台阶光栅衍射效率的傅里叶分析

刘晓兵 阮 玉
(华中理工大学光电子工程系, 武汉, 430074)

摘要: 用傅里叶方法对台阶光栅衍射效率进行了分析,得出任意台阶数,任意台阶高度的二元光栅任意级次的衍射效率公式。针对二台阶光栅分析了台阶高度,台阶宽度,不同波长对+ 1 级衍射效率的影响,理论图像清晰,结果简单明了。

关键词: 二元光栅 衍射效率 傅里叶分析

Fourier analysis to diffraction efficiency of step-gratings

Liu Xiaobing, Ruan Yu
(Department of Optoelectronic Engineering, HUST, Wuhan, 430074)

Abstract: Using Fourier transfer, we extend the transparent index function of step-grating into Fourier series and derived the expression of diffraction efficiency. The expression shows that the diffraction efficiency is the function of width ratio ξ, height ratio γ and wavelength ratio σ. As a example, we give the calculation results of diffraction efficiency of 2-level step-grating.

Key words: binary gratings diffraction efficiency Fourier analysis

引 言

利用大规模集成电路加工方式对光学元件表面进行波长范围内加工,使得制造任意波前的二元光学元件成为可能,这就是 90 年代的二元光学技术。台阶光栅就是其中的一个例子。已有文献对这类器件的衍射效率进行了分析[1, 2],我们从傅里叶变换角度对台阶光栅的衍射效率进行了分析,得到了任意台阶数,任意台阶高度的光栅任意级次的衍射效率公式,并给出了一些计算实例,分析结果对光栅设计具有理论指导意义。

一、傅里叶分析

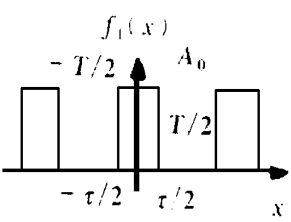

Fig. 1 Ronchi grating

对于图 1 所示光栅,在一个周期内其透过率函数可描述为

$$f_1(x)=\begin{cases}0 & -T/2\leqslant x<-\tau/2\\ A_0 & -\tau/2\leqslant x\leqslant\tau/2\\ 0 & \tau/2<x\leqslant T/2\end{cases}\tag{1}$$

参 考 文 献

1 Kortz H P, Ifflander R, Weber H. Appl Opt, 1981; 20(3): 4124~ 4134
2 Eggleston J M. IEEE J Q E, 1988; QE-24(9): 1821~ 1824
3 [西德]克希奈尔 W 著,华光译. 固体激光工程. 北京:科学出版社, 1988: 377~ 380

收稿日期: 1997-09-26 收到修改稿日期: 1998-04-13

它的傅氏级数的复指数形式为[3]:
$$f_1(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_{1n}\exp(jn\omega x)\tag{2}$$
式中, $C_{1n}=A_0/(n\pi)\sin(n\pi\tau/T)$　　$(n=0,\pm1,\pm2,\ldots$为衍射级次$)$　　(3)

对于 $N=2^k$ 台阶位相光栅, 可视其为 N 个矩形子光栅经平移后叠加而成, 但每个子光栅的初位相不一样, 如图 2 所示。

为分析问题方便, 设 N 个子光栅的开口宽度均为 τ, 那么, 第 m 个子光栅可描述为
$$f_m(x)=f_1[x-(m-1)\tau]\exp(j\varphi_m)\tag{4}$$
式中, $(m-1)\tau$ 表示平移, φ_m 表示第 m 个台阶引起的初位相。

Fig. 2　Equivalence of binary gratings to Ronchi grating with different phase and position

因此, N 台阶光栅可表示为
$$f(x)=\sum_{m=1}^{N}f_m(x)\tag{5}$$
记 F 为傅里叶变换, 则
$$F\{f(x)\}=\sum_{m=1}^{N}F\{f_m(x)\}\tag{6}$$
式中,
$$\begin{aligned}F\{f_m(x)\}&=F\{f_1[x-(m-1)\tau]\exp(j\varphi_m)\}\\&=\exp(j\varphi_m)\exp[-j\omega(m-1)\tau]F\{f_1(x)\}\end{aligned}\tag{7}$$
$\therefore f(x)$ 的傅氏系数
$$C_n=C_{1n}\sum_{m=1}^{N}\exp(j\varphi_m)\exp[-j\omega(m-1)\tau]\tag{8}$$
衍射效率
$$\eta_n=\left|\frac{C_n}{A_0}\right|^2=\left|\frac{1}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi\tau}{T}\right)\sum_{m=1}^{N}\exp\{-j[\omega(m-1)\tau-\varphi_m]\}\right|^2\tag{9}$$
式中, n 为衍射级次, N 为台阶数, 可取任意正整数, φ_m 为第 m 阶台阶引起的位相差, 可取任意值, 但一般地 $\varphi_m=2\pi(m-1)/N$, T 为周期, 且 $T=\sum_{m=1}^{N}\tau_m=N\tau$, $\omega=2\pi/T$。

当分析按 θ 角方向且满足光栅方程 $T\sin\theta=\pm n\lambda$ 的强度分布时[4], (9) 式中的
$$\omega(m-1)\tau-\varphi_m=(m-1)(\omega N\tau-2\pi)/N=2\pi(m-1)(n-1)/N=2\delta(m-1)$$
于是(9) 式可改写为
$$\eta_n=\left|\frac{1}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi\tau}{T}\right)\frac{\sin(N\delta)}{\sin\delta}\right|^2=\left|\frac{1}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi}{N}\right)\frac{\sin[(n-1)\pi]}{\sin[(n-1)\pi/N]}\right|^2\tag{10}$$
这就是理想情况下台阶光栅衍射效率的普遍形式。

二、计　算　实　例

1. 一台阶光栅, 即平行平板, 这时 $N=1$, 代入(10) 式得
$$\eta_n=1,\ n=0\ \text{或者}\ \eta_n=0,\ n=\pm1,\pm2,\ \cdots$$

2. 三台阶光栅, 这时 $N=3$, 代入(10) 式得
$$\eta_n=[3/(n\pi)\sin(n\pi/3)]^2,\ n=\cdots-5,-2,1,4,\cdots\tag{11}$$
(11) 式说明可以制作奇数台阶的光栅, 即用一块掩模板, 分步移动, 分步控制曝光量, 得到台阶形的感光胶, 继而得到台阶光栅。

3. N 台阶光栅, 当 $N\to\infty$时, 台阶光栅变为闪耀光栅, 这时 $n=1$ 且 $\lim\limits_{N\to\infty}\eta_n=1$。

4. 设 $N=2$, $T=2\tau$, 取 $0<\gamma\leqslant1$ 为刻蚀深度比例因子, 并令
$$\varphi_m=2\pi(m-1)\gamma/N\tag{12}$$
代入(9) 式得
$$\eta_n=\left|\frac{1}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\frac{\sin[(n-\gamma)\pi]}{\sin[(n-\gamma)\pi/2]}\right|^2\tag{13}$$

比较(13)与(10)式可以看出通过调整台阶高度,可使衍射光重新分布,原来光强为零的级次上现在可以不为零。图 3 给出了 2 台阶光栅+1 级衍射效率与比例刻蚀深度(γ)的关系。

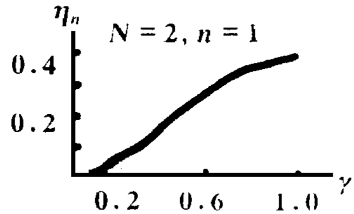

Fig. 3 1st order diffraction efficiency vs step height ratio γ

5. 设 $N=2$, $T=2\tau$, $\varphi_m=2\pi(m-1)/N$, 光栅设计工作在 λ_0, 实际工作在 $\lambda=\sigma\lambda_0$, 同理可得

$$\eta_n=\left|\frac{1}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi}{2}\frac{\sin[(n-1/\sigma)\pi]}{\sin[(n-1/\sigma)\pi/2]}\right)\right|^2 \qquad (14)$$

图 4 给出了 2 台阶光栅+1 级衍射效率与比例波长(σ)的关系。

6. 设 $N=2$, $\varphi_m=2\pi(m-1)/N$, $\tau_1=\xi\tau_2$, $\tau=(\tau_1+\tau_2)/2$, $T=\tau_1+\tau_2$, 代入(9)式得

变换 $$\eta_n=\left|\frac{1}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi\xi}{\xi+1}\right)+\frac{1}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi}{\xi+1}\right)\right|^2 \qquad (15)$$

比较(15)与(10)式可以看出通过调整台阶宽度,也可使衍射光重新分布。图 5 给出了 2 台阶光栅+1 级衍射效率与比例台阶宽度(ξ)的关系。(13),(15)式还可用来分析台阶光栅制作时横向对准误差和纵向对准误差对衍射效率的影响。

附表给出了按(10),(13),(14)式得到的 2 台阶光栅不同台阶高度和不同台阶宽度时各级衍射效率的变化情况和按(11)式给出的 3 台阶光栅各级衍射效率。

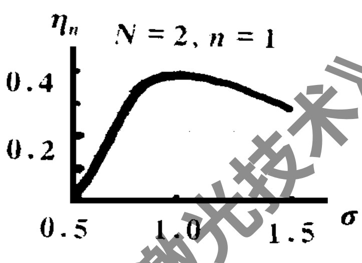

Fig. 4 1st order diffraction efficiency vs wavelength ratio σ

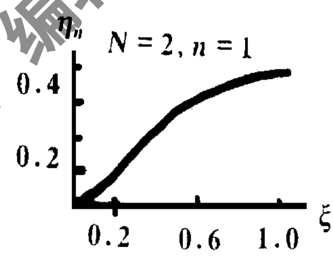

Fig. 5 1st order diffraction efficiency vs step width ratio ξ

Table The calculated nth order diffraction efficiency η_n of grating with different step number N, step height ratio γ and step width ratio ξ

N	γ	ξ	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	total
2	1	1	1.62	0	4.50	0	40.5	0	40.5	0	4.50	0	1.62	93.2
2	0.9	1	1.58	0	4.39	0	39.5	2.45	39.5	0	4.39	0	1.58	93.4
2	1	0.9	1.36	0	4.23	0	40.3	0	40.3	0	4.23	0	1.36	91.8
3	1	1	2.73	0	0	17.1	0	0	68.4	0	0	4.27	0	92.5

三、结 论

利用傅里叶方法对台阶光栅进行了分析,得出的公式能用于分析台阶数 N,台阶高度 γ 以及台阶宽度 ξ 对光栅衍射效率的影响。计算结果表明此法理论图像清晰,结果简单实用。

参 考 文 献

1 周 进,韩良恺,高文琦 *et al*. 中国激光,1996;23(5):449~452

2 叶 钧,许 乔,侯西云 *et al*. 光学学报,1996,16(10):1350~1355

3 吕乃光. 傅里叶光学. 北京:机械工业出版社,1988:23

4 (苏)马特维耶夫等著,王成彦译. 光学解题指导. 北京:北京大学出版社,1991:123

* * *

作者简介:刘晓兵,男,1962 年 3 月出生。博士生,讲师。目前从事二元光学在光学头小型化方面的应用研究。

收稿日期:1997-10-01 收到修改稿日期:1997-12-22