态。(2) 在平衡点 C 附近, 曲线形状近似为椭圆(或圆), 相轨是椭圆(或圆)意味着光束宽度随传播距离 z 成正弦(或余弦)变化, 称之为高斯光束的对称呼吸模式。(3) 在远离平衡点 C 处, 相图曲线畸变: 在 $0 < G < 1$ 区域, G 的较小变化引起 φ 的急剧改变; 在 $G > 1$ 的区域, φ 相对于 G 的变化趋缓。相轨的变形意味着光束宽度随传播距离 z 的不对称展宽与收缩, 称之为高斯光束的非对称呼吸模式。

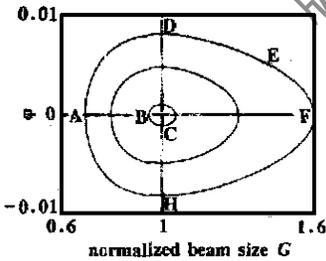


Fig. 1 The variation of φ with G for different W_s

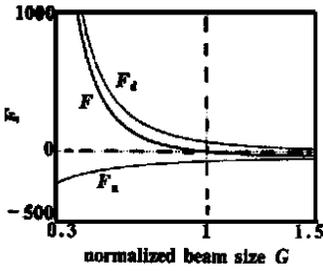


Fig. 2 The dependence of F_n , F_d , and F on G

高斯光束在 LNM 中传播时,束宽的变化是衍射与非线性自聚焦相互竞争的结果。在此把衍射与非线性对光束的作用对应为粒子受力运动来分析。衍射使光束宽度增加,相当于对光束施加一斥力 $F_d (= 1/k_0^2 \sigma^3)$,而非线性自聚焦对光束施加一引力 $F_n (= -2n^2/n_0 \sigma)$,则合力 $F = F_n + F_d$ 。图 2 给出了这 3 种力与光束归一化宽度 G 的关系曲线,如图所示, $F > 0$ 表明衍射起主要作用,它阻碍光束宽度变化的进一步收缩; $F < 0$ 表明非线性自聚焦起主要作用,它阻碍光束宽度变化的进一步扩展; $F = 0$ 表明衍射与非线性自聚焦严格

抵消。图 2 表明力 F, F_d 随 G 的增大而减小, F_n 随 G 的增大而增大。在 $0 < G < 1$ 区域内,衍射起主要作用,在 $G > 1$ 区域内,非线性自聚焦起主要作用。也就是说,光束束宽缩小到一定值必然要扩展,扩展到一定值必然要收缩。光束宽度的变化就好像弹簧上小球的位置变化,因而在此把合力 F 称作恢复力。受恢复力 F 的作用,光束宽度就会出现周期的变化,即光束宽度的变化是呼吸的。从图中还可见,在 $0 < G < 1$ 区域内,力的变化是非常剧烈的,也就是说,光束宽度减小一点将引起恢复力的急剧增加,导致光束宽度变化很快由收缩变为扩展,相反,在 $G > 1$ 区域内,力的变化相当平缓,导致光束宽度由扩展变为收缩的变化较缓,这样总体上在 W 较大时,呼吸的不对称性是不可避免的。

2 数值计算与分析

在上节中我们使用的高斯光束宽度变化的方程,采用相图与力的分析得到了一些定性的结果,下面我们借助数值计算求解耦合方程(2),详细地描述高斯光束在 LNM 中的传输特性。数值计算的参量选取如下: $n_0 = 2, \lambda = 500\text{nm}, n_2 = 2 \times 10^{-4}$ 。

图 3 展示了高斯光束的空间孤子的静(C)、对称呼吸(B)和非对称呼吸(A, D 和 E) 3 种模式。此图是根据耦合方程(2)代入不同的初始条件(φ_{in} 与 σ_{in})得到的高斯光束的 σ (图 3a)和 φ (图 3b)随 $Z (= z/Z_p)$ 的变化曲线。这 5 条曲线

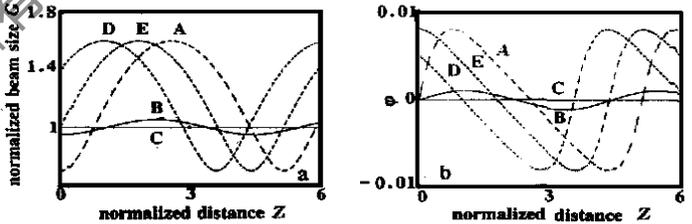


Fig. 3 a—the variation of G with Z for different W_s b—the variation of φ with Z for different W_s

的初始参量与图 1 的 A, B, C, D 和 E 点一一对应。当高斯光束满足束腰入射 $\varphi_{in} = 0$ 且 $\sigma_{in} = \sigma_s$ 的初始条件时,光束 σ 和 φ 在 LNM 中随传播距离 z 不变(对应相图中的 C 点),这就是所谓的空间静孤子,如直线 C 所示;当初始条件偏离孤子条件不太远(即 $\varphi_{in} = \delta\varphi, \sigma_{in} = \sigma_s + \delta\sigma$, 其中 $\delta\varphi, \delta\sigma \ll 1$)时,光束的 σ 和 φ 在 LNM 中随传播距离近似成正弦(或余弦)变化(对应相图中的 B 点),这就是所谓的对称呼吸模式,如曲线 B 所示;当初始条件偏离孤子条件较远时,光束 σ 和 φ 在 LNM 中随传播距离 z 变化较为复杂(对应相图中的 A, D 和 E 点),为不对称呼吸模式。相图中的 A ($\varphi_{in} = 0$), D ($\sigma_{in} = \sigma_s$) 和 E (任意)在同一条轨道上,表明如果光束初始能量一样,虽各自的 φ_{in} 与 σ_{in} 不一样,但除初始位相不一样外, σ 和 φ 变化的规律完全一致。从 C, B, A 的变化曲线可见,随光束初始能量的增加,光束 σ 与 φ 的变化周期 Z_t 增大,束宽在 $G < 1$ 时

变化加剧, 而束宽 $G > 1$ 时变化趋缓。当初始能量增加时, 必然出现光束呼吸幅度的不对称变化。在图 3b 中可见随光束初始 W 的增加 φ 对应于图 3a 中 $G > 1$ 部分逐渐成线性变化。这是由于 F 在 $G > 1$ 部分变化很小, 所以, 可认为 φ 与 Z 的变化规律近似线性变化。

光束非对称变化的程度, 用如下两个量来量度: $S = Z_{t_1}/Z_{t_2}$, $P = G_{\max}/G_{\min}$ (9)

式中, Z_{t_1} 为扩展周期, 定义为光束宽度由 σ_8 开始增加到最大宽度后又减小到 σ_8 光束所传输的距离, 例如图 1 中的 $D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow H$ 变化过程。 Z_{t_2} 为收缩周期, 定义为光束宽度由 σ_8 开始减小到最小宽度后又增加到 σ_8 光束所传输的距离, 例如图 1 中的 $H \rightarrow A \rightarrow D$ 变化过程。这样, 光束的全周期为 $Z_t = Z_{t_1} + Z_{t_2}$ 。 S 表征了光束扩展和收缩过程光束所传输距离的非对称度; P 表

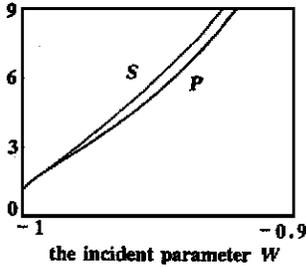


Fig. 4 The relationship between P , S and W

征了光束扩展和收缩过程光束宽度变化的非对称度。在图 4 中, 给出了 P 和 S 与光束初始参量 W 的关系曲线。从图中可见, 随着 W 的增加, 呼吸的不对称性也相应增加。图中所示 $P, S \geq 1$, 表明随初始参量 W 的增加, 光束扩展的幅度和

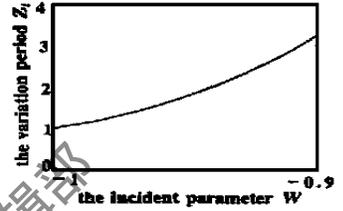


Fig. 5 The variation period Z_t with initial parameter W

扩展时所传播的距离总是比光束收缩的幅度和收缩时所传播的距离增加得更多。当 $P, S = 1$ 时, 光束宽度变化的非对称性消失, 同时“呼吸”也就停止, 这就是静空间孤子态; 当 $P, S \approx 1$ 时, 即“呼吸”很弱的情况下, 这时可以近似认为光束宽度为对称变化, 这就是高斯光束的对称呼吸模式; 而一般情况高斯光束的呼吸模式总是非对称的, 其非对称度随初始参量的增加而增加。

图 5 给出了不同初始条件下光束变化的周期。从图中可见, 光束变化的周期随初始能量 W 的增加而增加。周期随 W 加大主要是由非线性作用所引起。

3 结 论

我们通过相图分析与数值计算的方法, 根据在对数型非线性介质中高斯光束宽度和波前曲率半径变化所遵从的耦合方程, 对高斯光束的传输特性进行了详细的分析。研究表明, 对不同的初始条件, LNM 中形成的高斯型空间孤子可以区分为静空间孤子、对称呼吸模式和不对称呼吸模式的空间孤子。

参 考 文 献

- 1 Tikhomenko V. Opt Lett, 1998; 23(8): 594~ 596
- 2 Snyder W, Michell J D. Opt Lett, 1997; 22(1): 16~ 18
- 3 Shen Y R. The Principles of Nonlinear Optics. New York: John Wiley & Sons Inc, 1984: Chap. 17
- 4 唐永林, 李大义, 陈建国 *et al.* 物理学报, 1999; 48(7): 1248~ 1253
- 5 诸亦清, 李翠英. 非线性振动分析. 北京: 北京理工大学出版社, 1996

作者简介: 康 俊, 男, 1970 年 11 月出生。硕士研究生。研究方向为半导体激光器及非线性光学。

收稿日期: 1999-02-04 收到修改稿日期: 1999-04-14