第 24 卷 第 2 期 激 光 技 术 Vol. 24, No. 2
2000 年 2 月 LASER TECHNOLOGY April, 2000

被动调 Q 激光脉冲周期的研究

朱长虹 李正佳 陈殊殊 丘军林 刘百宁 X
(华中理工大学激光技术国家重点实验室, 武汉, 430074)

摘要: 针对存在激发态吸收(ESA)的被动式调 Q 激光器, 采用绝热近似(AEA)方法和微分方程的 Hopf 分岔条件, 将被动调 Q 产生的多脉冲序列与由光强和反转粒子数密度所构成相平面上的极限环运动对应起来, 得到了产生 Q 脉冲阈值的定量关系式和表示脉冲周期(重复频率)的解析解。解释了 Cr^{4+} BYAG 调 Q 激光器的有关现象, 获得了与有关实验相一致的结果。

关键词: 被动式调 Q 绝热近似 Hopf 分岔

Study on periodicity of giant pulses with passive Q2switched laser

Zhu Changhong, Li Zhengjia, Chen Shushu, Qin Junlin, Liu Baining*
(National Laboratory of Laser Technology, HUST, Wuhan, 430074)

Abstract: For passive Q2switched solid2state lasers including excite state absorption (ESA), the coupled rate equations is presented. By means of the adiabatic elimination approximation (AEA) and the Hopf bifurcation conditions, the series of multi2pulses produced by passive Q2switch correspond to the limit cycle on the phase plane of optic intensity and population inversion density. Threshold formula for giant pulses and analytical solution for pulses period or repetitive frequency are obtained. The phenomena about Cr^{4+} BYAG saturable absorber Q2switched laser are explained. The calculated results accord with the experiment.

Key words: passive Q2switch adiabatic elimination approximation (AEA) Hopf bifurcation

引 言

掺 Cr^{4+} 的饱和 Q 开关由于具有以高重复频率输出脉冲激光等优点, 近年来, 已获得广泛的应用[1]。实验表明: 其脉冲重复频率与外界泵浦强度和初始透过率 T_0 呈明显的相关性[2,3]。我们将在绝热近似条件下, 采用 Hopf 分岔理论, 推导出激光脉冲周期的解析表达式, 得出有关的参量与/ 多脉冲0重复频率的定量关系。

1 分 析

1.1 耦合速率方程组

通常的固体激光器属于 B 类激光器, 其横向弛豫时间 S_L n 腔内光子寿命 S_c 和纵向弛豫时间 S_u, 采用绝热近似 AEA(adiabatic elimination approximation)[4], 由两个速率方程就可给出令人满意的描述。但对于被动调 Q 的情形, 还须建立关于饱和吸收介质的速率方程。考虑激发态吸收 ESA(excited states absorption)的准 4 能级模型, 对于调 Q 状态, 可忽略 3, 4 能级的

X 德国柏林技术大学光学研究所博士, 留德中国物理学者学会主席, 5激光技术6海外编委。

粒子数, 认为饱和吸收粒子主要集中在 1, 2 能级[5]: $n_{a_0} \; U \; n_{a_1} + n_{a_2}$ (1)

式中, n_{a_0} 为总的饱和吸收粒子数密度, n_{a_1} 和 n_{a_2} 分别为 1, 2 能级上的粒子数密度, 定义单位长度上的共振吸收系数 V_a 为: $V_a = R_g(n_{a_1} - n_{a_2})$ (2)

式中, R_g 为基态受激吸收截面, 将(2)式对 t 求导, 并注意到 n_{a_0} 和 R_g 为常数, 得:

$$dV_a/dt = -2R_g dn_{a_2}/dt \tag{3}$$

而 $dn_{a_2}/dt = R_a I(n_{a_1} - n_{a_2})/(hM) - R_e I n_{a_2}/(hM) - n_{a_2}/S_g$ (4)

式中, h 为 Planck 常数, M是激光频率, I 为腔内单模激光的空间平均光强, R_e 是激发态吸收截面, 在此有 $R_e < R_g$, S_g 是能级 2 的自发辐射寿命。

将(4)式代入到(3)式, 并考虑到(1)式得:

$$dV_a/dt = -2R_g I V_a/(hM) + (V_{a_0} - V_a)[1/S_g + R_e I/(hM)] \tag{5}$$

$$V_{a_0} = R_g n_{a_0} \tag{6}$$

式中, V_{a_0} 为饱和吸收体的(初始)小讯号吸收系数。而定态饱和吸收系数由 $dV_a/dt = 0$ 求得:

$$V_a(I) = V_{a_0}/\{1 + I/[hM/(2R_g S_g) + R_e I/(2R_g)]\} \tag{7}$$

由饱和吸收光强 I_b 的定义, 当 $V_a(I_b) = V_{a_0}/2$ 时有: $I_b = I_{b_0}/[1 - R_e/(2R_g)]$ (8)

式中, $I_{b_0} = hM/(2R_g S_g)$ (9)

I_{b_0} 为不存在 ESA 时的饱和光强, 采用文献[6]提供的参数: $R_g = 8.7 @ 10^{-19}cm^2$, $R_e = 2.2 @ 10^{-19}cm^2$, $S_g = 3.4Ls$, 代入(8)式得 $I_b = 36.2kW/cm^2$, 与 Sennarouglu 等人报道的实验结果相加, $43kW/cm^2$ 较为接近, 这表明由(5)式给出共振吸收系数的微分方程是可靠的。在(7)式中, 令 $I \; y \;]$, 得: $\lim\limits_{I y]} V_a(I) = V_{a_0}/(1 + 2R_g/R_e)$ (10)

表明 ESA 导致了剩余吸收损耗(residul loss), 存在 ESA 的饱和吸收体不能完全漂白。

关于光强 I 与反转粒子数密度 $\$ n$ 的微分方程, 采用文献[7]提供的 Statz2De Mars 方程形式与(5)式一起构成包含 ESA 的单模激光被动调 Q 速率方程组:

$$dI/dt = (LvR\$ n - Lvl_a V_a/l - 1/S_c)I \tag{11a}$$

$$d\$ n/dt = -BR\$ nI/(hM) + (\$ n_i - \$ n)/S_u \tag{11b}$$

$$dV_a/dt = -2R_g V_a I/(hM) + (V_{a_0} - V_a)/S_a \tag{11c}$$

式中, L 为填充因子(filling factor), $L = ln/\{ln + l_a n_a + [L - (l + l_a)]\}$ (12)

l, l_a 和 n, n_a 分别为激活介质与饱和吸收体的几何长度和折射率, L 是光腔的几何长度。T 是介质中的光速, S_c 为腔内光子寿命。 $S_c = [Lv(G_l + l_a G_a/l + G_2)]^{-1}$ (13)

G_l 与 G_a 分别为激活介质与饱和吸收体在单位长度上的无功损耗, G_2 为输出损耗系数。

$$G_2 = \ln[1/(R_1 R_2)]/(2L) \tag{14}$$

R_1 与 R_2 分别为两反射镜的反射率, B 因子取 1 或 2 与激光下能级寿命和 Q 脉冲宽度有关。

$$S_u = S/(1 + W_p S_a) \tag{15}$$

S 为激活粒子的上能级自发辐射寿命, W_p 为泵浦作用下的跃迁几率, S_u 与 S_a 分别为激活粒子与饱和吸收粒子上能级的纵向弛豫时间。 $S_a = S_g/[1 + R_e I S_g/(hM)]$ (16)

S_u 与外界泵浦有关; S_a 与腔内光强有关。

$\$ n_i$ 为泵浦作用下的反转粒子数密度, R 是激活介质的受激跃迁截面。描述被动调 Q 激

光系统的速率方程(11a),(11b),(11c)是相互耦合的非线性微分方程组,目前在数学上几乎不可能求出其精确的解析解,但可以考察该系统在某些定态点附近的行为。例如,设在初始光强为 0 的时刻,有 $I_1 = 0$, $\$ n_1 = \$ n_i$, $V_{a_1} = V_{a_0}$, 由(11a),(11b),(11c)式所给出系统在$(0, \$ n_i, V_{a_0})$的Jacobian(导算子)矩阵[8]:

$$J_1 = \begin{pmatrix} Lv(R\$ n_i - l_a V_{a_0}/l) - 1/S_c & 0 & 0 \\ -BR\$ n_i/(hM) & -1/S_u & 0 \\ -2R_g V_{a_0}/(hM) & 0 & -1/S_g \end{pmatrix} \tag{17}$$

其本征值方程为:

$$\{[Lv(R\$ n_i - l_a V_{a_0}/l) - 1/S_c] - K\}(-1/S_u - K)(-1/S_g - K) = 0 \tag{18}$$

解之得:

$$K_1 = Lv(R\$ n_i - l_a V_{a_0}/l) - 1/S_c, \quad K_2 = -1/S_u, \quad K_3 = -1/S_g \tag{19}$$

令:

$$R\$ n_{tm} = l_a V_{a_0}/l + (LvS_c)^{-1} \tag{20}$$

式中, $R\$ n_{tm}$为静态阈值,由(13)式可知,上式表示了系统的最大损耗。

从微分方程的稳定性考虑,$(0, \$ n_i, V_{a_0})$须成为鞍点(saddle point),该系统才有可能形成自激振荡(self2excitation of oscillation),由于 $K_2 < 0$, $K_3 < 0$, 因此,要求 $K_1 < 0$, 即:

$$R\$ n_i > R\$ n_{tm} = l_a(V_{a_0} + G_a)/l + G_l + \ln[1/(R_1 R_2)]/(2L) \tag{21}$$

上式正是增益大于损耗形成激光的条件。

1.2　AEA 与二维 Hopf(Bifurcation)分岔条件

对于被动调 Q 激光器,除了要求激活介质的上能级弛豫时间较长,以便获得足够多的反转粒子数积累之外,还要求饱和吸收体的上能级弛豫时间较短,以便得到足够快的开关时间,获得好的调 Q 效果,一般要求 S_g 比 S_u 至少小两个数量级,即有: S_g n S_u 成立,因此,与 S_g 相关的共振吸收系数 V_a 为快弛豫参量,其动力学性质/绝热0地跟随光强变化,可对(11c)式采用AEA[9],将其定态形式(7)式代入(11a)式,得出反映光强和反转粒子数密度变化的二维自治(autonomous)系统的耦合速率方程组:

$$dI/dt = \{LvR\$ n - Lvl_a V_{a_0}(l)^{-1}/\{1 + I[I_{b_0} + R_e I/(2R_g)]^{-1}\} - 1/S_c\} I \tag{22a}$$

$$d\$ n/dt = -BR\$ nI/(hM) + (\$ n_i - \$ n)/S_u \tag{22b}$$

其光强大于零的定态点为$(I_2, \$ n_2)$,

$$I_2 = (\$ n_i/\$ n_2 - 1) hM/(BRS_u) = (\$ n_i/\$ n_2 - 1) I_s \tag{23}$$

式中,

$$I_s = hM/(BRS_u) \tag{24}$$

实际上,对于 Cr^{4+} BYAG 调 Q 的 NdBYAG(YAP)类激光器, R 与 R_g 数值相近,且满足 $2R_g/(BR)$ n S_u/S_g 的条件,可将 $\$ n_2$ 取为 $\$ n_{tm}$[7],并定义:

$$B = \$ n_i/\$ n_{tm} - 1 \tag{25}$$

式中, B 为系统的分岔参数。根据微分方程的Hopf分岔理论,当 $B > B_0 > 0$ 时,系统将在定态点(平衡点)$(I_2, \$ n_{tm})$失稳,而产生周期性的振荡,数学上对应为Hopf分岔产生极限环(limit cycle);物理上即为周期性的Q脉冲输出。将(22a),(22b)式平移到$(I_2, \$ n_{tm})$点再齐次化后,仍采用 S_g/S_u n 1 近似,得其Jacobian矩阵:

$$J_2 = \begin{pmatrix} Lv \frac{l_a}{l} V_{a_0} B \frac{I_s}{I_{b_0}} & LvRI_s B \\ - \frac{BR}{hM} \$ n_{tm} & - \frac{B+1}{S_u} \end{pmatrix} \tag{26}$$

按 Hopf 分岔要求: 设其相应的本征值为一对共轭复数: $K_{1,2} = A(B) ? iX(B)$ (27)

式中,
$$A(B) = \frac{1}{2}\left(Lv \frac{l_a}{l} V_{a_0} B \frac{I_s}{I_{b_0}} - \frac{B+1}{S_u}\right) \tag{28}$$

$$X(B) = \frac{1}{S_u}\sqrt{LvR\$ n_{tm} S_u B - \frac{1}{4}\left[B\left(1 + Lv \frac{l_a}{l} V_{a_0} \frac{I_s}{I_{b_0}} S_u\right) + 1\right]^2} \tag{29}$$

对于任意的 $B > 0$, 仍有$(I_2, \$ n_{tm})$为(22a), (22b)式的平衡点, 满足了 Hopf 分岔条件(H_1), 而(H_2)要求对于临界值 B_0 有 $A(B_0) = 0$ 和 $X(B_0) > 0$, 由此可求出 B_0。

令(28)式等于 0, 其中的 B 为B_0 并解之得:

$$B_0 = \left(Lv \frac{l_a}{l} V_{a_0} \frac{I_s}{I_{b_0}} S_u - 1\right)^{-1} \tag{30}$$

$B_0 > 0$, 要求: $l_a V_{a_0} > lI_{b_0} / (LvI_s S_u)$ (31)

由初始透过率 T_0 与 $l_a V_{a_0}$ 的关系 $T_0 = \exp[- l_a V_{a_0}]$ (32)

得出对 T_0 的约束条件: $0 < T_0 < \exp[- lI_{b_0} / (LvI_s S_u)]$ (33)

将 Cr^{4+}BYAG 类激光器的有关参数代入(33)式可知, T_0 应小于 $\exp[-10^{-2}]$, 大约相当于 99% 的初始透过率, 显然 $B_0 > 0$ 是满足的。由分岔参数的定义(25)式得出对初始反转粒子数密度 $\$ n_i$ 的要求: $\$ n_i \setminus \$ n_0 = (1 + B_0)\$ n_{tm}$ (34)

与(21)式比较, 上式给出了形成 Q 脉冲的定量关系, $(1+B_0)\$ n_{tm}$对应为激光 Q 脉冲形成的/ 阈值0条件。

对于 $X(B_0) > 0$ 的要求, 只要选择适当的 T_0 和 S_c 使得 $\$ n_{tm}$满足:

$$R\$ n_{tm} > (B_0 + 1)^2 / (LvS_u B_0) \tag{35}$$

则由(29)式给出的 $X(B_0) > 0$ 成立。

Hopf 分岔条件(H_3)要求: $dA/dB|_{B_0} > 0$, 将(28)式对 B 求导后代入(30)式得:

$$\left.\frac{dA}{dB}\right|_{B_0} = \frac{1}{2}\left(Lv \frac{l_a}{l} V_{a_0} \frac{I_s}{I_{b_0}} - \frac{1}{S_u}\right) = \frac{1}{2B_0 S_u} \tag{36}$$

显然, 上式大于 0, 因此, 按二维 Hopf 分岔定理[8]系统将在相平面$(I, \$ n)$上形成极限环, 在包含$(I_2, \$ n_{tm})$点的孤立闭轨线上运动, 频率约为 $X(B)/(2P)$。而 $dA/dB|_{B_0} > 0$, 表明随着泵浦加大使 B 超过B_0 后, A将大于 0, $(I_2, \$ n_{tm})$点将是一个非稳定的焦点, 根据 Hopf 分岔的稳定性交换原则, 从非稳焦点$(I_2, \$ n_{tm})$中/ 冒0出来的极限环将是稳定的, 这相应于实验上单模激光 Q 脉冲序列。Q 脉冲激光输出的稳定性在数学上直接对应于该极限环的稳定性。

2 讨 论

作为对以上分析的检验, 针对 Cr^{4+}BYAG 调 Q 的 NdBYAG 激光器, 用文献[6], [10]的有关数据进行验算, 取: $T_0 = 92\%$, $L = 48$cm, $R_1 = 1$, $R_2 = 96\%$, $l = 10.8$cm, $l_a = 0.1$cm, $S_g = 3.4$Ls, $R_g = 8.7 @ 10^{-19}$cm^2, $R_g = 8.8 @ 10^{-19}$cm^2, $n_a U n = 1.82$, 并注意到当 Q 脉冲宽度

S_Q(FWHM) 大于激光下能级寿命时, B= 1, 连续泵浦条件下 S_Q 大约为 10^2ns 量级, 大于 NdBYAG的下能级寿命 30ns[11], 在/ 阈值0附近可取: S_u= 5. 5 @10^{-4}s, 代入(30) 式计算得 B_0 U1/ 300, 由脉冲周期 T= 2P/ X 和(29) 式得:

$$T(B_0) = 2PS_u/ \sqrt{LvR\$ n_{tm} S_u B_0 - (B_0 + 1)^2} = 1/ f(B_0) \qquad (37)$$

经计算得重复频率 $f(B_0)$ U 10^4/ PHz, 与 3kHz 左右的实验结果相当接近, 由(15) 式、(25) 式与 (29) 式可知, 脉冲重复频率与外界泵浦强度近似有线性关系, 这也是与实验观察的结论相吻合, 因此, 表明以上分析是可靠的。在灯泵浦条件下, 由于受热透镜效应和热应力破坏等因素的制约, 泵浦强度不会很大, 并且通过提高输出镜的透过率, 可以使 $\$ n_{tm}$ 变大, 而且由于 $I_s / I_{b_0} = 2R_g S_g / (BRS_u)$ n 1, 仍符合 AEA 条件, 导致(29) 式根号中的前项远大于后项。以上分析在一定范围确定了 Q 脉冲周期与各参量之间的相互关系, 给出了/ 多脉冲0现象定量的解释和脉冲周期与有关参量的解析表示式, 这将有助于被动调 Q 激光材料与器件的实验研究工作。

参　考　文　献

1　丁育明. 激光杂志, 1997; 18(6) : 1
2　Eicher H J, Haose A, Kokta M R et al. Appl Phys, 1994; B58(5) : 409
3　朱长虹, 李正佳, 刘安平 et al. 激光与红外, 1993; 23(5) : 42
4　李福利. 高等激光物理学. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1992: 85
5　王加贤, 张文珍, 王清月 et al. 光学学报, 1998; 18(8) : 984
6　欧阳斌, 丁彦华, 万少珂 et al. 光学学报, 1996; 16(12) : 1666
7　Tarasov L V. Laser Physics. Moscow: MIR, 1983: 287
8　陆启韶. 分岔与奇异性. 上海: 上海科技教育出版社, 1995: 109
9　Narducci L M, Abraharm N B. Laser Physics and Laser Instabilities. Singapore: World Scientific, 1998: 268
10　丁彦华, 欧阳斌, 徐军 et al. 中国激光, 1997; A24(3) : 197
11　Verdeyen J T. Laser Electronics. 2th Edition, New Jersey: Prentice Hall, 1989: 318

*　　　　*　　　　*

作者简介: 朱长虹, 男, 1957 年 12 月生。副教授。从事激光技术的教学与科研工作。

收稿日期: 1999201218　　收到修改稿日期: 1999204224

#简　　讯#

输出功率 201 5W 紫外全固态激光器

日本三棱电子公司等机构的研究人员最近研制出波长 266nm 紫外全固态激光器, 紫外激光输出平均功率达到 201 5W, 重频 10kHz, 其中绿光注入功率为 10518W, 四次谐波转换效率 1914%。器件由二极管泵浦 Q 开关 NdBYAG 倍频激光器和硼酸铯锂(CLBO) 四次谐波非线性晶体组成。CLBO 晶体长 15mm, 62b方向切割, Ñ 类相位匹配, 晶体表面光洁度 01 59nm(均方值), 采用加热法(14) e) 防止晶体潮解。倍频激光器脉宽为 80ns, 光束质量 M^2= 10, 入射到 CLBO 晶体中的光斑直径为 013mm。没有出现饱和及光损伤现象, 进一步提高绿光功率将使紫外光输出功率更高。

(於祖兰　　供稿)