第21卷 第5期　　激　光　技　术　　Vol.21, No.5
1997年10月　　LASER TECHNOLOGY　　October, 1997

光孤子传输的能量、动量特性研究

沈廷根
(镇江师专物理系, 镇江, 212003)

摘要: 求解了含高阶效应的孤波方程, 由此孤子解得到光孤子的能量、动量表达式, 并讨论了高阶效应对孤子通信的综合影响。

关键词: 高阶效应　光孤子通信

Energy and momentum property in soliton propagating

Shen Tinggen
(Department of Physics, Zhenjiang Normal College, Zhenjiang, 212003)

Abstract: This paper deals with the problem of solving the soliton wave equation with higher-order effect. According to the solution of the soliton wave equation, the expressions of soliton energy and soliton momentum has been obtained. Finally, the influence of the higher-order effects on the soliton communication is discussed.

Key words: higher order effect　soliton communications

一、引　言

光孤子是在一定的介质中传播过程中保持自身形态不变的定域化的波, 即能量被集中在

14 Belanger P A, Mathieu P. Appl Opt, 1987; 26(1): 111
15 Jerominek H, Delise C, Tremblay R. Appl Opt, 1986; 25(5): 732
16 Swartzlander Jr G A, Andsen D R, Regan J J *et al*. Phys Rev Lett, 1991; 66(12): 1583
17 Allan G R, Skinner S R, Andsen D R *et al*. Opt Lett, 1991; 16(3): 156
18 Skinner S R, Allan G R, Andsen D R *et al*. IEEE J Q E, 1991; 27(9): 2214
19 Andersen D R. Opt Lett, 1990; 15(14): 783
20 Ramanujam P S. Appl Opt, 1993; 32(33): 6656
21 Tran H T. Phys Rev(A), 1992; 46(11): 7319
22 McDonald G S, Syed K S, Firth W J. Opt Commun, 1993; 95(4, 5, 6): 281
23 Chen Y J, Attai J. Opt Lett, 1991; 16(24): 1933
24 Krolikowski W, Luther-Davies B. Opt Lett, 1993; 18(3): 188
25 Chen Y J. Phys Rev(A), 1991; 44(11): 7524
26 Haelterman M, Sheppard S P. Opt Lett, 1994; 19(2): 96
27 Hayata K, Kosshiba M. Phys Rev(A), 1994; 50(1): 675
28 Bosshard C, Mamyshev P V, Stegeman G I. Opt Lett, 1994; 19(2): 90
29 Sheppard A P. Opt Commun, 1993; 102(3, 4): 317
30 Hemandez-Figueroa H E, Pasquale F D, Ettinger R D *et al*. Opt Lett, 1994; 19(5): 326

*　　*　　*

作者简介: 陆　宏, 男, 1967年3月出生。讲师, 博士研究生。主要从事非线性光学、激光技术、CAI技术的研究工作。

收稿日期: 1996-07-22　　收到修改稿日期: 1996-12-02

有限时间和空间的孤立波。

当高强度的光脉冲在光纤中传输时，纤芯折射率随光强变化产生自相位调制，导致产生一附加相移，称为 Kerr 效应，而光纤的 Kerr 效应补偿了光纤的色散作用时，亦即初始注入的光脉冲在光纤中自行缩窄与群色散引起的展宽相平衡，而演化为光孤子，形成稳定的传输。光孤子在光纤中传输的行为应由其光纤非线性传输方程的孤子解描述。

由于实验观察到短脉冲输出不对称[1]和孤子的自频移等现象[2]，则短脉冲在光纤中传输的行为应由含高阶效应的修正的非线性传输方程描述[3]，本文用普通数学方法直接近似求解了含高阶效应的非线性传输方程，得其孤子解，并由此写出孤子能量、动量、面积的表达式，其物理图象清晰直观，其结论具有一般性，有的与其它文献的结论一致，它们对研究光孤子通信是有意义的。

二、含高阶效应孤波方程的孤子解

由文献[4]，[5]可得已调制的场包络函数 φ 的含高阶效应的非线性传输方程为：

$$i\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\nu\varphi\right)+P\frac{\partial^2\varphi}{\partial\tau^2}+a|\varphi|^2\varphi-i\beta\frac{\partial^3\varphi}{\partial\tau^3}+iH\frac{\partial}{\partial\tau}(|\varphi|^2\varphi)+iS\varphi\frac{\partial}{\partial\tau}|\varphi|^2=0 \quad (1)$$

式中，z 为传输的距离，τ 为传输的时间，ν 为光纤损耗系数，a 为三阶非线性项，$P=-k_0''/2$ 为光纤色散项，$\beta=k_0'''/b$ 为高阶色散项，其中 $k_0^{(n)}=\partial^n k_0/\partial\omega_0^n$，$k_0$ 为载波波数，ω_0 为载波频率，H 为修正项代表光纤的自陡峭效应，S 为非线性时延项代表自感应喇曼效应，一般 S 为复数，为了讨论方便，此处近似认为 S 为纯实数。

设 φ 的传输方程的一般孤子解为：

$$\varphi(z,\tau)=G(z)D[G(z)(\tau+\lambda(z))]\exp[i(\eta(z)-\Omega\tau)]=G(z)D(u)e^{i\theta} \quad (2)$$

式中，$u=G(z)[\tau+\lambda(z)]$，$\theta=\eta(z)-\Omega\tau$，$\Omega$ 为孤子频率。

将(2)式代入(1)式得其实部方程并整理得：

$$E^2\frac{d^2D}{du^2}-F^2D+2I^2D^3=0 \quad (3)$$

式中，
$$E^2=P-3\Omega\beta,\ F^2=(d\eta/dz-\Omega^3\beta-P\Omega^2)/G^2,\ I^2=(a+H\Omega)/2 \quad (4)$$

利用边界条件，当 $u\to\pm 0$ 时，有 D 和 $dD/du=0$，则(3)式变为：

$$(dD/du)^2(E/I)^2-(F/I)^2D^2+D^4=0 \quad (5)$$

现设光纤为小损耗的情况，初始的孤子峰值近似位于 $u=0$ 处，则 $D(u=0)\approx D(z=0)=\varphi_0$ 为初始孤子脉冲的峰值，由此得 $dD(u=0)/du\approx dD(z=0)/du=0$，所以由(5)式和初始条件得：

$$F^2\approx I^2\varphi_0^2=[(a+H\Omega)/2]\varphi_0^2 \quad (6)$$

将上述初始条件代入(5)式并分离变量积分得：

$$D=\varphi_0\mathrm{sech}[\varphi_0(I/E)\mu] \quad (7)$$

将(2)式代入(1)式得其虚部方程为：

$$e^{i\theta}\Big\{\frac{dG}{dz}D-\beta G^4\frac{d^3D}{du^3}+\frac{dD}{du}\Big[\frac{dG}{dz}G(\tau+\lambda)+G^2\frac{d\lambda}{dz}-$$
$$G^2P\Omega+3G^2\Omega^2\beta+(3H+2S)G^4D^2\Big]+\nu GD\Big\}=0 \quad (8)$$

将(7)式代入(2)式和(8)式后用 φ^* 乘以(8)式并对时间 τ 积分得描述能量 $\int_{-\infty}^{\infty}|\varphi|^2d\tau$ 的演化方程[6,7]，由此演化方程得：

$$\mathrm{d}G/\mathrm{d}z+2\nu G=0$$

即:

$$G(z)=\mathrm{e}^{-2\nu z} \tag{9}$$

将(7) 式代入(2) 式和(8) 式后用$\partial\varphi^*/\partial\tau$乘以(8) 式并对时间 τ 积分得描述动量 $\int_{-\infty}^{\infty}\varphi\frac{\partial\varphi^*}{\partial\tau}\mathrm{d}\tau$ 的演化方程[6,7], 由此演化方程得:

$$\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}z}=\Omega P-3\Omega^2\beta+\left(\frac{6}{5}H+\frac{4}{5}S-\frac{7}{5}\beta\frac{I^2}{E^2}\right)G^2\varphi_0^2$$

即:

$$\lambda(z)=(\Omega P-3\Omega^2\beta)z+\left(\frac{7}{5}\beta\frac{I^2}{E^2}-\frac{6}{5}H-\frac{4}{5}S\right)\mathrm{e}^{-4\nu z}/(4\nu) \tag{10}$$

由(4) 式和(6) 式得:

$$\eta(z)=(\Omega^3\beta+P\Omega^2)z-\frac{(a+\Omega H)}{2}\varphi_0^2\mathrm{e}^{-4\nu z}/(4\nu) \tag{11}$$

将(4), (7), (9), (10), (11) 式代入(2) 式得:

$$\varphi(z,\tau)=\varphi_0\mathrm{e}^{-2\nu z}\mathrm{sech}\left\{\varphi_0\left(\frac{a+H\Omega}{2P-6\Omega\beta}\right)^{1/2}\mathrm{e}^{-2\nu z}\left[\tau+(\Omega P-3\Omega^2\beta)z\right.\right.$$
$$\left.\left.\left[\frac{7}{5}\beta\left(\frac{a+H\Omega}{2P-6\Omega\beta}\right)-\frac{6}{5}H-\frac{4}{5}S\right]\varphi_0^2\mathrm{e}^{-4\nu z}/(4\nu)\right]\right\}$$
$$\cdot\exp\left\{i\left[(\Omega^3\beta+P\Omega^2)z-\left(\frac{a+\Omega H}{2}\right)\varphi_0^2\mathrm{e}^{-4\nu z}/(4\nu)-\Omega\tau\right]\right\} \tag{12}$$

由(12) 式和文献[7] 可得孤子能量表达式为:

$$\int_{-\infty}^{\infty}|\varphi(z,\tau)|^2\mathrm{d}\tau=2\varphi_0\mathrm{e}^{-2\nu z}\left(\frac{2P-6\Omega\beta}{a+H\Omega}\right)^{1/2}=\mathrm{e}^{-2\nu z}\int_{-\infty}^{\infty}|\varphi(z=0,\tau)|^2\mathrm{d}\tau \tag{13}$$

动量表达式为:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(z,\tau)\frac{\partial\varphi^*(z,\tau)}{\partial\tau}\mathrm{d}\tau=\mathrm{e}^{-2\nu z}\cdot2\varphi_0(i\Omega)\left(\frac{2P-6\Omega\beta}{a+H\Omega}\right)^{1/2}$$
$$=\mathrm{e}^{-2\nu z}\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(z=0,\tau)\frac{\partial\varphi^*(z=0,\tau)}{\partial\tau}\mathrm{d}\tau \tag{14}$$

孤子面积表达式为:

$$\int_{-\infty}^{\infty}|\varphi(z,\tau)|\mathrm{d}\tau=\pi\left(\frac{2P-6\Omega\beta}{a+H\Omega}\right)^{1/2}=\int_{-\infty}^{\infty}|\varphi(z=0,\tau)|\mathrm{d}\tau=\text{常数} \tag{15}$$

三、讨论和结论

1. 由(12) 式可见: (1) 当$|2P|>|6\Omega\beta|$时, 不论 β 是正是负, 必 $P>0$, 即 $R_0'''<0$, 也就是在光纤介质的异常色散区才能形成光孤子, 这是亮孤子形成条件。

(2) 当光纤的工作波长 λ 等于零色散波长 $\lambda_0=1.27\mu\mathrm{m}$ 时, 材料色散为零, 即 $P\approx0$, 这时要求 $\beta<0$, 即在单模光纤介质的 $R_0'''<0$ 的区域能够形成光孤子, 这是在零色散波长时形成光孤子的条件。

(3) 当 $P<0$, 即 $R_0''>0$, 使 $2P-6\Omega\beta<0$, 那么在单模光纤介质的正常色散区形成的孤子称为暗孤子, 其形状不可能是双曲正割形, 有文献报导它是双曲正切形[8]。

(4) 当($\beta<0$, $P<0$), 或 $\beta>0$, $P>0$ 时, 有某一 Ω 值使$|2P|=|6\Omega\beta|$。此时 $\varphi\equiv0$, 不能形成孤子, 即孤子频率 $\Omega=1/3|P/\beta|$ 的孤子不能在光纤中传输, 这个截止频率与 H, S, a 参数无关, 当 $\beta\approx0$ 时, 就不存在这个截止频率, 即所有的孤子频率的孤子都能在光纤中传输。

2. 高阶色散 β 和自陡峭效应 H 以及自感应喇曼效应 S 的实部，它们使孤子的中心位置随传输距离 z 的变化，作非线性调整。当 $\nu = 0$ 时，作线性调整，导致实验观察到的输出的孤子脉冲不对称，同时由此推知，它们使飞秒超短孤子脉冲产生自频移现象，在时域内产生时延，使高阶孤子随 z 增加而产生分裂现象。所以对高阶孤子必须考虑高效效应，特别是 β 参数在关系式中更复杂一些，有线性和非线性交叉混合效应。

3. 当 $H = S = 0$ 时，色散项 β 和 P 参数使孤子中心位置随传输距离 z 作线性和非线性混合漂移，仅当 $\nu = 0$ 时，它们随 z 作线性漂移，这一点与文献[9]数值解结论一致，可见 β，P 是引起孤子中心位置随 z 漂移的根本原因，而 ν 参数使这种漂移中的一部分由线性变为指数型的漂移。

4. 由孤子能量表达式(13)和其动量表达式(14)可见，损耗项 ν 参数使它们随传输距离 z 的增加按 $e^{-2\nu z}$ 规律衰减，这规律仅与 ν 有关，与 H，S，β，P，a 参数无关。当 $\nu = 0$ 时，孤子的能量、动量守恒。

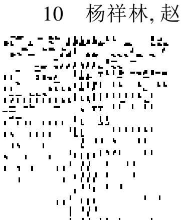
5. 由(15)式可见，在任何情况下，孤子面积始终守恒，这称为孤子的绝热效应。所以孤子幅值随 z 按 $e^{-2\nu z}$ 衰减，那么其脉宽必随 z 增加按 $e^{2\nu z}$ 规律增加，所以 ν 参数是使孤子发生畸变的一个根本的因素。为此必须不断地给光纤损耗进行能量补偿，使 $\nu \approx 0$，这是光孤子通信中十分重要的问题。目前采用喇曼受激放大的方法(即使光纤成为光泵浦放大器)补偿光孤子在光纤中传输时的能量损耗已成为一个可行的方案。

6. 由(12)式可见，β 与 P 参数使孤子的相移随 z 变化作线性漂移，而 a 与 H 参数使其相移作指数型漂移，当 $\nu = 0$ 时作线性漂移，δ 参数的实部对相移无影响。

7. 由于用了近似的初始条件和场包络函数的幅值是变慢的近似条件，所以(12)式是近似的解析解。当 $\beta = H = S = 0$ 时，(12)式经归一化变换后可与文献[10]微扰解的形式一致，可见本文求解方法的精度与微扰解的近似程度相同。

参　考　文　献

1　Stolen R H, Lin C. Phys Rev, 1978; A17: 1448
2　Mitschke F M. Opt Lett, 1986; 11: 659
3　Kodama Y. J Stat Phys, 1985; 39: 597
4　Potasek M J. Opt Lett, 1987; 11: 921
5　赵　阳，杨祥林．物理学报，1989; 38(4): 542
6　郭柏灵，庞小峰．孤立子．北京：科学出版社，1987: 169～171
7　杨祥林，赵　阳．通信学报，1989; 10(2): 62
8　Zhao W, Bourkoff E. Opt Lett, 1989; 14: 703
9　Wen S, Chi S. Opt & Quant Electron, 1989; 21: 335
10　杨祥林，赵　阳．电子科学学刊，1989; 11: 400



*　　　*　　　*

作者简介：沈廷根，男，1951 年 6 月出生。副教授。从事物理学和孤子通信的基础理论研究。

收稿日期：1996-05-16　　收到修改稿日期：1997-01-21