

## 相干和非相干平顶高斯光束的比较研究 \*

吕百达 罗时荣 张 彬

(四川大学激光物理与化学研究所,成都,610064)

**摘要:** 对完全相干和非相干平顶高斯光束的传输特性作了详细研究。提出了用有限个拉盖尔-高斯模或厄米-高斯模的部分相干迭加起来产生部分相干平顶高斯光束,以满足某些实际应用要求的新方法。

**关键词:** 完全相干和非相干平顶高斯光束 传输特性 光束合成

## A comparison study of coherent and incoherent flattened Gaussian beams

L ÜBaida, Luo Shirong, Zhang Bin

(Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

**Abstract:** The propagation properties of coherent and incoherent flattened Gaussian beams have been studied in detail. It has been pointed out that, to meet some requirements in practical applications, the partially coherent flattened Gaussian beam is a suitable choice, which can be realized by using the superposition of partially coherent finite Laguerre-Gaussian modes or Hermite-Gaussian modes.

**Key words:** coherent and incoherent flattened Gaussian beams propagation property beam combination

## 引 言

迄今,对平顶高斯光束的基本特性和通过一阶  $ABCD$  光学系统的传输变换已进行了许多研究<sup>[1,2]</sup>。使用平顶高斯光束代替超高斯光束模型来描述光强剖面为平顶的光束的主要优点是在光阑效应可忽略时可得到解析的传输公式,从而为实际应用带来了方便。但是,文献中对

\* 国家高技术惯性约束聚变主题和强辐射重点实验室资助。

- 1 沈兰荪. 数据采集技术. 合肥:中国科学技术大学出版社,1990
- 2 刘宝琴. 数字电路与系统. 北京:清华大学出版社,1993
- 3 中国集成电路大全 CMOS 集成电路. 北京:国防工业出版社,1995
- 4 硬件世界编辑部. 接口电路 MOTOROLA 线性与接口电路之一. 北京:北京大恒公司,北京领风电子技术公司,1993
- 5 潘新民,王燕芳. 单片微型计算机实用系统设计. 北京:人民邮电出版社,1992
- 6 康华光. 电子技术基础(模拟部分)(第三版). 北京:高等教育出版社,1988
- 7 余永权,李小青,陈林康. 单片机应用系统的功率接口技术. 北京:北京航空航天大学出版社,1992
- 8 涂时亮,张友德,陈章龙. 单片机软件设计技术. 重庆:科学技术文献出版社,1988
- 9 何少商. 军队医学计量. 北京:金盾出版社,1992

作者简介:徐 峰,男,1972 年 3 月出生。硕士。从事激光参数测量和激光安全防护研究。

平顶高斯光束使用了不同的表达形式,若不注意到有关物理概念的区别,则容易导致错误。我们主要目的是比较两类不同的平顶高斯光束,即相干和非相干平顶高斯光束在传输特性上的差异,并用典型数值计算例加以说明。此外还针对相干和非相干平顶高斯光束的优缺点,提出了一个用部分相干平顶高斯光束来满足某些实际应用要求的新方法。

## 1 相干平顶高斯光束

为明确起见,我们采用柱坐标系进行研究,有关结果不难推广到直角坐标系中。在柱坐标系下, $z=0$ 处平顶高斯光束的场分布  $E(r,0)$  可写为<sup>[2]</sup>

$$E(r,0) = \exp\left[-(N+1)\left(\frac{r}{w_0}\right)^2\right] \sum_{k=0}^N \frac{1}{k!} \left[\sqrt{N+1} \frac{r}{w_0}\right]^{2k} \quad (1)$$

式中, $N(N=0,1,2,\dots)$ 和  $w_0$  分别为平顶高斯光束的阶数和束腰宽度,为简单起见,(1)式中略去了对结果无影响的常数因子。(1)式可展为如下形式的有限个拉盖尔-高斯模之和的形式

$$E(r,0) = \sum_{n=0}^N (-1)^n \sum_{m=n}^N \frac{1}{n!} \frac{2^m}{2^m} L_n \left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{r^2}{w_0^2}\right] \quad (2)$$

式中的  $w_0 = w_0 / \sqrt{N+1}$ ,为拉盖尔-高斯模对应基模光束束腰宽度,由(2)式表征的平顶高斯光束通过变换矩阵为  $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$  的一阶光学系统的变换用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分表征

$$E(r,z) = A_0 \int_0^B E_0(r',0) \exp\left[\frac{ikAr'^2}{2B} - iJ_0 \frac{kr'r}{B} - \frac{r'r}{B}\right] r' dr' \quad (3)$$

式中的  $A_0 = \frac{ik}{B} \exp(-ikz) \exp\left[-\frac{ikDr^2}{2B}\right]$ ,  $k$  是波数,  $\lambda$  是波长。将(2)式代入(3)式积分得

$$E(r,z) = \frac{\exp(-ikz)}{A+B/q_0} \sum_{n=0}^N (-1)^n \sum_{m=n}^N \left[\frac{m}{n}\right] \frac{1}{2^m} \frac{(A-B/q_0)^n}{(A+B/q_0)^n} \exp\left[-\frac{ikr^2}{2q_1}\right] L_n\left[\frac{2r^2}{w_1^2}\right] \quad (4)$$

式中的  $w_1 = w_0 \sqrt{A^2 + \frac{B^2}{w_0^2}}$  是出射面上的拉盖尔-高斯模中对应基模高斯光束束宽, $q_0, q_1$  分别是对应高斯光束在入射面和出射面上的  $q$  参数,且  $\frac{1}{q_0} = -\frac{i}{w_0^2}, \frac{1}{q_1} = \frac{C+D/q_0}{A+B/q_0}$ 。

另一方面,也可以将(1)式直接代入(3)式积分得

$$E(r,z) = A_1 \exp\left[\frac{-(kr/2B)^2}{\left[\frac{1}{w_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right]}\right] \sum_{n=0}^N \left[\frac{1}{w_0^2}\right]^n \left[\frac{1}{w_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right]^{-n} L_n\left[\frac{(kr/2B)^2}{\left[\frac{1}{w_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right]}\right] \quad (5)$$

式中, $A_1 = \frac{ik}{2B} \exp(-ikz) \exp\left[-\frac{ikDr^2}{2B}\right] \left[\frac{1}{w_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right]^{-1}$ 。大量的数值计算表明,虽然(4)式和(5)式在形式上有所不同,但所得结果是完全一致的。将形如(1)式的平顶高斯光束用有限个拉盖尔-高斯模的相干迭加起来表示,称为相干平顶高斯光束。相干平顶高斯光束有两个重要的传输特性:(1)由(5)式可知,拉盖尔多项式的宗量为复数,这表明,相干平顶高斯光束通过一阶  $ABCD$  光学系统的变换一般不再保持形式不变<sup>[3]</sup>,(2)基于二阶矩方法<sup>[4]</sup>,可计算出平顶高斯光束的光束传输因子( $M^2$  因子)为<sup>[5]</sup>

$$M^2 = \sqrt{\sum_{k_1=0}^N \sum_{k_2=0}^N \sum_{m_1=0}^{k_1} \sum_{m_2=0}^{k_2} \left(\frac{-1}{2}\right)^{m_1+m_2} \binom{k_1}{m_1} \binom{k_2}{m_2} \binom{m_1+m_2}{m_1}} (m_1+m_2+1)$$

$$\times \sqrt{\prod_{k_1=0}^N \prod_{k_2=0}^N \binom{k_1+k_2}{k_1}} 2^{-(k_1+k_2)} (k_1+k_2+1) \times \left[ \prod_{k_1=0}^N \prod_{k_2=0}^N \binom{k_1+k_2}{k_1} 2^{-(k_1+k_2)} \right]^{-1} \quad (6)$$

### 2 非相干平顶高斯光束

在  $z = 0$  处非相干平顶高斯光束的光强分布  $I(r, 0)$  可写为<sup>[6]</sup>

$$I(r, 0) = \frac{2}{w_0^2} \exp\left[-\frac{2r^2}{w_0^2}\right] \prod_{m=0}^N \frac{1}{m!} \left[\frac{2r^2}{w_0^2}\right]^m \quad (7)$$

由(7)式表征的平顶高斯光束可用有限个拉盖尔-高斯模的非相干合成来表示

$$I(r, 0) = \sum_{m=0}^N |c_{0,m}|^2 \quad (8)$$

式中,  $c_{0,m}$  是展开系数, 其物理意义为模指数为  $(0, m)$  的拉盖尔-高斯模在整个平顶高斯光束中所占的权重, 且  $c_{0,0} = 1$ ;  $L_{0,m}$  为零阶拉盖尔-高斯函数

$$L_{0,m}(r, 0) = \frac{1}{m!} \left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right)^m \exp\left[-\frac{2r^2}{w_0^2}\right] \exp(im\phi) \quad (9)$$

可证明,  $L_{0,m}$  通过一阶  $ABCD$  光学系统的传输公式为

$$L_{0,m}(r, z) = \frac{\exp(-ikz)}{w_0} \left(\frac{2r^2}{w_1^2}\right)^m \frac{1}{m!} \left[A + \frac{B}{q_0}\right]^{-1} \left[\frac{A - B/q_0}{A + B/q_0}\right]^{m/2} \exp\left[-\frac{ikr^2}{2q}\right] \exp(im\phi) \quad (10)$$

由此得到由(8)式描述的非相干平顶高斯光束的传输公式为

$$I(r, z) = \sum_{n=0}^N |c_{0,n}|^2 L_{0,n}^2(r, z) = \frac{2}{w_1^2} \exp\left[-\frac{2r^2}{w_1^2}\right] \prod_{m=0}^N \frac{1}{m!} \left[\frac{2r^2}{w_1^2}\right]^m \quad (11)$$

从以上的分析知:(1)对非相干平顶高斯光束, 实质上是用有限个拉盖尔-高斯模光强的非相干迭加, 而不是用场的相干迭加, 因此, 它的传输特性与相干平顶高斯光束有本质上的不同。事实上, (11)式与(7)式比较, 仅宗量和光强大小有变化, 但光强分布形式是相同的, 因此, 非相干平顶高斯光束通过一阶  $ABCD$  光学系统时将保持形式不变性;(2)非相干平顶高斯光束的光束传输因子可以简单地由模指数为  $(0, m)$  阶拉盖尔-高斯光束的  $M_{0,m}^2 = m + 1$  求得

$$M^2 = \sum_{m=0}^N |c_{0,m}|^2 M_{0,m}^2 / \sum_{m=0}^N |c_{0,m}|^2 = 1 + \frac{N}{2} \quad (12)$$

它随  $N$  的增加线性增加。

### 3 数值计算和分析

为说明有关物理分析结果, 作了大量数值计算和比较, 典型例示于图 1, 图 2。图中给出了

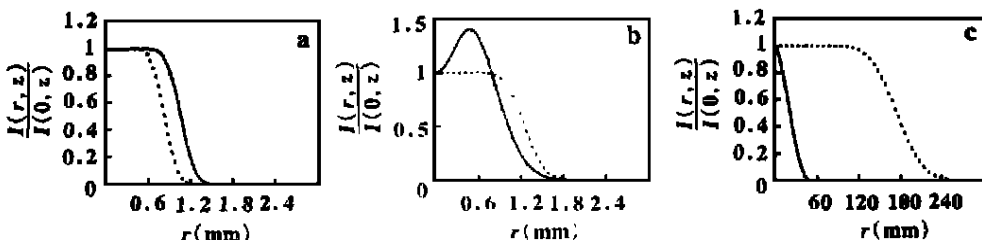


Fig. 1 The relative intensity distributions of two coherent (solid line) and incoherent (dash line) flattened Gaussian beams propagating in free space, the calculation parameters are a —  $z = 0$ , b —  $z = 540\text{mm}$ , c —  $z = 100\text{m}$

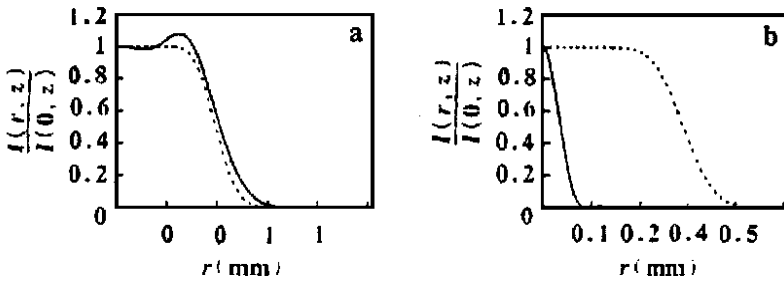


Fig. 2 The relative intensity distributions of two coherent (solid line) and incoherent (dash line) flattened Gaussain beams propagating through a thin lens, the calculation parameters are a— $z = 120\text{mm}$ , b— $z = f = 200\text{mm}$

$N = 8, w_0 = 1.2\text{mm}, = 1.06\mu\text{m}$  的相干和非相干平顶高斯光束通过自由空间和焦距  $f = 200\text{mm}$  的薄透镜后的相对光强  $\frac{I(r, z)}{I(0, z)}$  的变化;而相干和非相干平顶高斯光束的  $M^2$  因子随  $N$  的变化

示于图 3。图 1,图 2 表明,相干平顶高斯光束通过一阶光学系统后,在菲涅耳衍射区和远场,光强分布都会发生变化,而非相干平顶高斯光束形状保持不变。图 3 表明,相干平顶高斯光束的光束传输因子  $M^2$  随平顶高斯光束阶数的增加增加较缓,而非相干平顶高斯光束的光束传输因子  $M^2$  随平顶高斯光束阶数的增加呈线性增加。

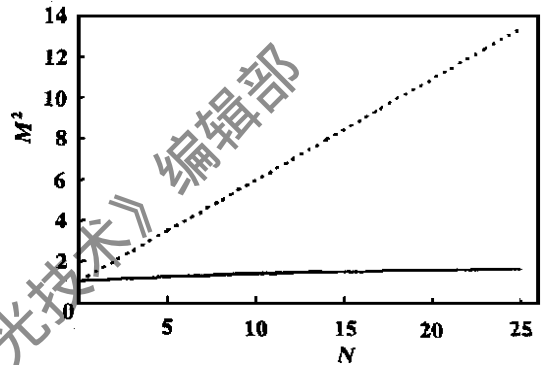


Fig. 3 The beam propagation factor  $M^2$  as a function of beam order  $N$  for the coherent flattened Gaussian beam (solid line), and incoherent flattened Gaussain beam (dash line)

#### 4 小 结

在某些实际工作,例如在高功率激光技术中,对光强平顶分布光束的基本要求是在近场为平顶均匀分布,且尽可能保持形状不变,以保证有大的填充因子和不至因光强调制引起非线性自聚焦而导致光学元件的破坏,而在远场则要求有高的能量(功率)集中度。非相干平顶高斯光束虽然有保持光强分布为平顶和在一阶光学系统中传输时保持形状不变的优点,但其光束传输因子随增加太快,这意味着追求平顶陡边和减小远场发散角(提高能量集中度)二者是有矛盾的。而相干平顶高斯光束的主要缺点是不能保持传输不变性。对此,可用有限个拉盖尔-高斯模(柱坐标)或有限个厄米-高斯模(直角坐标系中)的部分相干迭加起来合成平顶高斯光束的新方法来解决,用交叉谱密度函数的传输变换公式进行计算模拟,并针对实际要求提出的指标,给出可行方案,有关结果将另文报道。

#### 参 考 文 献

- 1 Gori F. Opt Commun,1994;107:335 ~ 341
- 2 Bagini V, Borghi R, Gori F. JOSA, 1996; 13(7) : 1385 ~ 1394
- 3 Casperson L W, Hall D G. JOSA, 1997; A14: 3341 ~ 3348
- 4 Sigman A E. SPIE, 1990; 1224: 2 ~ 14
- 5 L üB D, Luo S R, Zhang B. Optik, 1999; 110(6) : 285 ~ 287
- 6 Borghi M, Santarsiero M. Opt Lett, 1998; 23: 313 ~ 315

作者简介:吕百达,男,1943 年出生。教授,博士生导师。主要从事新型和高功率固体激光器件与技术、光腔物理与光束传输变换的研究。