

# 啁啾光脉冲在自作用形成的时间波导中传播

李大义 韩 松 唐永林 陈建国  
(四川大学光电系, 成都, 610064)

**摘要:** 将光脉冲在克尔介质中自作用产生的折射率变化作二阶近似, 求解所得到的传播方程, 得到啁啾高斯脉冲幅度, 脉冲宽度和啁啾参数随传播距离变化的严格解析解, 讨论了基模高斯脉冲孤波传播的条件。

**关键词:** 啁啾光脉冲 传播 自作用时间波导

## Propagation of chirped pulses inside self-action temporal guide

*Li Dayi, Han Song, Tang Yongling, Chen Jianguo*  
(Dept. of Optoelectronics, Sichuan University, Chengdu, 610064)

**Abstract:** Based on two order approximation of the variation of refraction index produced by self-action while optical pulses are traveling in Kerr-medium, the propagation equation has been solved. Furthermore, the strict analytical expressions of the amplitude, width and chirp parameter of chirped Gaussian pulse, relative to the propagation distance, are deduced. The solitary wave traveling conditions of fundamental mode Gaussian pulse have been discussed.

**Key words:** chirped optical pulse propagation self-action temporal guide

## 引 言

随着短光脉冲技术和高速度、大容量、长距离光纤通信系统的发展, 脉冲传播规律越来越受到人们的注意。短光脉冲在介质中传播, 因色散和光克尔效应的作用使脉冲形状和宽度发生变化, 在光纤通信系统中限制无中继传输距离和码率, 因此, 使脉冲形状和宽度稳定不变的传输是大容量光纤通信系统的关键, 也是孤子激光器的关键。文献[1, 2]利用空间-时间类似, 用光束传播的理论和方法研究了脉冲在均匀色散介质中传播的时间特征, 我们从普遍情况的光脉冲传播方程出发, 将这一方法推广到非线性区。并将克尔效应作二阶展开, 求解所得到的传播方程, 导出了啁啾高斯光脉冲幅度、脉冲宽度和啁啾参数随传播距离变化的严格解析解, 发现高斯脉冲通常不能保持形状和宽度稳定不变的传播, 但在满足一定条件下, 由脉冲感应出的非均匀时间折射率分布, 可以形成一时间波导, 基模高斯脉冲能形状和宽度稳定不变的孤波传播。讨论了基模高斯脉冲孤波传播的条件。

## 1 光脉冲传播方程

设光脉冲为 
$$E = eA(x, y, z, t)e^{i(k_0 r - \omega_0 t)} + c. c. \quad (1)$$

式中,  $A(x, y, z, t)$  是脉冲的时、空慢变包络函数,  $e$  为光脉冲场的偏振方向,  $\omega_0, \mathbf{k}_0$  是脉冲中心的频率和波矢, 取  $\mathbf{k} = (0, 0, k)$ ,  $k = n(\omega)2\pi/\lambda$ , 则脉冲包络在时、空二阶慢变近似下的传播方程为<sup>[3]</sup>

$$i2k_0\left(\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{k_1\partial A}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right) + \frac{k_0k_2\partial^2 A}{\partial t^2} + 2k_0^2\left(\frac{\delta n}{n_0}\right)A = 0 \quad (2)$$

式中,  $k_m = (\partial^m k / \partial \omega^m)_{\omega = \omega_0}$ ,  $m = 0, 1, 2$ ,  $k_0 = n_0 2\pi / \lambda_0$ 。如果折射率的变化  $\delta n$  与空间、时间和光强有关(克尔介质), 则  $\delta n$  可表为  $\delta n(x, y, z) + n_2 |A|^2$ ,  $n_2$  为非线性折射率系数。对于包络振幅随时间的二阶变化可以忽略的长脉冲情况, 或者说介质的群速度色散(GVD)很小而可忽略不计的情况, 如取  $e = (0, 1, 0)$ 。并令  $\tau = t - k_1 z = t - z / v_g$ , 则(2)式简化为

$$i2k_0\partial A / \partial z = -\partial^2 A / \partial x^2 - 2k_0\beta_2 A(x, z) \quad (3)$$

式中,  $\beta_2 = (k_0 / n_0) \delta n$  为光波在非均匀介质中传播时波数的变化。(3)式与描述光束在一个横向方向上的衍射和聚焦行为的近轴波方程形式相同。

当光脉冲在单模光纤内传播时, 由于横向受到波导结构的限制, 不存在衍射效应, 或者平面波脉冲在二阶色散介质中传播时, 有  $\partial^2 A = 0$ , 我们再将文献[2]用的变换推广为:

$$\xi = \omega_0 |k_2| z, \tau = t - k_1 z, \Delta n = n_0 \delta n / c |k_2|, \omega_2 = \omega_0 \Delta n / n_0 = \delta n / c |k_2| \quad (4)$$

$$(2) \text{ 式简化为 } i2\omega_0 \partial A / \partial \xi = s \partial^2 A / \partial \tau^2 - 2\omega_0 \omega_2 A(\tau, \xi) \quad (5)$$

式中,  $s = \text{sgn}(k_2)$  是符号函数。对比(3)和(5)式, 并作对应:  $\omega_0 \leftrightarrow k_0$ ,  $\xi \leftrightarrow z$ ,  $\tau \leftrightarrow x$ ,  $\omega_2 \leftrightarrow \beta_2$ , 可以看出, 除了群速度色散符号  $s$  外, 两方程形式完全相同。因而在时域中, 可把  $\omega_0$  看成时间波面矢量, 它的大小为频率,  $\omega_2$  为光波在传播中, 由于时域折射率的不均匀而使频率发生的变化。可见在作了这样的变量替换后, 从描述脉冲传播的基本方程上, 更广泛地显示出空间-时间类似。则光脉冲传播的时间特性等同于  $(\tau, \xi)$  空间非均匀介质中光束近轴传播特性。

## 2 光脉冲在克尔介质中自作用形成的时间波导

当光脉冲在均匀的二阶色散介质中传播时, 由于群速度色散, 脉冲宽度将不断增大, 如脉冲强度不是很高, 但又足以引起光克尔效应, 可将光脉冲在峰值  $A_0$  附近展开到时间的二次项, 得到

$$\omega_2 = \delta n / c |k_2| = (n_2 / c |k_2|) (|A_0|^2 + \tau^2 \partial^2 |A_0|^2 / \partial \tau^2 / 2) \quad (6)$$

脉冲在传播过程中, 因介质的损耗, 脉冲的幅度会逐渐减小, 所以, 脉冲的峰值将随传播而发生变化。但可以通过系统注入能量补偿衰减, 我们假设峰值强度  $|A_0|^2$  及峰值对时间的导数均为常数是合理的, 这也是文献[5]所采用的方法。在这种情况下(5)式变为:

$$i2\omega_0 \partial A / \partial \xi = s \partial^2 A / \partial \tau^2 - (2\omega_0 n_2 / c |k_2|) (|A_0|^2 + \tau^2 \partial^2 |A_0|^2 / \partial \tau^2 / 2) A(\tau, \xi) \quad (7)$$

$$\text{令 } A(\tau, \xi) = B(\tau, \xi) \exp[i(n_2 |A_0|^2 / c |k_2|) \xi] \quad (8)$$

$$\text{代入(7)式后, 得到: } i2\omega_0 \partial B / \partial \xi = s \partial^2 B / \partial \tau^2 - \omega_0 \Omega_2 \tau^2 B(\tau, \xi) \quad (9)$$

式中,  $\Omega_2 = (n_2 / c |k_2|) \partial^2 |A_0|^2 / \partial \tau^2$ 。(9)式的求解可采用文献[4]的方法, 设为:

$$B = \exp\{-i[P(\xi) + Q(\xi)\tau^2/2]\} \quad (10)$$

于是问题归结为求  $P$  和  $Q$  所满足的方程:

$$dP/d\xi = -isQ/2\omega_0, \quad s\omega_0 dQ/d\xi + Q^2 + s\omega_0 \Omega_2 = 0 \quad (11)$$

容易解出  $Q$ , 进而得到  $P$ 。为便于与空间光束对比<sup>[4]</sup>, 令  $q = s\omega_0 / Q$ , 对  $s\Omega_2 > 0$ , 得到

$$q(\xi) = s\omega_0 / Q = [q_0 \cos \sqrt{\xi} + (1/\sqrt{\xi}) \sin \sqrt{\xi}] / [-q_0 \sqrt{\xi} \sin \sqrt{\xi} + \cos \sqrt{\xi}] \quad (12)$$

$$P(\xi) = -i \ln\{\cos \sqrt{\xi} + (q_0 \sqrt{\xi})^{-1} \sin \sqrt{\xi}\}^{1/2} \quad (13)$$

式中,  $\sqrt{\xi} = |s\Omega_2 / \omega_0|^{1/2}$ ,  $q_0 = q(0)$  为初始脉冲复参数, 再将  $q(\xi)$  的实部与虚部分开, 并表示为:

$$1/q(\xi) = [C(\xi) - si] / \omega_0 \sigma^2(\xi) \quad (14)$$

将(12)式~(14)式代入(10)式,再代回(8)式,得到脉冲包络演化的严格解:

$A(\tau, \xi) = A_0 [q_0 / [q_0 \cos \sqrt{\xi} + \sqrt{1 - \sin^2 \xi}]^{1/2} \exp[- [1 + i s C(\xi)] \tau^2 / 2\sigma^2(\xi) + i(n_2 |A_0|^2 / c |k_2|) \xi]$   
可以看出,  $\sigma_0 \equiv \sigma(0)$  是高斯脉冲初始强度  $1/e$  的时间半宽,  $C_0 \equiv C(0)$  是脉冲的啁啾参数,回到真实的传播距离,经过一些代数运算,最后得

$$A(\tau, z) = A_0 [ \sigma_0 / \sigma(z) ] \{ [ (L_c / \pi L_d C_0 \sin(\pi z / L_c) + \sin(\pi z / L_c))^2 + (L_c / \pi L_d)^2 \times \sin^2(\pi z / L_c) ]^{1/4} \exp[- \tau^2 / 2\sigma^2(z) - i s C(z) \tau^2 / 2\sigma^2(z)] e^{i\varphi/2} \quad (15)$$

其中

$$\sigma(z) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{1 + C_0^2}} \left\{ \left[ C_0 \cos\left(\frac{\pi z}{L_c}\right) + s \frac{L_c}{\pi L_d} (1 + C_0^2) \sin\left(\frac{\pi z}{L_c}\right) \right]^2 + \cos^2\left(\frac{\pi z}{L_c}\right) \right\}^{1/2} \quad (16)$$

$$C(z) = C_0 \cos(2\pi z / L_c) + s \frac{\pi L_d}{2L_c} \left[ (1 + C_0^2) \left( \frac{L_c}{\pi L_d} \right)^2 - 1 \right] \sin(2\pi z / L_c) \quad (17)$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \{ [ \text{tg}(\pi z / L_c) ] / [ (\pi L_d / L_c + C_0 \text{tg}(\pi z / L_c)) ] \} + 2n_2 \omega_0 |A_0|^2 z / c \quad (18)$$

式中,  $z$  为几何长度,非均匀介质的特征长度  $L_c$  和色散长度  $L_d$  分别为:

$$L_c = \pi / |k_2| \omega_0, L_d = \sigma_0^2 / |k_2| \quad (19)$$

如果  $s = -1$  及  $\Omega_2 < 0$ , 则(15)~(18)式给出了初始包络峰值振幅为  $A_0$ , 啁啾参数为  $C_0$  和脉宽为  $\sigma_0$  的高斯脉冲在克尔介质中由自作用形成的稳定时间波导,在传播过程中,包络幅度  $A(\tau, z)$ , 脉冲宽度  $\sigma(z)$  和啁啾参数  $C(z)$  演化的严格解析解。如果  $s = 1$  及  $\Omega_2 > 0$ , 也可形成一稳定的时间波导,其表达式相同。

当  $C_0 = 0$ , 就得到无啁啾的高斯脉冲演化的特殊情况<sup>[5]</sup>, 当光克尔效应引起的自波导作用很弱, 即  $\pi z / L_c \ll 1$  时, 对(15)~(18)式作一级近似后, 就回到在均匀二阶色散介质中传播的脉冲的包络幅度, 脉宽和啁啾参数的演化公式<sup>[2,6]</sup>:

$$A(\tau, z) = A_0 [ \sigma_0 / \sigma(z) ]^{1/2} \exp[- \tau^2 / 2\sigma^2(z) - i s C(z) \tau^2 / 2\sigma^2(z)] e^{i\varphi/2} \quad (20)$$

$$\sigma(z) = \sigma_0 [ (1 + C_0 k_2 z / \sigma_0^2) + (k_2 z / \sigma_0^2)^2 ]^{1/2} \quad (21)$$

$$C(z) = C_0 + (1 + C_0^2) k_2 z / \sigma_0^2 \quad (22)$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1} [ k_2 z / (\sigma_0 + C_0 k_2 z) ] \quad (23)$$

对于  $s \Omega_2 < 0$  的情况, 类似的推导也可以得出相应的各表达式, 但因都是以双曲函数表示, 随传播很快的趋向发散, 实际上已不满足所需的近轴传播条件, 因为我们主要探讨高斯脉冲稳定传播条件, 就不列出这些相对不太重要的冗长式子了。

从(17)式容易看出, 由  $(1 + C_0^2) (L_c / \pi L_d)^2$  的值大(小)于 1 确定,  $C(z)$  先从  $C_0$  增大(减小)到一个极值后, 再逐渐减小(增加)到另一极值, 并随传播距离而周期变化, 图 1 示出了这种变化形态。 $\sigma(z)$  的周期性变化, 也是开始过程稍有差别。由(16)式可以得到: 对于  $s C_0 > 0$ ,  $\sigma$  先从  $\sigma_0$  加宽到最大值  $\sigma_{\max}(z_{s0})$ , 然后再压缩到最小值  $\sigma_{\min}(z_{s1})$ ; 而对于  $s C_0 < 0$ ,  $\sigma$  则先从  $\sigma_0$  压缩到最小值  $\sigma_{\min}(z_{s0})$ , 再加宽到最大  $\sigma_{\max}(z_{s1})$ 。其中极值点  $z_{sn}$  为:

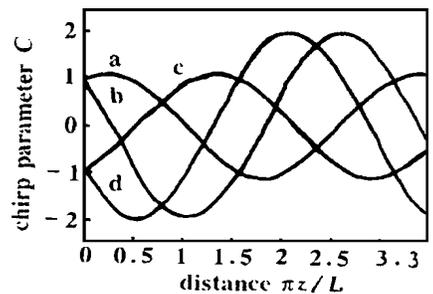


Fig. 1 Variation of chirp parameter with propagated distance  
a- $C_0 = 1, \pi L_d / L_c = 2, s = -1$  b- $C_0 = 1, \pi L_d / L_c = 0.5, s = -1$  c- $C_0 = -1, \pi L_d / L_c = 2, s = -1$  d- $C_0 = -1, \pi L_d / L_c = 0.5, s = -1$

$$\tau(z_{sn} = \left[ \frac{L_c}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \left[ \frac{sC_0 2L_c}{\pi L_d} \right] \left[ 1 - \left( \frac{L_c}{\pi L_d} \right)^2 (1 \pm C_0^2) \right] + nL_c/4, \quad n = 0, 1, 2 \dots \right. \right. \quad (24)$$

图2示出了脉冲加宽因子  $\sigma(z)/\sigma_0$  的演化形态。值得注意的是  $C_0 = 0$  的特殊情况,若能满足  $\pi L_d/L_c = n_0 \sqrt{\omega_0 \sigma_0^2} = 1$ , 则有  $C = 0$ ,  $\sigma = \sigma_0$ , 即可实现高斯脉冲形状和宽度不变地类孤波传播。因同时还须满足  $s\Omega_2 = (sn_2/c|k_2|) \partial^2 |A_0|^2 / \partial \tau^2 > 0$ , 通常  $n_2 > 0$ , 故对  $s = -1$  的负色散介质, 只有  $\partial^2 |A_0|^2 / \partial \tau^2 < 0$  的亮脉冲才能稳定传播; 对  $\partial^2 |A_0|^2 / \partial \tau^2 > 0$  的暗脉冲, 则只能在  $s = 1$  的正色散介质中稳定传播。如  $L_c/\pi L_d \neq 1$ ,  $\sigma/\sigma_0$  由1加宽(或压缩)到  $(L_c/\pi L_d)$ , 再回复到1, 并随传播周期变化。对于  $s\Omega_2 < 0$  情况, 属于折射率分布在  $\xi$  轴上最小, 由轴向外逐渐增加, 光线将偏向高折射率区。高斯脉冲的传播, 其啁啾参数  $|C|$  和脉冲宽度  $\sigma$  都将增加, 这是一种不稳定的时间波导, 可以等效为一时间凹透镜。

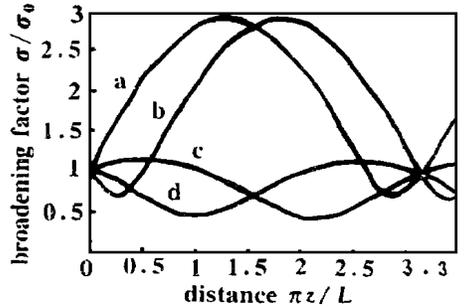


Fig. 2 Variation of broadening factor with propagated distance  
a— $C_0 = -1, L_c/\pi L_d = 2, s = -1$  b— $C_0 = 1, L_c/\pi L_d = 2, s = -1$  c— $C_0 = 1, L_c/\pi L_d = 20.5, s = 1$  d— $C_0 = -1, L_c/\pi L_d = 0.5, s = 1$

### 3 讨 论

以上采用光束传播的研究方法,分析了光脉冲在克尔介质中由自作用导致的折射率变化,得到了啁啾高斯脉冲在自作用形成的波导中传播的解析解,其形式与光束在渐变折射率的空间波导中传播类似。短光脉冲在色散介质中传播会逐渐加宽,产生频率啁啾,在光通信中影响高速传输,造成误码。使光脉冲形状和宽度稳定不变地传播的关键,在于采用某些措施抵消这种啁啾,如让光脉冲在具有正  $k_2$  光纤和负  $k_2$  光纤交替拼接的系统中传播,以集中产生啁啾方式抵消因长距离传播而累积的啁啾量等等方法。文献[5]考虑了无啁啾光脉冲通过时域二次折射率介质传播,有可能实现高斯脉冲宽度不变的传播。由于光通信系统所用的半导体激光光源产生的光脉冲都具有啁啾的,若近似为高斯脉冲,则如何实现啁啾高斯脉冲形状和脉宽不变地传播就显得相当重要。我们所考虑的情况是,把入射光脉冲强度调整到足够产生克尔效应,但又可将克尔效应表示成分布式时间透镜波导,以此去平衡因传播产生的啁啾,当完全平衡时,就可实现高斯脉冲形状和宽度稳定不变的类孤波传播,而这需要严格地选取脉冲和介质参数,使其满足  $n_0 \sqrt{\omega_0 \sigma_0^2} = 1$ , 并用无啁啾高斯脉冲注入,否则高斯脉冲宽度将周期式的变化。其次,我们所考虑的脉冲在自作用时间波导中传播的方程仍是线性的,即使能达到高斯型脉冲形状和宽度不变的孤波传播的特殊状态,由于它不是通过自作用的调整过程形成的,没有建立解的稳定性,所以严格地讲,与双曲正割脉冲的孤子传播有差别。

### 参 考 文 献

- 1 Kolner B H, Nazarathy M. Opt Lett, 1989; 14(12): 630~ 632
- 2 Diji S P, Dienes A D, Smith J S. IEEE J Q E, 1990; QE26(6): 1158~ 1164
- 3 Newell A C, Mononey J V. Nonlinear optics. Redwood City: Addison-Wesley, 1992
- 4 Marcuse D. Light transmission optics(Second edition). New York: VNR, 1982
- 5 王中阳, 张正泉, 徐至展. 光学学报, 1997; 17(7): 937~ 940

# 以半导体激光器线性频率调制为基础的距离测量

吴义芳

(北京大学电子学系, 北京, 100871)

**摘要:** 给出一种以频率调制连续波(FMCW)技术为基础的进行无接触、无累加误差和较大动态范围距离测量方法。由可调谐半导体激光器产生一个啁啾信号,通过测量拍信号频率计算距离。用商用 GaAlAs 激光器组成的测量系统的动态范围为 1m,测距精度达  $10^{-3}$ 。

**关键词:** 频率调制连续波 啁啾信号

## Distance measurement using a linear frequency modulation diode laser

Wu Yifang

( Department of Electronics, Peking University, Beijing, 100871)

**Abstract:** Based on linear frequency modulation continuous wave (FMCW) technique, we have developed a distance measurement method for non-contact and non-integrating error measurement. A tunable GaAlAs diode laser is used as a chirp signal source, the distance is detected by calculating the beat frequency. The dynamic range of the system is about 1m, and the measurement accuracy of  $10^{-3}$  is obtained.

**Key words:** frequency-modulated continuous wave chirp signal

## 引 言

在工业和机器人技术感兴趣的范围内,有许多应用要求进行无接触、无累加误差距离测量,这种需求往往还要求测量系统装置紧凑、结构简单耐用以适应现场操作。作者给出的频率调制连续波(FMCW)技术与文献[1]提取方法不同,不是通过鉴相而是通过鉴频,以简明直观的物理思想和相对简单的技术实现米量级动态范围和  $10^{-3}$ 精度的无接触、无累加误差距离测量。从本质上讲它是一个 Michelson 干涉仪,信号臂的终端是待测目标表面。迄今为止,在已经提出的种类繁多的各种干涉仪技术中,FMCW 技术给出的光学设计最为简单,它的动态范围和分辨率依赖于激光器可调谐的最大频偏和激光器线宽。随着半导体激光器性能的不断改善和新型激光器的出现<sup>[2]</sup>,FMCW 技术性能会得到数量级改善,这种技术有着广泛应用前景。

## 1 系统描述

图 1 给出的是实验装置框图。在半导体激光器偏置电流上加一三角波或锯齿波调制电流

6 Agrawal G. P. Nonlinear fiber optics(Second edition). San Diego: Academic Press, 1995: 54~ 64

\*

\*

\*

作者简介:李大义,男,1940年6月出生。副教授。从事非线性光学、光纤通信的教学和研究工作。