

## 高斯光束通过位相板后的变化\*

罗时荣 吕百达

(四川大学激光物理与化学研究所,成都,610064)

**摘要:** 对基模和高阶高斯光束通过位相板后的变化作了详细的计算分析。研究表明,位相板可以改变光场分布和用功率含量百分比定义的  $M_c^2$  因子,甚至使  $M_c^2 < 1$ ,但不能改善用二阶矩定义的光束传输因子  $M^2$ 。

**关键词:** 高斯光束 位相板 光束传输因子  $M^2$

## Changes in Gaussian beams passing through a phase plate

Luo Shirong, Lü Baida

(Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

**Abstract:** Changes in fundamental and higher-order Gaussian beams propagating through a phase plate have been studied numerically in detail. The results have shown that the phase plate can change the field distribution and  $M_c^2$  factor based on the power content definition, even  $M_c^2 < 1$ . However, the beam propagation factor  $M^2$  based on the second moments definition can not be improved by using the phase plate.

**Key words:** Gaussian beam phase plate beam propagation factor  $M^2$

\*国家高技术 863-416-2 课题资助

- 17 Ammosov M V, Delone N B, Krainov V P. Sov Phys JETP, 1986; 64(6): 1191 ~ 1194
- 18 Augst S, Strickland D, Meyerhofer D D et al. Phys Rev Lett, 1989; 63(20): 2212 ~ 2215
- 19 Cowan R D. U of Calif Press, Berkeley, Calif, 1981; Secs. 8-1, 16-1 and 18-13
- 20 Nagata Y, Midorikawa K, Kubodera S et al. Phys Rev Lett, 1993; 71(23): 3774 ~ 3777
- 21 Eder D C, Amendt P, Dasilva L B et al. Physics Plasmas, 1994; 1(5): 1744 ~ 1752
- 22 Krushelnick K M, Tighe W, Suckewer S. J O S A B, 1996; 13(2): 306 ~ 311
- 23 Fill E, Bargstram S, Larsson J et al. Phys Rev E, 1995; 51(6): 6016 ~ 6027
- 24 Chichkov B N, Egbert A, Eichmann H et al. Phys Rev A, 1995; 52(2): 1629 ~ 1639
- 25 Amendt P, Eder D C, London R A et al. SPIE, 1993; 1860: 140
- 26 Sullivan A, Hamster H, Gordon R A et al. SPIE, 1994; 2012: 234
- 27 Durfee III C G, Milchberg H M. Phys Rev Lett, 1993; 71(15): 2409 ~ 2412
- 28 Korobkin D V, Nam C H, Suckewer S. Phys Rev Lett, 1996; 77(26): 5206 ~ 5209
- 29 Lemoff B E, Yin G Y, Gordon C L et al. Phys Rev Lett, 1995; 74(9): 1574 ~ 1577
- 30 Pretzler G, Fill E E. Phys Rev E, 1997; 56(2): 2112 ~ 2117

作者简介: 卢兴发, 男, 1970 年生, 博士生。主要从事强光场下的原子电离及基于光场感生电离 X 射线激光的研究。

# 引言

激光束的描述、激光束传输变换和激光光束质量是近年来激光光学研究的热门论题。其中,关于激光束通过位相板的变化因既与光学中一些基本问题有关,又具有重要实际意义而备受青睐。Siegman 在计算分析基础上,提出了“二元位相板不能改善激光光束质量”的著名论断<sup>[1]</sup>。潘承志、王绍民等报道了“将  $\lambda/2$  位相片置于腔内, ...首先实现了新光束输出”和“ $M_c^2 < 1$  新光束超远场参数测量”的结果<sup>[2,3]</sup>。杨成龙对“新光束”的所谓“超远场”测量结果提出了异议<sup>[4]</sup>。让庆澜研究了  $M_c^2 < 1$  与  $M^2 < 1$  并不等效的问题,并提出“ $M_c^2 < 1$  的激光束,其  $M^2$  是否也小于 1 是一个尚待澄清的问题”<sup>[5]</sup>。我们的目的是以对基模和高阶高斯光束通过位相板后场分布的变化为典型例子,研究  $M^2$  和  $M_c^2$  的变化。说明依赖于所用位相板和所取功率含量百分比之值,  $M_c^2$  可以小于 1,但始终有  $M^2 \geq 1$ 。

## 1 高斯光束通过位相板后的 $M^2$ 和 $M_c^2$

如图 1 所示,一波长  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$  的基模高斯光束从  $z = 0$  面的左方入射,该基模高斯光束的光腰位于  $z = 0$  面上,光腰半径为 1mm,在该面同轴地放一半径为 3mm 的圆形位相板,其位相分布为  $e^{i\pi r^2/3}$  ( $r$  为径向坐标,  $r^2 = x^2 + y^2$ )。

入射面处的基模高斯光束的场分布为:

$$E(r, 0) = A_0 \exp(-r^2) \quad (1)$$

式中,  $A_0$  是基模高斯光束在轴上的场振幅。

### 1.1 计算该光束的光束传输因子 $M^2$

利用轴坐标系下的菲涅耳衍射积分公式可求出与  $z = 0$  平面相距  $z$  的平面上的场分布:

$$E_p(r, z) = A_0 \int_0^3 \exp(-r'^2) \exp(i\pi r'^2/3) \exp(ikr'^2/2z) J_0(kr r'/z) r' dr' + A_0 \int_3^\infty \exp(-r'^2) \exp(ikr'^2/2z) J_0(kr r'/z) r' dr' \quad (2)$$

式中,  $J_0$  是零阶贝塞尔函数,  $k$  是波数,  $A = (-ikA_0/z) \exp(ikz) \exp[i\pi r^2/(2z)]$ 。利用二阶矩表达式<sup>[6]</sup>:

$$\overline{r^2}(z) = \frac{\int_0^\infty |E_p(r, z)|^2 r^3 dr}{\int_0^\infty |E_p(r, z)|^2 r dr} \quad (3)$$

可求出该面上的光斑半径<sup>[6]</sup>:  $w(z) = \sqrt{2\overline{r^2}(z)}$  (4)

将不同位置处的光斑半径代入自由空间中的传输方程<sup>[6]</sup>:

$$w^2(z) = w_0^2 + M^4 \theta^2 (z - z_0)^2 \quad (5)$$

式中,  $z_0$  是光腰位置坐标,  $w_0$  是光腰半径,  $\theta$  是远场发散角,  $M^2$  是光束传输因子<sup>[7]</sup>, 利用多点拟合法可求出该光束的光腰半径  $w_0 = 0.85\text{mm}$ , 远场发散角  $\theta = 0.42\text{mrad}$ , 光束传输因子  $M^2 = 1.06$ 。

### 1.2 计算功率含量百分比定义的 $M_c^2$

将光腰位置坐标代入(2)式可求出高斯光束经一圆形位

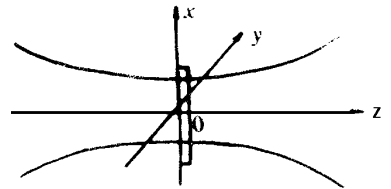


Fig. 1 Schematic of the Gaussian beam passing through a phase plate

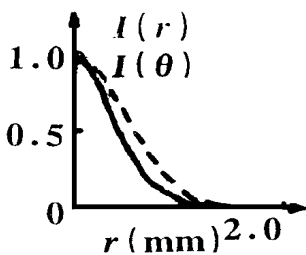


Fig. 2 The spatial intensity distribution at the position of the waist

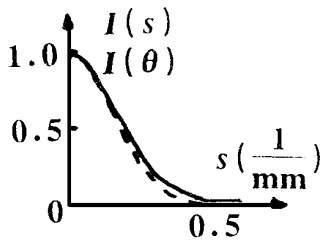


Fig. 3 The spatial-frequency intensity distribution

相板后在光腰处的场分布  $E_p(r, z_{0r})$ , 光强分布  $I(r, z_{0r}) = |E_p(r, z_{0r})|^2$ , 结果见图 2 (图中虚线和实线分别为 TEM<sub>00</sub> 模高斯光束通过位相板前、后的结果), 对位相板后的场分布进行傅氏变换, 求出该光束在空间频率域中的光场分布:  $E_p(s) = A_0 \int_0^3 \exp(-r^2) \exp(i r/3) J_0(2 rs) r dr$

$$+ A_0 \int_3^5 \exp(-r^2) J_0(2 rs) r dr \quad (6)$$

而光强分布  $I(s) = |E_p(s)|^2$ , 结果见图 3 (图中虚线和实线分别为 TEM<sub>00</sub> 模高斯光束通过位相板前、后的结果), 然后

计算功率含量百分比 (常用的值为  $c = 86.5\%$ , 为了说明问题, 我们给出了较为一般的计算结果) 确定的光腰半径  $a$  和频谱半宽度  $b$ :

$$c = \frac{\int_0^a |E_p(r, z_{0r})|^2 r dr}{\int_0^\infty |E_p(r, z_{0r})|^2 r dr}$$

$$c = \frac{\int_0^b |E_p(s)|^2 s ds}{\int_0^\infty |E_p(s)|^2 s ds} \quad (7)$$

用功率含量百分比定义的  $M_c^2$  为:

$$M_c^2 = (a \times b) / (a_0 \times b_0) \quad (8)$$

式中,  $b$  是高斯光束经位相板后光束的远场发散角,  $a_0, b_0$  分别是用功率含量百分比  $c$  确定的基模高斯光束光斑半径和远场发散角。结果见图 4。从图 2 ~ 图 4 可见: 因位相板能改变光束在空域和空间频率域中的光强分布, 故可改变按功率含量百分比确定的  $M_c^2$ ,  $M_c^2$  随着

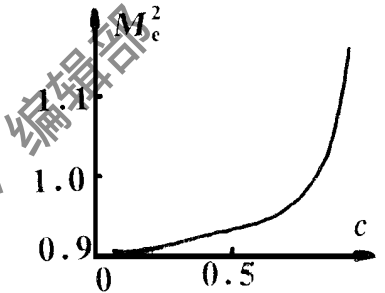


Fig. 4  $M_c^2$  factor of the TEM<sub>00</sub> Gaussian beam after passing through a phase plate versus the power content value  $c$

$c$  的增加单调递增, 当  $c < 80\%$  时,  $M_c^2$  甚至小于 1。例如,  $c = 86.5\%$  时,  $M_c^2 = 1.02$ ;  $c = 50\%$  时,  $M_c^2 = 0.93$ 。

## 2 厄米-高斯光束经条形位相板后的 $M^2$ 和 $M_c^2$

设一波长  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$  的一阶厄米-高斯光束从图 1 中  $z = 0$  面的左方入射, 其光腰位于  $z = 0$  面, 它的半宽度为  $\sqrt{3}\text{mm}$ , 在  $z = 0$  面同轴地放一条形位相板, 其位相分布为  $e^{-i x/2\sqrt{3}}$ , 半宽度为  $2\sqrt{3}\text{mm}$ 。

入射面处的厄米-高斯光束的场分布为:

$$E(x, 0) = A_0 \exp(-x^2) H_1(\sqrt{2} x) \quad (9)$$

式中,  $A_0$  是厄米-高斯光束在轴上的场振幅,  $H_1$  是一阶厄米多项式。

用与前面类似的方法, 可求出一阶厄米-高斯光束通过条形位相板后的场分布, 光腰半宽度和频谱半宽度, 因此, 求得  $M^2$  和  $M_c^2$  因子。计算得  $M^2 = 4.05$ , 与无位相板时的厄米-高斯光束  $M^2$  因子值  $M^2 = 2m + 1 = 3$  ( $m$  为阶次) 相比较, 显然, 该条形位相板使  $M^2$  因子增大。对用功率含量百分比定义的  $M_c^2$  的计算结果见图 5 和图 6, 分别为无位相板和有位相板时的一阶厄米-高斯光束的  $M_c^2$  随功率含量百分比  $c$  的变化。由图 5 和图 6 知, 无位相板时, 随  $c$

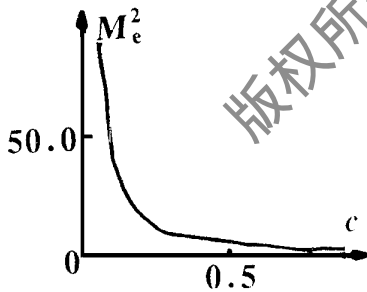


Fig. 5  $M_c^2$  factor of the first-order Hermite-Gaussian beam versus the power content value  $c$

的增加,  $M_c^2$  单调地减小, 当  $c = 86.5\%$  时,  $M_c^2 = 2.49$ ;  $c = 95\%$  时,  $M_c^2 = 2.04$ 。当有位相板时,  $M_c^2$  随  $c$  的变化有起伏, 且  $c = 86.5\%$  时,  $M_c^2 = 3.75$ ;  $c = 95\%$  时,  $M_c^2 = 2.96$ 。图 4 ~ 图 6 中,  $M_c^2$  随  $c$  的变化不同特点, 可以用基模高斯光束和高阶高斯光束以及它们通过位相板后在空间域和空间频率域中有不同的场分布来解释。

### 3 结 论

我们的计算分析表明, 位相板可改变光束在空域和空间频率域中的光场分布, 也可改善功率含量百分比确定的  $M_c^2$ , 但不能改善光束传输因子, 即始终有  $M^2 \geq 1$ 。其实, 后者应是一个十分清楚的物理概念<sup>[6,7]</sup>, 并可用傅里叶变换或与测不准关系类似的证明过程给出证明<sup>[8]</sup>。

作者进行的数值计算证实并强调: (1) 只要能写出实际光束的场分布, 就可证明该光束的  $M^2 \geq 1$ 。(2) 使用位相板, 或更为一般地, 使用衍射光学元件, 可以灵活改变光束的场分布(有的文献中称“实现光束的任意整形”), 以满足实际应用要求, 物理上这意味着基于功率含量百分比的  $M_c^2$  是可不受等于或大于 1 限制。(3) 从实用角度而言, 按不同应用目的, 对空间域和时间域的光场分布可以有不同要求, 也可以选取不同理想光束作为比较标准, 因此, 用以二阶矩定义的  $M^2$  因子一个参量不足以全面评价激光光束质量<sup>[9]</sup>, 将  $M^2$  因子称为光束传输因子而不称为光束质量因子是更为恰当的<sup>[7]</sup>。

还应当指出的是, 无论  $M^2$  因子或  $M_c^2$  的实验测量中, 都涉及: (1) 被测量参数的物理定义; (2) 测量原理和方法; (3) 测量仪器和测量误差分析等问题。对此, 文献中已有许多讨论, 例如, 可参考文献[10], [11], 我们不再赘述。但是, 这对正确理解  $M^2$  和  $M_c^2$  因子的物理意义和取值, 以及正确分析所得的实验结果并作出令人信服的结论, 应是十分重要的。

### 参 考 文 献

- 1 Siegman A E. Opt Lett, 1993; 18(9): 675 ~ 677
- 2 潘承志, 于世彭, 王绍民 *et al.* 应用激光, 1995; 15(1): 103 ~ 104
- 3 潘承志, 于世彭, 赵世英. 应用激光, 1996; 16(1): 9
- 4 杨成龙. 激光杂志, 1997; 18(4): 4 ~ 10
- 5 让庆澜. 应用激光, 1997; 17(1): 19 ~ 24
- 6 Siegman A E. SPIE, 1990; 1224: 2 ~ 14
- 7 Siegman A E. OSA Topical Meeting on Solid State Laser: Applications and Issues, 1998; 17: 184 ~ 199
- 8 陈培锋, 丘军林. 中国激光, 1995; A22(2): 139 ~ 143
- 9 L ü B D. Characterization of high - power laser beams and related problems of beam quality. 柏林技术大学研究报告集, Berlin: Festkörper-Laser-Institut Berlin GmbH, 1997: 10
- 10 Mejias P M, Weber H. Proc of 1st Workshop on Laser Beam Characterization, Madrid: Sociedad Española de Opt, 1993
- 11 Weber H, Reng N. Proceedings of the 2nd Workshop on Laser Beam Characterization, Berlin: Festkörper-Laser-Institut Berlin GmbH, 1994

\* \* \*

作者简介: 罗时荣, 女, 1966 年 5 月出生。现在四川大学光电技术系任教。

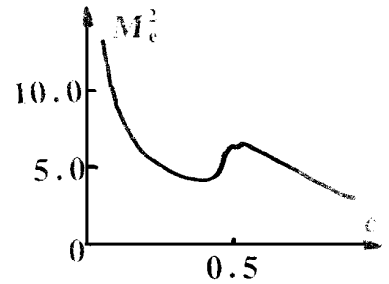


Fig. 6  $M_c^2$  factor of the first-order Hermite-Gaussian beam after passing through a phase plate versus the power content value