

# 衍射透镜衍射效率及光学传递函数

殷功杰 薛鸣球

(中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安, 710068)

摘要: 分析了衍射透镜的衍射效率及其对光学传递函数的影响, 得出了总的光学传递函数和各衍射级次光学传递函数之间的加权和关系公式。最后进行了实例计算和讨论。

关键词: 衍射透镜 衍射效率 光学传递函数

## Diffractive efficiency of diffractive lenses and its effects on MTF

Yin Gongjie, Xue Mingqiu

(Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Academia Sinica, Xi'an, 710068)

**Abstract:** A weighted sum equation, which describes the relation between the diffractive efficiency and modulation transfer function of diffractive lenses, is derived. According to diffractive efficiency and optical transfer function, the total optical transfer function can be expressed with weighted sum of the series of order optical transfer functions of diffractive lights. The weighted factors are the diffractive efficiency. We employed the results to calculate MTF of various diffractive lens singlets and got consistent results with the literature [1].

**Key words:** diffractive lenses diffraction efficiency modulation transfer function

### 一、引 言

用于成像光学系统中的衍射透镜, 与传统的折射透镜相比, 较突出的特点之一是除象差外, 其衍射效率也必须加以考虑。本文不想涉及由于位相函数的二阶量化带来的衍射效率问题, 而是集中讨论非单色光成像条件下, 衍射透镜不可避免地出现的多级次衍射现象和衍射效率问题。D. Buralli 假设非成像衍射光波在象面上产生均匀分布的光场, 从而只对光学传递函数的零频成分有贡献<sup>[1]</sup>。我们则导出了各级次衍射波对总的光学传递函数贡献的加权和公式, 并用等效折射率透镜模型进行了实例计算。

### 二、衍射效率计算

用于光学系统的衍射透镜, 一般都设计成具有轴对称的表面轮廓。假设设计波长为  $\lambda_0$  时所要求的位相透过函数为:

$$\varphi_d(\lambda_0, r) = 2\pi(Ar^2 + Gr^4 + \dots)$$

式中,  $r$  为衍射透镜面上的径向坐标, 系数  $A$  和光焦度  $\varphi$  有关,  $\varphi = -2A\lambda_0$ ,  $G$  可作为变量在光学系统中校正象差。设  $x = Ar^2 + Gr^4 + \dots$  代入上式得:

$$\varphi_d(\lambda_0, x) = 2\pi x \quad (1a)$$

即  $\varphi_d$  为  $x$  的线性函数。因从位相函数中减去  $2\pi$  整数倍的位相值与原函数是等效的, 上式变为:

$$\varphi_d(\lambda_0, x) = 2\pi(x + m) \quad (1b)$$

$m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ , 其取值使  $|\varphi_d| \leq 2\pi$ , 为的是保证衍射透镜足够薄。 $x + m = 0$  决定的  $r_m$  为衍射透镜上各环带半径。位相函数如图 1 中实线所示。

则透镜的透过系数为:  $t(\lambda_0, x) = e^{i\varphi_d} \quad (2)$

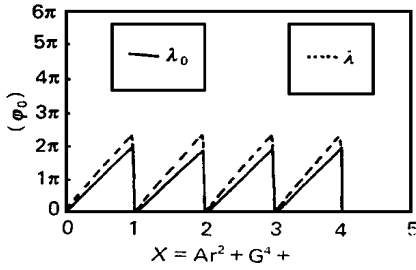


Fig.1 Phase function versus  $x = Ar^2 + Gr^4 + \dots$

上式为关于  $x$  的周期为 1 的周期函数,可展开成傅里叶级数。 $t(\lambda_0, x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{i2\pi n x}$  (3)

当改变入射光波的波长时,则位相函数发生变化,从图 1 中的实线变成虚线所示。原来位相函数调制深度为  $2\pi$ ,现在变为  $2\pi\alpha$ 。其中  $\alpha = (\lambda_0 / \lambda) \{ [n(\lambda) - 1] / [n(\lambda_0) - 1] \}$ ,  $\lambda$  为入射波长,  $\lambda \neq \lambda_0$ 。位相函数也变为  $\varphi_d = 2\pi\alpha(x + m)$  (4) 此式仍为  $x$  的周期为 1 的函数。代入(2)式得到的

透过系数仍能展开成公式(3)的傅里叶级数,而其中系数

$$C_n = \int_m^{m+1} e^{i2\pi\alpha(x+m)} e^{-i2\pi n x} dx = e^{i\pi(\alpha-n)} \text{sinc}[\pi(\alpha-n)] \quad (5)$$

故各级次的衍射效率( $n$  为衍射级次)

$$\eta_n = C_n C_n^* = \text{sinc}^2[\pi(\alpha-n)] \quad (6)$$

显然  $\lambda = \lambda_0$  时,  $\eta_1 = 100\%$ , 即理想设计的情况。 $\lambda \neq \lambda_0$  时,将出现多级次衍射波。

有时为了工艺上更易实现,常使位相函数调制深度为  $2\pi$  的整数倍以增加环带宽度和深度<sup>[3]</sup>。设倍数为  $l$ ,则同样能导出

$$\eta_n = \text{sinc}^2[\pi(\alpha - n/l)l\pi] \quad (7)$$

图 2 计算了  $l = 1, 2, 3$  情况下衍射效率随波长变化的情况,可见  $l$  的增加不利于复色光成像(计算时忽略材料色散,取  $\alpha = \lambda_0 / \lambda$ )。

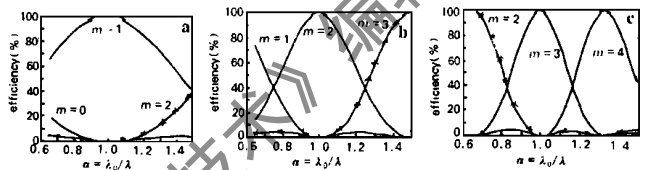


Fig.2 The diffractive efficiency is the function of wavelength of lenses with different phase thick modulation  
a)  $l=1$  b)  $l=2$  c)  $l=3$

### 三、衍射效率和光学传递函数

出现多级次衍射光波情况下,光学传递函数和衍射效率的关系已有人做过研究<sup>[1,2]</sup>。他们假设所有的非成像光波都在象面上产生均匀分布的光场。我们则假设每个衍射级次的光波都在象面上有一定的分布,总的光场分布为其叠加。

假设  $h_m(x, y)$  为第  $m$  级衍射波的单位脉冲响应函数,  $(x, y)$  为象面坐标,则总的光场分布的单位脉冲响应为<sup>[4]</sup>:

$$h(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} h_m(x, y) \quad (8)$$

点扩散函数为:

$$I(x, y) = |h(x, y)|^2 \approx \sum_{-\infty}^{\infty} |h_m(x, y)|^2 \quad (9)$$

则光学传递函数为:

$$\begin{aligned} \text{OTF}(f_x, f_y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} I(x, y) e^{-i2\pi(xf_x + yf_y)} dx dy \bigg/ \iint_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dx dy \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} |h_m(x, y)|^2 e^{-i2\pi(xf_x + yf_y)} dx dy \bigg/ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} |h_m(x, y)|^2 dx dy \quad (10) \end{aligned}$$

因为  $\iint_{-\infty}^{\infty} |h_m(x, y)|^2 dx dy$  是第  $m$  级衍射波能量。根据衍射效率和光学传递函数的定义,上式可变为:

$$OTF(f_x, f_y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \eta_m OTF_m(f_x, f_y) \tag{11}$$

式中,  $OTF_m = \iint_{-\infty}^{+\infty} |h_m(x, y)|^2 e^{-i2\pi(xf_x + yf_y)} dx dy \sqrt{\iint_{-\infty}^{+\infty} |h_m(x, y)|^2 dx dy}$

为第  $m$  级衍射光的光学传递函数。公式(11)就是总的光学传递函数与各行射级次传函之间的加权和公式, 权重为各级衍射效率。

### 四、计算举例

有了加权和公式(11), 再把各级衍射都用一个折射率无穷大的薄透镜来等效<sup>[5]</sup>, 就可以利用现成的光学设计软件来计算各行射级次的 OTF 了。具体步骤见文献[5]。我们取  $m = 0, 1, 2$  三个衍射级次, 则加权和公式为:

$$OTF = \eta_1 \cdot OTF_1 + \eta_0 \cdot OTF_0 + \eta_2 \cdot OTF_2 + (1 - \eta_1 - \eta_2 - \eta_0) \delta(f_x, f_y) \tag{12}$$

$\delta(f_x, f_y)$  为单位脉冲函数。

作为计算实例的衍射透镜, 取孔径  $D = 20\text{mm}$ ,  $F$  数为  $F/10, F/4$ , 物距无穷远, 要求对轴上点校正球差<sup>[5]</sup>。设计波长  $\lambda_0 = 600\text{nm}$ , 得参数如附表。

Table Parameters of diffractive lenses

	$F/10$	$F/4$
$A = \varphi_1 / (-2\lambda_0) (\text{mm}^{-2})$	-4.1666	-10.4167
$G = \varphi_1^3 / (8\lambda_0) (\text{mm}^{-4})$	$2.6041 \times 10^{-5}$	$4.069 \times 10^{-4}$
$\varphi_1 (\text{mm}^{-1})$	1/200	1/80

### 五、讨论

图 3 是用折射透镜模型计算得到的两个衍射透镜在  $\lambda = \lambda_0$  时的调制传递函数, 轴上点校

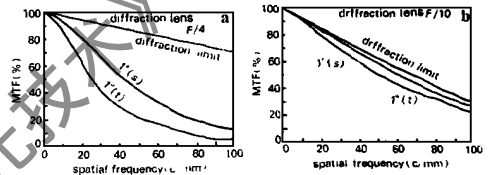


Fig. 3 MTF at design wavelength  $\lambda_0 = 600\text{nm}$

正了球差, 故所得调制传函实际上是衍射极限, 而  $1^\circ$  视场的 MTF 有限大下降, 这说明模型计算结果是正确的, 因为轴外象差没有做任何校正。接着对衍射透镜在非设计波长  $\lambda = 900\text{nm}$  处的 MTF 进行了计算, 如图 4 所示。

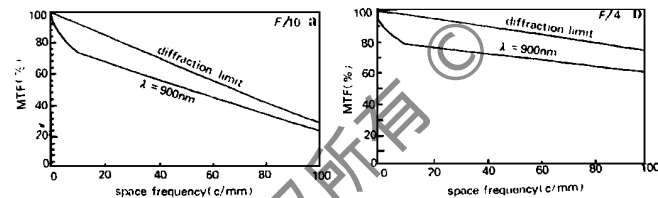


Fig. 4 MTF at non-design wavelength  $\lambda = 900\text{nm}$  (on axis field view)

我们只对轴上点进行了计算, 发现在高频处, 两透镜计算结果与文献[1]一致; 在零频附近低频处, MTF 曲线指数般快速降低到文献[1]中计算结果上。

在非设计波长处, 衍射透镜出现的多级次衍射波相当于使光学系统中杂散光增加。我们的加权和公式可初步定量估算出杂光量。

### 参 考 文 献

- 1 Buralli D, Morris G. Appl Opt, 1992; 31(22): 4389~ 4396
- 2 Londono C, Clark P. Appl Opt, 1992; 31(13): 2248~ 2252
- 3 沈忙作. 光学学报, 1994; 14(9): 966~ 969
- 4 顾德门 J W 著, 詹达三等译. 傅里叶光学导论. 北京: 科学技术出版社, 1976: 137
- 5 Burralli D, Morris G. Appl Opt, 1991; 30(16): 2151~ 2158

\* \* \*

作者简介: 殷功杰, 男, 1966 年 3 月出生。博士。从事衍射光学和计算机三维视觉研究工作。

收稿日期: 1995-11-27 收到修改稿日期: 1997-04-12

